

2026학년도 대학수학능력시험
수학영역 정답 및 풀이

최근 수정일 : 2026. 04. 06.(월)

■ [공통: 수학 I·수학 II]

01. ① 02. ④ 03. ⑤ 04. ③ 05. ③
 06. ② 07. ⑤ 08. ① 09. ④ 10. ③
 11. ③ 12. ② 13. ⑤ 14. ④ 15. ④
 16. 9 17. 16 18. 12 19. 15
 20. 130 21. 65 22. 457

1. 출제의도 : 지수법칙을 이용하여 식의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\begin{aligned} 9^{\frac{1}{4}} \times 3^{-\frac{1}{2}} &= (3^2)^{\frac{1}{4}} \times 3^{-\frac{1}{2}} \\ &= 3^{2 \times \frac{1}{4}} \times 3^{-\frac{1}{2}} \\ &= 3^{\frac{1}{2}} \times 3^{-\frac{1}{2}} \\ &= 3^{\frac{1}{2} + (-\frac{1}{2})} \\ &= 3^0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

정답 ①

2. 출제의도 : 다항함수의 미분계수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\begin{aligned} f(x) &= 3x^3 + 4x + 1 \text{에서} \\ f'(x) &= 9x^2 + 4 \\ \text{이므로} \\ \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} &= f'(1) \\ &= 9 + 4 = 13 \end{aligned}$$

정답 ④

3. 출제의도 : 시그마의 정의와 성질을 이용하여 수열의 합을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^4 (2a_k - k) &= 2 \sum_{k=1}^4 a_k - \sum_{k=1}^4 k \\ &= 2 \sum_{k=1}^4 a_k - \frac{4 \times 5}{2} \\ &= 2 \sum_{k=1}^4 a_k - 10 \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{에서 } 2 \sum_{k=1}^4 a_k = 10$$

$$\text{따라서 } \sum_{k=1}^4 a_k = 5$$

정답 ⑤

4. 출제의도 : 함수의 연속의 정의를 이용하여 미정계수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속
 이므로 $x=1$ 에서도 연속이어야 한다.

즉,

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$$

이어야 한다.

이때,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} (3x - 2) \\ &= 3 \times 1 - 2 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 3x + a) \\ &= 1^2 - 3 \times 1 + a = -2 + a \end{aligned}$$

$$f(1) = 1^2 - 3 \times 1 + a = -2 + a$$

이므로
 $1 = -2 + a$
 따라서
 $a = 3$

정답 ③

5. 출제의도 : 곱의 미분법을 이용하여
 함수의 미분계수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$f(x) = (x+2)(2x^2 - x - 2) \text{에서}$$

$$f'(x) = 1 \times (2x^2 - x - 2) + (x+2) \times (4x - 1)$$

따라서

$$f'(1) = (2 - 1 - 2) + (1 + 2) \times (4 - 1)$$

$$= -1 + 9$$

$$= 8$$

정답 ③

6. 출제의도 : 로그의 성질을 이용하여
 식의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

로그의 정의에 의하여

$$\log_a b = 3 \text{에서}$$

$$b = a^3$$

이때

$$\log_3 \frac{b}{a} = \log_3 \frac{a^3}{a} = \log_3 a^2 = 2 \log_3 a = \frac{1}{2}$$

에서

$$\log_3 a = \frac{1}{4}$$

이므로

$$\log_3 b = 3 \log_3 a = \frac{3}{4}$$

따라서 로그의 성질에 의해

$$\log_9 ab = \log_{3^2} (a \times a^3)$$

$$= \frac{4}{2} \log_3 a$$

$$= 2 \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{2}$$

정답 ②

7. 출제의도 : 두 곡선으로 둘러싸인 부
 분의 넓이를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

두 곡선 $y = x^2 + 3$, $y = -\frac{1}{5}x^2 + 3$ 은 점
 $(0, 3)$ 에서 접하고 모든 실수 x 에 대하여

$$x^2 + 3 \geq -\frac{1}{5}x^2 + 3$$

이므로 구하는 넓이는

$$\int_0^2 \left\{ (x^2 + 3) - \left(-\frac{1}{5}x^2 + 3 \right) \right\} dx$$

$$= \int_0^2 \frac{6}{5} x^2 dx$$

$$= \left[\frac{2}{5} x^3 \right]_0^2$$

$$= \frac{16}{5}$$

정답 ⑤

8. 출제의도 : 삼각함수 사이의 관계를
 이용하여 사인함수의 값을 구할 수 있는
 가?

정답풀이 :

$$\cos(\pi - \theta) = -\cos\theta > 0$$

이므로

$$\cos\theta < 0$$

이때,

$$\sin\theta + 3\cos\theta = 0$$

에서

$$\sin\theta = -3\cos\theta > 0$$

이고,

$$\sin^2\theta = 9\cos^2\theta$$

$$= 9(1 - \sin^2\theta)$$

$$= 9 - 9\sin^2\theta$$

$$10\sin^2\theta = 9$$

$$\sin^2\theta = \frac{9}{10}$$

$\sin\theta > 0$ 이므로

$$\sin\theta = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

정답 ①

9. 출제의도 : 삼차함수의 그래프와 극값을 이용하여 x 축에 평행한 직선과 삼차함수의 그래프가 접할 때의 삼차함수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$f'(x) = 3x^2 + 6ax - 9a^2$$

$$= 3(x + 3a)(x - a)$$

$$f'(x) = 0 \text{에서}$$

$$x = -3a \text{ 또는 } x = a$$

$a > 0$ 이므로 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	$-3a$...	a	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		↗	극대	↘	극소

한편, $f(0) = 4 < 5$ 이고,

직선 $y = 5$ 가 곡선 $y = f(x)$ 에 접하므로

$$f(-3a) = 5$$

이어야 한다.

$$\begin{aligned} f(-3a) &= (-3a)^3 + 3a(-3a)^2 - 9a^2(-3a) + 4 \\ &= 27a^3 + 4 \end{aligned}$$

이므로

$$27a^3 + 4 = 5 \text{에서}$$

$$a^3 = \frac{1}{27}$$

a 가 양수이므로

$$a = \frac{1}{3}$$

따라서 $f(x) = x^3 + x^2 - x + 4$

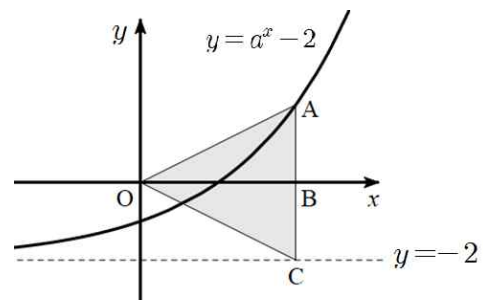
이므로

$$\begin{aligned} f(2) &= 2^3 + 2^2 - 2 + 4 \\ &= 14 \end{aligned}$$

정답 ④

10. 출제의도 : 지수함수의 그래프를 이용하여 조건을 만족시키는 상수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :



$a > 1$ 이므로 함수 $y = a^x - 2$ 의 그래프는 위 그림과 같고 이 곡선의 점근선은 직선 $y = -2$ 이다.

점 A의 좌표를 (p, q) 라 하면

$$\overline{AB} = \overline{BC} = 2$$

이므로

$$q=2$$

점 A는 곡선 $y=a^x-2$ 위의 점이므로

$$2=a^p-2$$

즉, $a^p=4$ 에서 $p=\log_a 4$

이때 삼각형 AOC의 넓이가 8이므로

$$\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{OB} = 8$$

에서

$$\overline{OB} = 4$$

즉, $\log_a 4 = 4$ 이므로

$$a^4 = 4$$

$a > 1$ 이므로 $a = \sqrt{2}$

따라서

$$a \times \overline{OB} = \sqrt{2} \times 4$$

$$= 2^{\frac{1}{2}+2}$$

$$= 2^{\frac{5}{2}}$$

정답 ③

11. 출제의도 : 수직선 위를 움직이는 점의 속도를 이용하여 위치와 운동 방향, 움직인 거리를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

ㄱ. $k=0$ 이면 $v(t)=t^2+4$ 이므로

$t=1$ 일 때 점 P의 위치는

$$0 + \int_0^1 (t^2+4)dt$$

$$= \left[\frac{1}{3}t^3 + 4t \right]_0^1$$

$$= \frac{1}{3} + 4 - 0$$

$$= \frac{13}{3} \text{ (참)}$$

ㄴ. $k=3$ 이면 $v(t)=t^2-3t+4$ 이므로

$$v(t) = \left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0$$

따라서 출발한 후 점 P의 운동 방향은 바뀌지 않는다. (거짓)

ㄷ. $k=5$ 이면 $v(t)=t^2-5t+4$ 이므로

$$v(t) = (t-1)(t-4)$$

$0 < t < 1$ 일 때, $v(t) > 0$ 이고

$1 < t < 2$ 일 때, $v(t) < 0$ 이므로

시각 $t=0$ 에서 시각 $t=2$ 까지

점 P가 움직인 거리를 s 라 하면

$$s = \int_0^2 |v(t)|dt$$

$$= \int_0^2 |t^2 - 5t + 4|dt$$

$$= \int_0^1 (t^2 - 5t + 4)dt$$

$$+ \int_1^2 \{-(t^2 - 5t + 4)\}dt$$

$$= \left[\frac{1}{3}t^3 - \frac{5}{2}t^2 + 4t \right]_0^1$$

$$- \left[\frac{1}{3}t^3 - \frac{5}{2}t^2 + 4t \right]_1^2$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{5}{2} + 4$$

$$- \left\{ \left(\frac{8}{3} - 10 + 8 \right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{2} + 4 \right) \right\}$$

$$= 3 \text{ (참)}$$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

정답 ③

12. 출제의도 : 등비수열의 일반항을 이용하여 항의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 r 이라 하자.

$$2(a_1 + a_4 + a_7) = 6 \text{에서}$$

$$2(a_1 + a_1r^3 + a_1r^6) = 2a_1(1 + r^3 + r^6) = 6$$

$$a_1(1 + r^3 + r^6) = 3 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$a_4 + a_7 + a_{10} = 6 \text{에서}$$

$$a_1r^3 + a_1r^6 + a_1r^9$$

$$= a_1r^3(1 + r^3 + r^6) = 6 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{8} \div \textcircled{7} \text{을 하면}$$

$$r^3 = 2$$

$\textcircled{7}$ 에 $r^3 = 2$ 를 대입하면

$$a_1(1 + 2 + 2^2) = 3$$

$$a_1 = \frac{3}{7}$$

따라서

$$a_{10} = a_1r^9 = \frac{3}{7} \times 2^3 = \frac{24}{7}$$

정답 ②

13. 출제의도 : 곱의 미분법과 접선의 방정식을 이용하여 도형의 넓이를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f'(x) = 2x - 4$ 에서 $f'(1) = -2$ 이므로 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, -6)$ 에서의 접선 l 의 방정식은

$$y = -2(x - 1) - 6$$

$$\text{즉, } y = -2x - 4$$

$g(x) = (x^3 - 2x)f(x)$ 에서 곱의 미분법에 의하여

$$g'(x) = (3x^2 - 2)f(x) + (x^3 - 2x)f'(x)$$

이므로

$$g'(1) = (3 - 2)f(1) + (1 - 2)f'(1)$$

$$= 1 \times (-6) + (-1) \times (-2) = -4$$

곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(1, 6)$ 에서의 접선 m 의 방정식은

$$y = -4(x - 1) + 6$$

$$\text{즉, } y = -4x + 10$$

이때 두 직선 $y = -2x - 4$, $y = -4x + 10$

의 교점의 x 좌표는

$-2x - 4 = -4x + 10$ 에서 $x = 7$ 이므로 두 직선과 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \{10 - (-4)\} \times 7 = 49$$

정답 ⑤

14. 출제의도 : 사인법칙과 코사인법칙을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$\angle HCG = \angle BAC = \theta_1$ 이라 하자.

직각삼각형 ABC에서

$$\overline{AC}^2 = \sqrt{(\overline{AB})^2 + (\overline{BC})^2}$$

$$= \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

이므로

$$\sin \theta_1 = \frac{4}{5}$$

또한

$$\overline{AD} = \overline{AE} = \overline{AG} = 2$$

이므로 $\angle CAG = \theta_2$ 라 하면 삼각형 ACG

에서 코사인법칙에 의하여

$$\cos \theta_2 = \frac{(\overline{AG})^2 + (\overline{AC})^2 - (\overline{CG})^2}{2 \times \overline{AG} \times \overline{AC}}$$

$$= \frac{2^2 + 5^2 - (2\sqrt{6})^2}{2 \times 2 \times 5} = \frac{1}{4}$$

따라서 삼각형 AEG에서 코사인법칙에 의하여

$$\begin{aligned}\overline{GE}^2 &= (\overline{AG})^2 + (\overline{AE})^2 - 2 \times \overline{AG} \times \overline{AE} \times \cos\theta_2 \\ &= 2^2 + 2^2 - 2 \times 2 \times 2 \times \frac{1}{4} = 6\end{aligned}$$

$$\therefore \overline{GE} = \sqrt{6}$$

삼각형 CGE에서 $\angle ECG = \theta_3$ 이라 하면
코사인법칙에 의하여

$$\begin{aligned}\cos\theta_3 &= \frac{(\overline{CG})^2 + (\overline{CE})^2 - (\overline{GE})^2}{2 \times \overline{CG} \times \overline{CE}} \\ &= \frac{(2\sqrt{6})^2 + 3^2 - (\sqrt{6})^2}{2 \times 2\sqrt{6} \times 3} = \frac{3\sqrt{6}}{8}\end{aligned}$$

따라서

$$\sin\theta_3 = \sqrt{1 - \left(\frac{3\sqrt{6}}{8}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{8}$$

삼각형 CGE의 외접원의 반지름의 길이를 R 이라 하면 사인법칙에 의하여

$$\begin{aligned}2R &= \frac{\overline{GE}}{\sin\theta_3} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{10}}{8}} = \frac{8\sqrt{15}}{5}\end{aligned}$$

따라서 삼각형 CHG에서 사인법칙에 의하여

$$\begin{aligned}\overline{GH} &= 2R \times \sin\theta_1 \\ &= \frac{8\sqrt{15}}{5} \times \frac{4}{5} \\ &= \frac{32\sqrt{15}}{25}\end{aligned}$$

정답 ④

15. 출제의도 : 정적분으로 정의된 함수의 도함수와 함수의 극대, 극소를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가?

정답풀이 :

$$h(x) = \int_0^x (g(t) - f(t))dt \text{에서}$$

$$h'(x) = g(x) - f(x)$$

이므로 함수 $h(x)$ 가 오직 하나의 극값을 가지려면

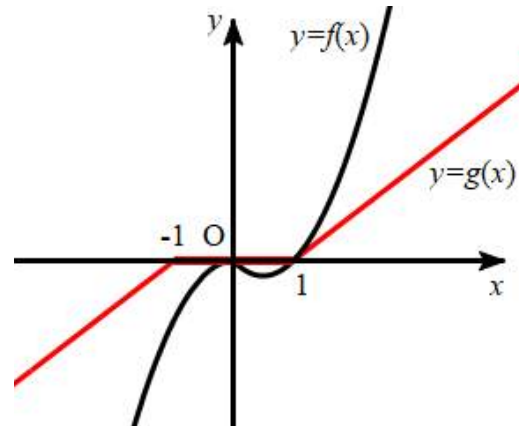
$$h'(x) = 0, \text{ 즉 } f(x) = g(x)$$

이면서 $h'(x) = 0$ 인 점의 좌우에서 $h'(x)$ 의 부호가 바뀌는 점이 오직 한 개만 있어야 한다.

이때 $f'(1) = 1$ 이므로 $a \leq 1$ 이면 다음 그림과 같이 $x=0$ 또는 $x=1$ 에서만

$$f(x) = g(x)$$

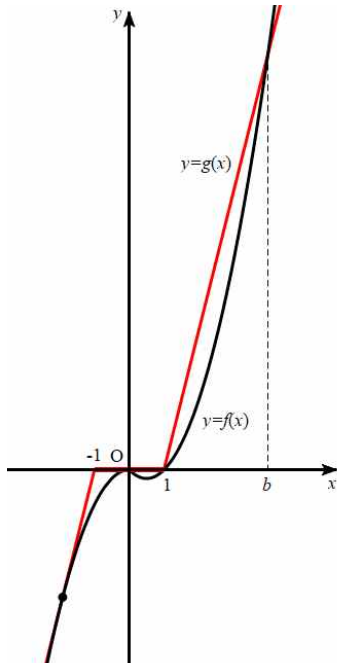
이다.



이때 $x < 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \geq f(x)$ 이므로 함수 $h(x)$ 는 $x=0$ 에서 극값을 갖지 않고, $0 < x < 1$ 에서 $g(x) > f(x)$, $x > 1$ 에서 $f(x) > g(x)$ 이므로 함수 $h(x)$ 는 $x=1$ 에서만 극값을 갖는다.

즉, $a \leq 1$ 이면 조건을 만족시킨다.

한편 $a > 1$ 이면 다음 그림과 같이 $x > 1$ 에서 $f(x) = g(x)$ 인 x 의 값이 있다. 이 값을 b 라 하자.



이때 $g(b) - f(b) = 0$ 이고 $1 < x < b$ 에서 $g(x) > f(x)$, $x > b$ 에서 $f(x) > g(x)$ 이므로 함수 $h(x)$ 는 $x = b$ 에서 극값을 갖는다.

그러므로 조건을 만족시키려면 $x < -1$ 에서 $f(x) > g(x)$ 인 구간이 없어야 하므로 a 의 값은 위 그림과 같이 $x < -1$ 에서 곡선 $y = -x^2$ 과 직선 $y = ax + a$ 가 접할 때 최대가 된다.

이 접점의 좌표를 $(t, -t^2)$ 이라 하면 접선의 기울기가 $-2t$ 이므로 접선의 방정식은

$$y + t^2 = -2t(x - t)$$

이다. 이 직선이 점 $(-1, 0)$ 을 지나야 하므로

$$t^2 = -2t(-1 - t)$$

$$t(t + 2) = 0$$

$$t < -1 \text{이므로 } t = -2$$

즉, 조건을 만족시키는 a 의 최댓값은

$$-2t = 4$$

이므로

$$k = 4$$

이때, $x \geq 1$ 에서 $g(x) = 4x - 4$ 이므로

$$\begin{aligned} h(3) &= \int_0^3 (g(t) - f(t)) dt \\ &= \int_0^1 (-t^2 + t) dt + \int_1^3 \{(4t - 4) - (t^2 - t)\} dt \\ &= \int_0^1 (-t^2 + t) dt + \int_1^3 (-t^2 + 5t - 4) dt \\ &= \left[-\frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 \right]_0^1 \\ &\quad + \left[-\frac{1}{3}t^3 + \frac{5}{2}t^2 - 4t \right]_1^3 \\ &= \frac{1}{6} + \frac{10}{3} = \frac{7}{2} \end{aligned}$$

$$\text{따라서 } k + h(3) = 4 + \frac{7}{2} = \frac{15}{2}$$

정답 ④

16. 출제의도 : 귀납적으로 정의된 수열을 이용하여 특정한 항의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = n^2 a_n + 1 \quad \dots \textcircled{7}$$

을 만족시키므로

⑦에 $n = 1$ 을 대입하면

$$a_2 = 1^2 \times a_1 + 1$$

$$= 1 \times 1 + 1$$

$$= 2$$

⑦에 $n = 2$ 를 대입하면

$$a_3 = 2^2 \times a_2 + 1$$

$$= 4 \times 2 + 1$$

$$= 9$$

정답 9

17. 출제의도 : 함수의 부정적분을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$F(x)$ 가 함수 $f(x)$ 의 한 부정적분이므로

$$\begin{aligned} F(x) &= \int f(x)dx \\ &= \int (4x^3 - 2x)dx \\ &= x^4 - x^2 + C \quad (\text{단, } C \text{는 적분상수}) \end{aligned}$$

$$F(0) = 4 \text{이므로 } C = 4$$

따라서 $F(x) = x^4 - x^2 + 4$ 이므로

$$F(2) = 16 - 4 + 4 = 16$$

정답 16

18. 출제의도 : 삼각함수 사이의 관계를 이용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\cos(\angle BAC) = -\frac{3}{5}$$

이고, $\sin(\angle BAC) > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \sin(\angle BAC) &= \sqrt{1 - \cos^2(\angle BAC)} \\ &= \sqrt{1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} \times \sin(\angle BAC) \\ &= \frac{1}{2} \times 5 \times 6 \times \frac{4}{5} = 12 \end{aligned}$$

정답 12

19. 출제의도 : 함수의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 8$ 이라 하면

$$\begin{aligned} f'(x) &= 6x^2 + 6x - 12 \\ &= 6(x+2)(x-1) \end{aligned}$$

$f'(x) = 0$ 에서 $x = -2$ 또는 $x = 1$ 이므로 함수 $f(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	-2	...	1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	극대	↘	극소	↗

따라서 함수 $f(x)$ 는 $x = -2$ 에서 극댓값 $f(-2) = 12$ 를 갖고, $x = 1$ 에서 극솟값 $f(1) = -15$ 를 갖는다.

이때 $f(2) = -4$ 이므로 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 $-15 \leq f(x) \leq 12$

따라서 양수 k 의 최솟값은 15이다.

정답 15

20. 출제의도 : 수열의 합과 일반항 사이의 관계 및 \sum 의 정의를 이용하여 주어진 식의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

2이상의 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \sum_{k=1}^{n+1} a_k - \sum_{k=1}^n a_k \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} &a_{n+1} \\ &= \left\{ \frac{2}{3}a_{n+1} + \frac{1}{6}(n+1)^2 - \frac{1}{6}(n+1) + 10 \right\} \\ &\quad - \left(\frac{2}{3}a_n + \frac{1}{6}n^2 - \frac{1}{6}n + 10 \right) \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{3}(a_{n+1} - a_n) + \boxed{\frac{1}{3}n}$$

이고, 이 식을 정리하면

$$2a_n + a_{n+1} = 3 \times \boxed{\frac{1}{3}n}$$

$$\text{즉, } 2a_n + a_{n+1} = n \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

이다.

$$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{2}{3}a_n + \frac{1}{6}n^2 - \frac{1}{6}n + 10 \quad (n \geq 2)$$

에서 양변에 $n=2$ 를 대입하면

$$a_1 + a_2 = \frac{2}{3}a_2 + \frac{1}{6} \times 2^2 - \frac{1}{6} \times 2 + 10$$

$$\text{즉, } a_1 + \frac{1}{3}a_2 = \frac{31}{3}$$

$a_1 = 7$ 이므로

$$a_2 = 3 \times \left(\frac{31}{3} - 7 \right) = \boxed{10} \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

이다. $\textcircled{7}$ 과 $\textcircled{8}$ 에 의하여

$$\sum_{k=1}^{12} a_k + \sum_{k=1}^5 a_{2k+1}$$

$$= (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{12})$$

$$+ (a_3 + a_5 + a_7 + a_9 + a_{11})$$

$$= a_1 + a_2 + 2(a_3 + a_5 + a_7 + a_9 + a_{11})$$

$$+ (a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} + a_{12})$$

$$= a_1 + a_2 + \sum_{k=1}^5 (2a_{2k+1} + a_{2k+2})$$

$$= a_1 + a_2 + \sum_{k=1}^5 (2k+1)$$

$$= 7 + 10 + (3 + 5 + 7 + 9 + 11)$$

$$= 17 + 7 \times 5 = \boxed{52}$$

이다.

이때 $f(n) = \frac{1}{3}n$, $p=10$, $q=52$ 이므로

$$\frac{p \times q}{f(12)} = \frac{10 \times 52}{4} = 130$$

정답 130

21. 출제의도 : 극한의 성질과 미분계수를 이용하여 조건을 만족시키는 함수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

다항함수 $f(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이므로 함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이려면

$$\lim_{x \rightarrow t^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow t^+} g(x) = g(t)$$

즉,

$$\lim_{x \rightarrow t^-} (-f(x)) = \lim_{x \rightarrow t^+} f(x) = f(t)$$

$\dots\dots \textcircled{1}$

이어야 한다.

그런데

$$\lim_{x \rightarrow t^-} (-f(x)) = -f(t), \quad \lim_{x \rightarrow t^+} f(x) = f(t)$$

이므로 $\textcircled{1}$ 에서

$$f(t) = -f(t), \quad \text{즉 } f(t) = 0$$

조건 (가)에서 $a=0$ 또는 $a=2$ 일 때에도

$$\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{g(x)}{x(x-2)}$$
의 값이 존재해야 하므로

$$g(0) = g(2) = 0, \quad \text{즉}$$

$$f(0) = f(2) = 0$$

그러므로

$$f(x) = \alpha x(x-2)(x-k) \quad (k \text{는 상수})$$

$\dots\dots \textcircled{2}$

로 놓을 수 있다.

한편, 자연수 m 에 대하여 조건 (나)에서

$$\lim_{x \rightarrow m^+} \frac{g(x)}{x(x-2)} < 0 \text{일 조건은 다음과 같}$$

다.

(i) $m=1$ 일 때

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} x(x-2) = 1 \times (1-2) < 0 \text{이므로}$$

$g(1) > 0$ 이어야 한다.

이때 $-\frac{7}{2}g(1) < 0$ 이므로 조건 (나)에

서 $-\frac{7}{2}g(1)$ 이 자연수라는 조건에
모순이다.

그러므로 1은 조건 (나)를 만족시키
는 자연수 m 이 될 수 없다.

(ii) $m=2$ 일 때

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{g(x)}{x(x-2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x} \times \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{g(x)-g(2)}{x-2} \\ &= \frac{1}{2} \times \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{g(x)-g(2)}{x-2} < 0 \end{aligned}$$

이므로

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{g(x)-g(2)}{x-2} < 0$$

이어야 한다.

(iii) $m > 2$ 일 때

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow m^+} \frac{g(x)}{x(x-2)} = \frac{g(m)}{m(m-2)} \text{이고} \\ & m(m-2) > 0 \text{이므로} \\ & g(m) < 0 \end{aligned}$$

이어야 한다.

(i), (ii), (iii)에서 $\lim_{x \rightarrow m^+} \frac{g(x)}{x(x-2)} < 0$ 인

자연수 m 의 개수가 2이려면

$g(m) < 0$ 이고 $m > 2$

인 자연수 m 이 적어도 한 개 존재해야
한다.

그러므로 ㉠에서

$$f(x) = \alpha x(x-2)(x-k) \quad (k > 3)$$

이고, 조건 (나)에서

$$g(-1) > 0, \quad g(1) < 0$$

이므로

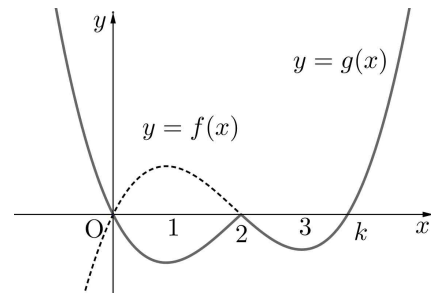
$$t=2$$

이어야 한다.

그러므로

$$g(x) = \begin{cases} -\alpha x(x-2)(x-k) & (x < 2) \\ \alpha x(x-2)(x-k) & (x \geq 2) \end{cases}$$

이다.



이때 2와 3이 조건 (나)를 만족시키므로
 $3 < k \leq 4$ 이어야 한다.

한편,

$$g(-1) = 3\alpha(k+1), \quad g(1) = -\alpha(k-1)$$

이고, 조건 (나)에서

$$g(-1) = 2, \quad -\frac{7}{2}g(1) = 3$$

또는

$$g(-1) = 3, \quad -\frac{7}{2}g(1) = 2$$

이다.

$$\textcircled{1} \quad g(-1) = 2, \quad -\frac{7}{2}g(1) = 3 \text{일 때}$$

$$3\alpha(k+1) = 2 \text{에서 } \alpha = \frac{2}{3(k+1)}$$

$$-\frac{7}{2} \times \{-\alpha(k-1)\} = 3 \text{에서}$$

$$\alpha = \frac{6}{7(k-1)}$$

$$\frac{2}{3(k+1)} = \frac{6}{7(k-1)} \text{에서}$$

$$7(k-1) = 9(k+1)$$

$$7k-7 = 9k+9$$

$$k = -8$$

이는 $3 < k \leq 4$ 에 모순이다.

$$\textcircled{2} \quad g(-1) = 3, \quad -\frac{7}{2}g(1) = 2 \text{일 때}$$

$$3\alpha(k+1) = 3 \text{에서 } \alpha = \frac{1}{k+1}$$

$$-\frac{7}{2} \times \{-\alpha(k-1)\} = 2 \text{에서}$$

$$\alpha = \frac{4}{7(k-1)}$$

$$\frac{1}{k+1} = \frac{4}{7(k-1)} \text{에서}$$

$$7(k-1) = 4(k+1)$$

$$7k-7 = 4k+4$$

$$k = \frac{11}{3}$$

이는 $3 < k \leq 4$ 를 만족시킨다.

$$k = \frac{11}{3} \text{일 때}$$

$$\alpha = \frac{1}{k+1} = \frac{3}{14}$$

그러므로

$$g(-5) = -\frac{3}{14} \times (-5) \times (-7) \times \left(-\frac{26}{3}\right) = 65$$

정답 65

22. 출제의도 : 지수함수와 로그함수의 위치 관계를 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 점의 좌표를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$y = \log_{16}(8x+2) \text{에서}$$

$$16^y = 8x+2 \quad \dots\dots \textcircled{\ominus}$$

$$y = 4^{x-1} - \frac{1}{2} \text{에서}$$

$$4^x = 4y+2 \quad \dots\dots \textcircled{\omin�}$$

이므로 $\textcircled{\omin�}$ 에서 y 대신에 $\frac{x}{2}$, x 대신에 $\frac{y}{2}$

를 대입하면 $\textcircled{\omin�}$ 과 일치한다. $\dots\dots (i)$

점 $A(a, b)$ 가 곡선 $y = \log_{16}(8x+2)$ 위의 점이므로

$$16^b = 8a+2$$

또한 $B(c, d)$ 라 하면 점 B 는 곡선

$$y = 4^{x-1} - \frac{1}{2} \text{위의 점이므로}$$

$$4^c = 4d+2$$

그리고 점 A 를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점 (b, a) 가 직선 OB 위에 있어야 하므로

$$a = \frac{d}{c} \times b, \quad ac - bd = 0 \quad \dots\dots \textcircled{\omin�}$$

이때 (i)에 의하여

$$a = \frac{d}{2}, \quad b = \frac{c}{2} \quad \text{즉} \quad d = 2a, \quad c = 2b$$

$\dots\dots \textcircled{\omin�}$

이고 이 관계는 $\textcircled{\omin�}$ 을 만족시킨다.

따라서 선분 AB 의 중점의 좌표가

$$\left(\frac{77}{8}, \frac{133}{8}\right) \text{이므로}$$

$$\frac{a+c}{2} = \frac{77}{8}, \quad \frac{b+d}{2} = \frac{133}{8}$$

$$a+c = \frac{77}{4}, \quad b+d = \frac{133}{4}$$

$$a+2b = \frac{77}{4}, \quad 2a+b = \frac{133}{4}$$

$$\text{따라서} \quad a = \frac{63}{4}, \quad b = \frac{7}{4} \text{이므로}$$

$$a \times b = \frac{441}{16}$$

$$\text{즉} \quad p = 16, \quad q = 441 \text{이므로}$$

$$p+q = 457$$

정답 457

■ [선택: 미적분]

23. ③ 24. ④ 25. ③ 26. ① 27. ②
28. ⑤ 29. 97 30. 11

23. 출제의도 : 삼각함수의 극한을 계산할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 6x}{2x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 6x}{6x} \times 3 \right) \\ &= 3 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 6x}{6x} \\ &= 3 \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\tan t}{t} \\ &= 3 \times 1 \\ &= 3 \end{aligned}$$

정답 ③

24. 출제의도 : 치환적분을 이용하여 정적분의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\begin{aligned} \sin x - \sin^3 x &= \sin x (1 - \sin^2 x) \\ &= \sin x \cos^2 x \end{aligned}$$

또한

$$\sin x = t \text{라 하면}$$

$$\sin 0 = 0, \sin \frac{\pi}{2} = 1 \text{이고}$$

$$\cos x = \frac{dt}{dx} \text{이므로}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin x - \sin^3 x} dx$$

$$\begin{aligned} &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin x \cos^2 x} dx \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sqrt{\sin x} \times \cos x) dx \\ &= \int_0^1 \sqrt{t} dt \\ &= \left[\frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} \right]_0^1 \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

정답 ④

25. 출제의도 : 수열의 극한의 대소관계를 이용하여 주어진 수열의 극한값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sqrt{9n^2 - 5} + 2n < a_n < 5n + 1$$

을 만족시키므로

$$\frac{\sqrt{9n^2 - 5} + 2n}{n} < \frac{a_n}{n} < \frac{5n + 1}{n}$$

이때

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2 - 5} + 2n}{n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{9 - \frac{5}{n^2}} + 2 \right) \\ &= 3 + 2 = 5, \end{aligned}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n + 1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(5 + \frac{1}{n} \right) = 5$$

이므로 수열의 극한의 대소관계에 의하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = 5$$

따라서

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a_n + 2)^2}{na_n + 5n^2 - 2} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{a_n}{n} + \frac{2}{n}\right)^2}{\frac{a_n}{n} + 5 - \frac{2}{n^2}} \\ &= \frac{(5+0)^2}{5+5-0} \\ &= \frac{5}{2} \end{aligned}$$

정답 ③

26. 출제의도 : 정적분을 활용하여 입체도형의 부피를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

구하는 입체도형의 부피는

$$\begin{aligned} &\int_1^2 \frac{\sqrt{3}}{4} (\sqrt{x+x \ln x})^2 dx \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \int_1^2 (x+x \ln x) dx \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \int_1^2 x(1+\ln x) dx \quad \dots \ominus \end{aligned}$$

이때 부분적분법에 의하여

$$\begin{aligned} &\int_1^2 x(1+\ln x) dx \\ &= \left[\frac{x^2}{2} (1+\ln x) \right]_1^2 - \int_1^2 \left(\frac{x^2}{2} \times \frac{1}{x} \right) dx \\ &= \left\{ \frac{4}{2} (1+\ln 2) \right\} - \left\{ \frac{1}{2} (1+\ln 1) \right\} - \int_1^2 \frac{x}{2} dx \\ &= \frac{3+4 \ln 2}{2} - \left[\frac{x^2}{4} \right]_1^2 \\ &= \frac{3+4 \ln 2}{2} - \frac{4-1}{4} \\ &= \frac{3+8 \ln 2}{4} \end{aligned}$$

⊖에서 구하는 입체도형의 부피는

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{3+8 \ln 2}{4} = \frac{\sqrt{3}(3+8 \ln 2)}{16}$$

정답 ①

27. 출제의도 : 매개변수로 나타내어진 함수의 도함수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$x = e^{4t}(1 + \sin^2 \pi t)$, $y = e^{4t}(1 - 3\cos^2 \pi t)$ 를

$y = 3x - 5e$ 에 대입하면

$$e^{4t}(1 - 3\cos^2 \pi t) = 3e^{4t}(1 + \sin^2 \pi t) - 5e$$

$$e^{4t} \{-2 - 3(\cos^2 \pi t + \sin^2 \pi t)\} = -5e$$

$$e^{4t}(-2 - 3 \times 1) = -5e$$

$$e^{4t} = e$$

$$4t = 1 \text{에서 } t = \frac{1}{4}$$

이때

$$\frac{dx}{dt} = e^{4t}(4 + 4\sin^2 \pi t + 2\pi \sin \pi t \cos \pi t),$$

$$\frac{dy}{dt} = e^{4t}(4 - 12\cos^2 \pi t + 6\pi \cos \pi t \sin \pi t)$$

이므로

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} \\ &= \frac{e^{4t}(4 - 12\cos^2 \pi t + 6\pi \cos \pi t \sin \pi t)}{e^{4t}(4 + 4\sin^2 \pi t + 2\pi \sin \pi t \cos \pi t)} \\ &= \frac{4 - 12\cos^2 \pi t + 6\pi \cos \pi t \sin \pi t}{4 + 4\sin^2 \pi t + 2\pi \sin \pi t \cos \pi t} \end{aligned}$$

위 식에 $t = \frac{1}{4}$ 을 대입하면

$$\frac{4-12 \times \frac{1}{2} + 6\pi \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{4+4 \times \frac{1}{2} + 2\pi \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$= \frac{4-6+3\pi}{4+2+\pi} = \frac{3\pi-2}{\pi+6}$$

따라서 곡선 C 가 직선 $y=3x-5e$ 와 만나는 점 P에서의 접선의 기울기는

$$\frac{3\pi-2}{\pi+6}$$

정답 ②

28. 출제의도 : 부분적분과 치환적분을 이용하여 새롭게 정의된 함수의 정적분의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + \ln(1+x) \text{에서}$$

$$f'(x) = x - 1 + \frac{1}{1+x} = \frac{x^2}{x+1}$$

점 $(s, f(s)) (s > 0)$ 에서 y 축에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$H(0, f(s))$$

또한 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(s, f(s))$ 에서의 접선의 방정식은

$$y - f(s) = \frac{s^2}{s+1}(x - s)$$

이고 이 접선이 y 축과 만나는 점을 I라 하면

$$I\left(0, -\frac{s^3}{s+1} + f(s)\right)$$

이때 $s > 0$ 에서 $f'(s) = \frac{s^2}{s+1} > 0$ 이므로

두 점 H, I 사이의 거리는

$$f(s) - \left(-\frac{s^3}{s+1} + f(s)\right) = \frac{s^3}{s+1}$$

즉 $t = \frac{s^3}{s+1}$ 이다.

이때

$$\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{27}{4}} g(t) dt = \left[tg(t) \right]_{\frac{1}{2}}^{\frac{27}{4}} - \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{27}{4}} tg'(t) dt$$

이고

$t = \frac{1}{2}$ 일 때

$$\frac{s^3}{s+1} = \frac{1}{2}, 2s^3 - s - 1 = 0$$

$$(s-1)(2s^2+2s+1) = 0$$

에서 $s > 0$ 이므로 $s = 1$

$t = \frac{27}{4}$ 일 때

$$\frac{s^3}{s+1} = \frac{27}{4}, 4s^3 - 27s - 27 = 0$$

$$(s-3)(2s+3)^2 = 0$$

에서 $s > 0$ 이므로 $s = 3$

즉

$$\left[tg(t) \right]_{\frac{1}{2}}^{\frac{27}{4}} = \frac{27}{4}g\left(\frac{27}{4}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{27}{4} \times 3 - \frac{1}{2} \times 1$$

$$= \frac{79}{4}$$

또한 $s = g(t)$ 이므로 $g'(t) = \frac{ds}{dt}$

따라서

$$\begin{aligned}
& \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{27}{4}} tg'(t)dt \\
&= \int_1^3 \frac{s^3}{s+1} ds \\
&= \int_1^3 \left(s^2 - s + 1 - \frac{1}{s+1} \right) ds \\
&= \left[\frac{1}{3}s^3 - \frac{1}{2}s^2 + s - \ln|s+1| \right]_1^3 \\
&= \left(9 - \frac{9}{2} + 3 - \ln 4 \right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 1 - \ln 2 \right) \\
&= \left(\frac{15}{2} - 2\ln 2 \right) - \left(\frac{5}{6} - \ln 2 \right) \\
&= \frac{20}{3} - \ln 2
\end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned}
& \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{27}{4}} g(t)dt \\
&= \frac{79}{4} - \left(\frac{20}{3} - \ln 2 \right) \\
&= \frac{157}{12} + \ln 2
\end{aligned}$$

정답 ⑤

29. 출제의도 : 조건을 만족시키는 등차수열과 등비수열을 구하여 급수의 합을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면 첫째

항도 d 이므로

$$a_n = d + (n-1)d = nd \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

이때 어떤 자연수 k 에 대하여

$$b_{k+1} = \frac{1}{a_1} - 1 = \frac{1}{d} - 1$$

$$b_{k+2} = \frac{1}{a_2} - 1 = \frac{1}{2d} - 1$$

$$b_{k+3} = \frac{1}{a_3} - 1 = \frac{1}{3d} - 1$$

이고 수열 $\{b_n\}$ 은 등비수열이므로

$$\left(\frac{1}{2d} - 1 \right)^2 = \left(\frac{1}{d} - 1 \right) \left(\frac{1}{3d} - 1 \right)$$

$$\frac{1}{4d^2} - \frac{1}{d} + 1 = \frac{1}{3d^2} - \frac{1}{d} - \frac{1}{3d} + 1$$

$$\frac{1}{12d^2} = \frac{1}{3d}$$

$$d = \frac{1}{4}$$

이때 $b_{k+1} = 3$, $b_{k+2} = 1$, $b_{k+3} = \frac{1}{3}$ 이므로

로 등비수열 $\{b_n\}$ 의 공비는 $\frac{1}{3}$ 이고 첫째

항 b_1 은 3의 거듭제곱 꼴이다.

한편 $0 < \sum_{n=1}^{\infty} \left(b_n - \frac{1}{a_n a_{n+1}} \right) < 30$ 에서

$$\sum_{n=1}^{\infty} b_n = \frac{b_1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{2} b_1,$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{16}{n(n+1)}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} 16 \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right)$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} 16 \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) = 16$$

이므로

$$0 < \frac{3}{2} b_1 - 16 < 30$$

$$\frac{32}{3} < b_1 < \frac{92}{3}$$

이때 b_1 은 3의 거듭제곱 꼴이어야 하므로

$$b_1 = 27$$

즉, $a_n = \frac{n}{4}$ 이고, 수열 $\{b_{2n}\}$ 은

$$\text{첫째항이 } b_2 = b_1 \times \frac{1}{3} = 27 \times \frac{1}{3} = 9,$$

공비가 $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ 인 등비수열이므로

$$\begin{aligned} a_2 \times \sum_{n=1}^{\infty} b_{2n} &= \frac{2}{4} \times \frac{9}{1 - \frac{1}{9}} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{81}{8} = \frac{81}{16} \end{aligned}$$

따라서 $p = 16$, $q = 81$ 이므로

$$p + q = 97$$

정답 97

30. 출제의도 : 역함수의 성질과 역함수의 미분법을 활용하여 주어진 식의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

함수 $f(x)$ 가 실수 전체에서 증가하는 연속함수이므로 역함수 $f^{-1}(x)$ 도 실수 전체에서 증가하는 연속함수이다.

따라서 조건 (가)에서 $|x| \leq 1$ 일 때

$$f^{-1}(x) = -\frac{x}{2}(x^2 - 5)$$

이고, 조건 (나)에서 $x > 1$ 일 때

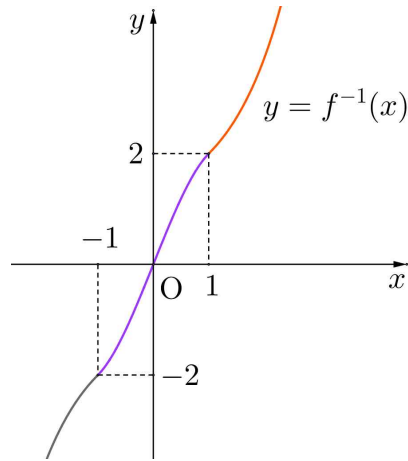
$$f^{-1}(x) = e^{x-1} + 1$$

이며 $x < -1$ 일 때

$$f^{-1}(x) = -(e^{-x-1} + 1)$$

이다.

역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



(i) 점 $(0, 1)$ 을 지나고 곡선

$$y = -\frac{x}{2}(x^2 - 5), \text{ 즉 } y = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{5}{2}x$$

에 접하는 직선 l 의 기울기를 구해 보자.

$$y' = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{2} \text{ 이므로 접점의 } x \text{좌표}$$

를 α 라 하면

$$\frac{-\frac{1}{2}\alpha^3 + \frac{5}{2}\alpha - 1}{\alpha - 0} = -\frac{3}{2}\alpha^2 + \frac{5}{2}$$

$$-\alpha^3 + 5\alpha - 2 = -3\alpha^3 + 5\alpha$$

$$\alpha = 1$$

따라서 접선 l 의 기울기는 1이다.

한편, $y = e^{x-1} + 1$ 에서 $y' = e^{x-1}$ 이므로 이 곡선 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선의 기울기도 1이다.

(ii) 점 $(0, 1)$ 을 지나고 곡선

$$y = -(e^{-x-1} + 1), \text{ 즉 } y = -e^{-x-1} - 1$$

에 접하는 직선 m 의 기울기를 구해 보자.

$$y' = e^{-x-1} \text{ 이므로 접점의 } x \text{좌표를 } \beta \text{라 하면}$$

$$\frac{-e^{-\beta-1}-1-1}{\beta-0} = e^{-\beta-1}$$

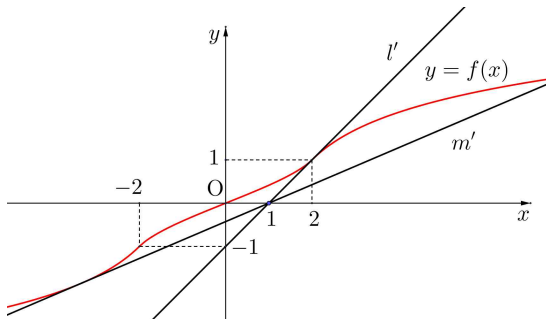
$$-e^{-\beta-1}-2 = \beta e^{-\beta-1}$$

$$(\beta+1)e^{-(\beta+1)} = -2 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

한편, 두 직선 l, m 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 직선을 각각 l', m' 이라 하면 두 직선 l', m' 의 기울기는 각각 $\frac{1}{1}=1, \frac{1}{e^{-\beta-1}}=e^{\beta+1}$

이다.

이때 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 점 $(1, 0)$ 에서 이 곡선에 그은 접선은 다음 그림과 같다.



$$(\beta+1)e^{-(\beta+1)} = \frac{\beta+1}{e^{\beta+1}} = -2$$

이므로

$$\frac{\ln b}{b} = \frac{\beta+1}{e^{\beta+1}} = -2$$

따라서

$$g(a) \times \left(\lim_{m \rightarrow a^+} g(m) \right) + g(b) \times \left(\frac{\ln b}{b} \right)^2 = 1 \times 3 + 2 \times (-2)^2 = 11$$

정답 11

따라서

$$g(m) = \begin{cases} 1 & (m \leq 0) \\ 3 & (0 < m < e^{\beta+1}) \\ 2 & (m = e^{\beta+1}) \\ 1 & (m > e^{\beta+1}) \end{cases}$$

이므로 함수 $g(m)$ 이 $m=a, m=b$

$(a < b)$ 에서 불연속인 a, b 는

$$a=0, b=e^{\beta+1}$$

이다.

$$b=e^{\beta+1} \text{에서 } \ln b = \beta+1 \text{이고}$$

⑦에서