(홀수형)

2008학년도 대학수학능력시험 (수리영역-가형) 정답 및 해설

1.

$8^{\frac{2}{3}}+\log_2 8$

$=(2^3)^{\frac{2}{3}}+\log_2 2^3$

$=2^2+3$

$=7$

답 ③

2.

$X=2B-A$

$=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 2 & -2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1 & -2\\ 3 & 0\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}3 & 2\\ -1 & -2\end{pmatrix}$

답 ①

3.

$f(x)$ 는 $x=3$ 에서 연속이므로

$\lim\limits_{x\to3} f(x)=f(3)$ 이어야 한다.

$\lim\limits_{x\to3} f(x)=\lim\limits_{x\to3}\dfrac{x^2+x-12}{x-3}$

$=\lim\limits_{x\to3}\dfrac{(x-3)(x+4)}{x-3}$

$=\lim\limits_{x\to3}(x+4)$

$=7$

$\therefore\ f(3)=a=7$

답 ④

4.

$f(x)=A(x+3)$, $g(x)=B(x+3)$

(A, B는 서로소인 두 일차식)으로 놓으면

$L=AB(x+3)=x(x+3)(x-4)$ 에서

$A=x,\ B=x-4$

또는 $A=x-4,\ B=x$

$\dfrac{1}{f(x)}+\dfrac{1}{g(x)}\le0$

$\Leftrightarrow\ \dfrac{B+A}{L}\le0$

$\Leftrightarrow\ \dfrac{x+x-4}{x(x+3)(x-4)}\le0$

$\Leftrightarrow\ 2(x-2)x(x+3)(x-4)\le0$,

$x\ne-3,\ x\ne0,\ x\ne4$

$\Leftrightarrow\ -3<x<0,\ 2\le x<4$

따라서, 정수 x는 $-2,-1,2,3$의 4개이다.

답 ④

5.

$y=\log_2(x+a)+b$ 의 점근선은

$x=-a$,

포물선 $y^2=x$ 의 준선은

$x=-\dfrac{1}{4}$ 이므로

$a=\dfrac{1}{4}$

$y=\log_2(x+a)+b$ 가

$y^2=x$ 의 초점 $\left(\dfrac{1}{4},0\right)$을 지나므로

$0=\log_2\left(\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}\right)+b$

$=\log_2\dfrac{1}{2}+b$

$=-1+b$

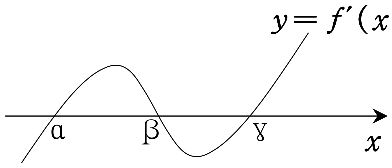
$\therefore\ b=1$

$\therefore \ a+b=\dfrac{5}{4}$

답 ①

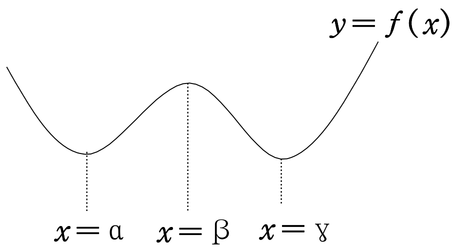
6.

ㄱ. $f'(x)=0$ 은 최고차항의 계수가 양수인 삼차방정식이고, 서로 다른 세 실근을 가지므로 $y=f'(x)$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.



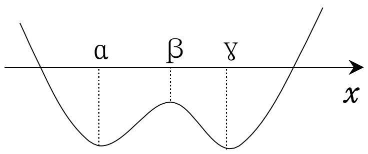
$x=\beta$ 의 좌우에서 $f'(x)$ 의 부호가 양에서 음으로 바뀌므로 $f(x)$ 는 $x=\beta$ 에서 극대값을 갖는다. (참)

ㄴ. 사차함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.

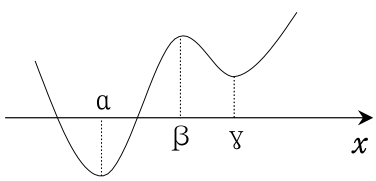


따라서, $f(\alpha)f(\beta)f(\gamma)<0$ 인 경우는 다음과 같다.

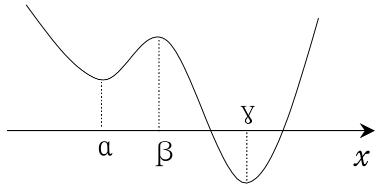
(i) $f(\alpha)<0, f(\beta)<0, f(\gamma)<0$



(ii) $f(\alpha)<0, f(\beta)>0, f(\gamma)>0$



(iii) $f(\alpha)>0, f(\beta)>0, f(\gamma)<0$



그러므로 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다. (참)

ㄷ. ㄴ의 (iii)에서 방정식 $f(x)=0$ 의 두 실근은 모두 β보다 크다. (거짓)

따라서, 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

답 ③

7.

점 P의 좌표를 $(3, t, 1)$ (t는 실수)로 놓으면

$$\overline{OP}=\sqrt{3^2+t^2+1^2}$$
$$=\sqrt{t^2+10}$$

이므로

$t=0$ 일 때, $\overline{OP}$의 최소값은 $\sqrt{10}$ 이다.

답 ②

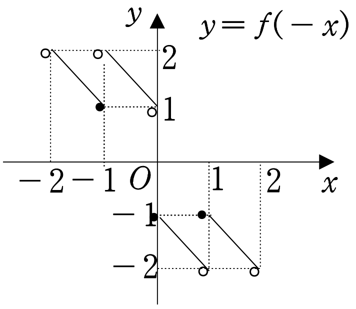
8.

ㄱ. $\lim_{x\to -0} f(x)=-1$, $\lim_{x\to +0} f(x)=1$ 이므로

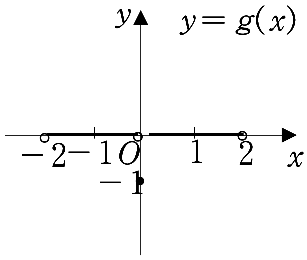
$\lim_{x\to 0} f(x)$ 는 존재하지 않는다. (거짓)

ㄴ. $y=f(-x)$ 의 그래프는 $y=f(x)$ 의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동한 것이므로 다음과 같다.

2008학년도 대학수학능력시험 (수리영역-가형) 정답 및 해설



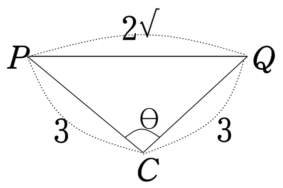
따라서, $g(x)=f(x)+f(-x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



$\lim_{x\to -0} g(x)=\lim_{x\to +0} g(x)=0$ 이므로

$\lim_{x\to 0} g(x)=0$ (참)

ㄷ. ㄴ에서 $g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.



(참)

따라서, 보기 중 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

답 ⑤

9.

구 $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$ 의 반지름의 길이가 3이므로

$|\overrightarrow{CP}|=|\overrightarrow{CQ}|=3$

두 벡터 $\overrightarrow{CP}, \overrightarrow{CQ}$가 이루는 각의 크기를 Θ 라 하면

$\overrightarrow{CP}\bullet\overrightarrow{CQ}=|\overrightarrow{CP}||\overrightarrow{CQ}|\cos\Theta$

$=9\cos\Theta$

이므로 $\cos\Theta$의 값이 최소일 때, $\overrightarrow{CP}\bullet\overrightarrow{CQ}$의 값도 최소값을 갖는다.

또한, $0\le\Theta<\pi$일 때 Θ의 값이 클수록 $\cos\Theta$의 값이 작아지므로 구와 평면의 교선인 원 S 위의 점 P, Q가 지름의 양끝점일 때 $\cos\Theta$는 최소값을 갖는다.

구의 중심 $C(1,1,1)$에서 평면 $x+y+z=6$에 이르는 거리는

$$\frac{|1+1+1-6|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\sqrt{3}$$

이고, 구의 반지름의 길이가 3이므로

원 S의 반지름의 길이를 r라 하면

$r=\sqrt{3^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{6}$

삼각형 CPQ에서

제이코사인법칙에 의하여

$$\cos\Theta=\frac{3^2+3^2+(2\sqrt{6})^2}{2\cdot 3\cdot 3}$$

$$=-\frac{1}{3}$$

이므로 구하는 $\overrightarrow{CP}\bullet\overrightarrow{CQ}$의 최소값은

$$9\cos\Theta=9\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$=-3$$

답 ①

10.

$f(x)$의 그래프와 그 역함수의 그래프의 교점은 $f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$의 교점과 같고, 두 교점의 x좌표가 1, 3이므로 교점의 좌표는 $(1,1)$, $(3,3)$ 이다.

$f(1)=1$에서 $a^{1-m}=1$이므로 $1-m=0$

$\therefore\ m=1$

$f(3)=3$ 에서 $a^{3-m}=3$ 이므로 $a^2=3$

$a>0$ 이므로 $a=\sqrt{3}$

$\therefore\ a+m=1+\sqrt{3}$

답 ③

11.

$(1^2+1)\cdot 1!+(2^2+1)\cdot 2!+\cdots$

$+(k^2+1)\cdot k!+\{(k+1)^2+1\}\cdot(k+1)!$

$=[\ k\cdot(k+1)!\ ]+\{(k+1)^2+1\}\cdot(k+1)!$

$=\{k+(k+1)^2+1\}\cdot(k+1)!$

$=([\ k^2+3k^2+2\ ])\cdot(k+1)!$

$=(k+1)(k+2)(k+1)!$

$=(k+1)\cdot[\ (k+2)!\ ]$

답 ②

12.

2장의 카드에 적혀있는 두 수의 합이 홀수인 사건을 E라 하고, 주머니 A, B에서 꺼낸 카드에 적혀있는 수가 짝수인 사건을 각각 A,B라 하면 구하는 확률은 $P(A|E)$이다.

$$\therefore\ P(A|E)=\frac{P(A\cap E)}{P(E)}$$

$$=\frac{P(A\cap E)}{P(A\cap E)+P(B\cap E)}$$

$$=\frac{\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}}{\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\cdot\frac{3}{5}}$$

$$=\frac{4}{13}$$

답 ②

13.

신입사원의 키를 확률변수 X라고 하면 X는 정규분포 $N(m,10^2)$을 따른다.

$$P(X\geq 177)=P\left(Z\geq\frac{177-m}{10}\right)$$

$$=0.242$$

$$P\left(0\leq Z\leq\frac{177-m}{10}\right)=0.5-0.242$$

$$=0.258$$

이므로

$\dfrac{177-m}{10}=0.7$ 에서

$m=170$

$$\therefore\ P(X\geq 180)=P\left(Z\geq\frac{180-170}{10}\right)$$

$$=P(Z\geq 1)$$

$$=0.5-P(0\leq Z\leq 1)$$

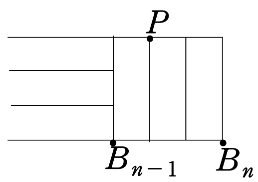
$$=0.5-0.3413$$

$$=0.1587$$

답 ①

14.

(i) n이 짝수일 때,



B_n에 이르는 최단경로는

$A\to B_{n-1}\to B_n$

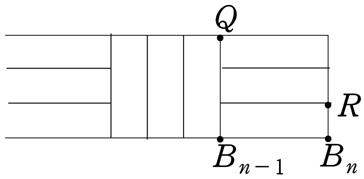
또는 $A\to P\to B_n$

$$\therefore\ a_n=a_{n-1}\times 1+1\times\frac{3!}{2!1!}$$

$$=a_{n-1}+3$$

(ii) n이 홀수일 때,

2008학년도 대학수학능력시험 (수리영역-가형) 정답 및 해설



B_n에 이르는 최단경로는

$A \to B_{n-1} \to B_n$

또는 $A \to Q \to R \to B_n$

$\therefore\ a_n = a_{n-1} \times 1 + 1 \times \dfrac{3!}{2!1!} \times 1$

$= a_{n-1} + 3$

(i),(ii)에서

$a_n = a_{n-1} + 3$ ($n = 2, 3, 4, \cdots$)

이므로 수열 $\{a_n\}$은 공차가 3인 등차수열이다.

$a_1 = \dfrac{4!}{3!\,1!} = 4$ 이므로

$a_3 = 4 + 2 \times 3 = 10$,

$a_7 = 4 + 6 \times 3 = 22$

$\therefore\ a_3 + a_7 = 32$

답 ④

15.

ㄱ. $a = b$이면

$AB = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$

$= aE$ (E는 단위행렬)

이므로

$A \cdot \left(\dfrac{1}{a} B\right) = E$

$\therefore\ A^{-1} = \dfrac{1}{a} B$ (참)

ㄴ. ㄱ에서 $A^{-1} = \dfrac{1}{a} B$이므로

$A \cdot \dfrac{1}{a} B = \dfrac{1}{a} B \cdot A$

$= E$

$\therefore\ AB = BA$ (참)

ㄷ. $AB = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ 이므로

$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} a & 0 \\ -a & b \end{pmatrix}$

$BA = \begin{pmatrix} a & 0 \\ -a & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} a & 0 \\ -a+b & b \end{pmatrix}$

$a \neq b$이므로

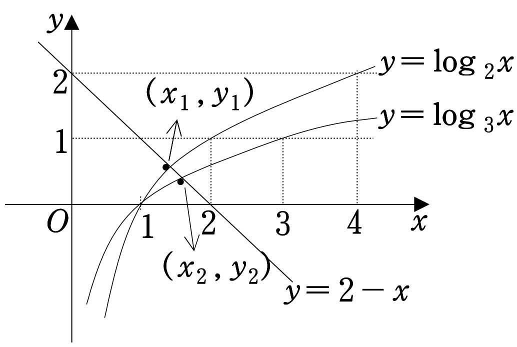
$-a + b \neq 0$

$\therefore\ AB \neq BA$ (거짓)

따라서, 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

답 ③

16.



ㄱ. $x_1 > 1$, $y_2 < 1$ 이므로

$x_1 > y_2$ (참)

ㄴ. $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$는 직선 $y=2-x$ 위의 점이므로

$$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=-1$$

$$\therefore\ x_2-x_1=-(y_2-y_1)$$
$$=y_1-y_2\ \text{(참)}$$

ㄷ. $x_1y_1-x_2y_2=x_1(2-x_1)-x_2(2-x_2)$
$$=(x_2{}^2-x_1{}^2)-2(x_2-x_1)$$
$$=(x_2-x_1)(x_2+x_1-2)$$

$x_2-x_1>0$이고,

$x_1>1,\ x_2>1$에서 $x_1+x_2>2$이므로

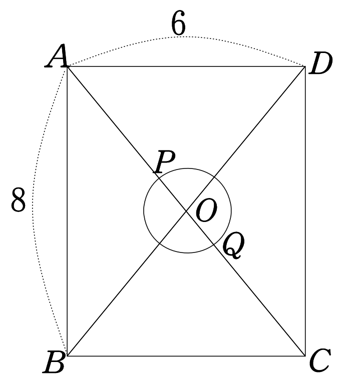
$x_1y_1-x_2y_2>0$

$\therefore\ x_1y_1>x_2y_2$ (참)

따라서, 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

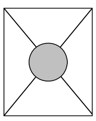
답 ⑤

17.



$\overline{AC}=10,\ \overline{PQ}=2$이므로

$\overline{AP}=\frac{1}{2}(10-2)=4$

따라서,  모양의 닮은 도형들을 크기순으로 나열할 때, 인접하는 두 도형의 닮음비는

$10:4=5:2$

이고, 넓이의 비는 $25:4$이다.

R_1에 있는 원의 넓이는 π이고, 닮은꼴의 원의 개수는 크기순으로

$1, 4, 4^2, 4^3, \cdots$

이므로

$$\lim_{n\to\infty}S_n=\pi+4\times\frac{4}{25}\pi+4^2\times\left(\frac{4}{25}\right)^2\pi+4^3\times\left(\frac{4}{25}\right)^3\pi+\cdots$$
$$=\frac{\pi}{1-\frac{16}{25}}$$
$$=\frac{25}{9}\pi$$

답 ⑤

18.

$f'(x)=3x^2-12$
$=3(x+2)(x-2)=0$에서

$x=-2,\ 2$

따라서, $f(x)$는 $x=-2$일 때 극대값을 갖고, 극대값은

$f(-2)=-8+24=16$

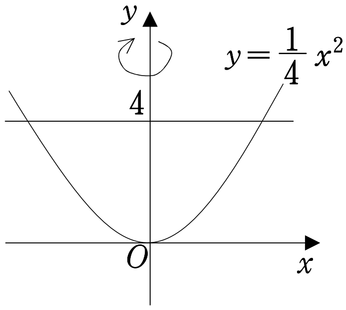
$\therefore\ a=-2,\ b=16$

$\therefore\ a+b=14$

답 14

19.

2008학년도 대학수학능력시험 (수리영역-가형) 정답 및 해설



$y=\frac{1}{4}x^2$에서 $x^2=4y$이므로

구하는 회전체의 부피는

$V=\int_0^4 \pi x^2 dy$

$=\int_0^4 4\pi y\, dy$

$=[\,2\pi y^2]_0^4$

$=32\pi$

$\therefore\ k=32$

답 32

20.

$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}f\left(1+\frac{2k}{n}\right)$

$=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f\left(1+\frac{2k}{n}\right)\cdot\frac{2}{n}\cdot\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}\int_1^3 f(x)\,dx$

$=\frac{1}{2}\int_1^3 (x^3+x)\,dx$

$=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2\right]_1^3$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{81}{4}+\frac{9}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{1}{2}(20+4)$

$=12$

답 12

21.

쌍곡선 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$의 주축의 길이는

$2\times4=8$

이므로 쌍곡선의 정의에 의하여

$\overline{PF'}-\overline{PF}=\overline{QF}-\overline{QF'}=8$

$\therefore\ \overline{PF'}=\overline{PF}+8\ \cdots㉠$

$\overline{QF'}=\overline{QF}-8\ \cdots㉡$

㉠-㉡에서

$\overline{PF'}-\overline{QF'}=\overline{PF}-\overline{QF}+16$

$\overline{PF'}-\overline{QF'}=3$이므로

$\overline{QF}-\overline{PF}=16-3=13$

답 13

22.

$M=4$일 때, $N=64$이므로

$\log 64=a-0.9\times4$

$\therefore\ a=3.6+\log 64=3.6+6\log 2$

$=3.6+6\times0.3=5.4$

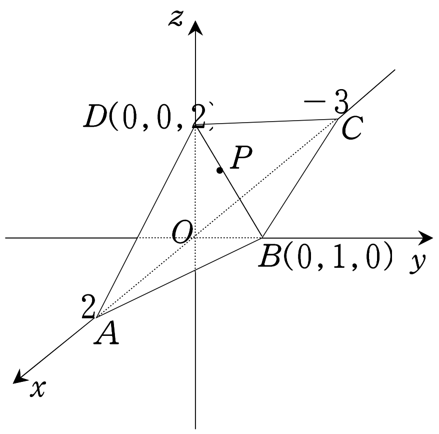
$M=x$일 때, $N=1$이므로

$\log 1=a-0.9x$에서 $0.9x=a=5.4$

$\therefore\ 9x=54$

답 54

23.



직선 BD의 방정식은

$$\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-2},\ x=0$$

이고, 직선 위의 임의의 점 P의 좌표를

$(0,\ t,\ -2t+2)$

로 놓으면

$$\overline{PA}^2+\overline{PC}^2=2^2+(-t)^2+(2t-2)^2$$

$$+(-3)^2+(-t)^2+(2t-2)^2$$

$$=10t^2-16t+21$$

$$=10\left(t-\frac{4}{5}\right)^2+\frac{73}{5}$$

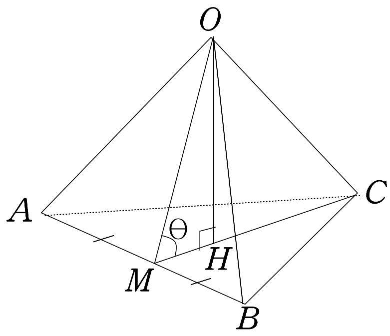
$t=\frac{4}{5}$ 일 때, $\overline{PA}^2+\overline{PC}^2$의 값은 최소이고, 점 P의 좌표는 $\left(0,\ \frac{4}{5},\ \frac{2}{5}\right)$이므로 점 P는 선분 BD 위에 있다.

$\therefore\ \ a+b+c=0+\frac{4}{5}+\frac{2}{5}=\frac{6}{5}$

$\therefore\ \ p+q=5+6=11$

답 11

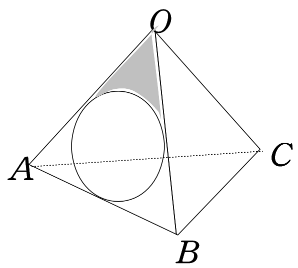
24.



두 평면 OAB, ABC가 이루는 각을 θ라 하면

$$\cos\theta=\frac{\overline{MH}}{\overline{AM}}$$

$$=\frac{\overline{MH}}{\overline{CM}}=\frac{1}{3}$$



위의 그림과 같이 $\triangle OAB$에서 어두운 부분을 평면 ABC 위로 정사영시키고, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$에서도 같은 방법으로 정사영시키면 이들은 서로 겹치지 않고 S_1, S_2, S_3로 둘러싸인 부분과 일치한다.

$\triangle OAB$에서 내접원의 반지름의 길이를 r라고 하면

$$\frac{1}{2}r(6+6+6)=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2$$

$\therefore\ \ r=\sqrt{3}$

따라서, 어두운 부분의 넓이는

$$\frac{1}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2-3\pi\right)=3\sqrt{3}-\pi$$

이므로 구하는 넓이 S는

$$S=(3\sqrt{3}-\pi)\times\cos\theta\times 3$$

$=(3\sqrt{3}-\pi)\times\frac{1}{3}\times 3$

$=3\sqrt{3}-\pi$

$\therefore\ (S+\pi)^2=(3\sqrt{3})^2=27$

답 27

25.

체험 프로그램을 1, 2, 3, 4, 5라 하자.

A, B가 함께 1을 선택하는 경우

2, 3, 4, 5 중 각각 1개씩을 선택하는 경우의 수는

$_4P_2=12$(가지)

A, B가 함께 2, 3, 4, 5를 선택하는 경우도 마찬가지이므로 구하는 경우의 수는

$5\times{}_4P_2=60$(가지)

답 60

미분과 적분

26.

$\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha=1-2\times(\frac{3}{4})^2$

$=1-\frac{9}{8}=-\frac{1}{8}$

답 ③

27.

ㄱ. $f(x)=x+\sin x$에서

$f'(x)=1+\cos x,\quad f''(x)=-\sin x$

$0<x<\pi$에서 $0<\sin x<1$

$\therefore\ -1<f''(x)<0$

따라서, $f(x)$는 $0<x<\pi$에서 위로 볼록하다. (참)

ㄴ. $g'(x)=f'(f(x))f'(x)$

$=(1+\cos f(x))(1+\cos x)$

$0<x<\pi$에서 $-1<\cos x<1$, $\cos f(x)>0$ 이므로

$1+\cos f(x)>0$, $1+\cos x>0$

$\therefore\ g'(x)>0$

따라서, $g(x)$는 $0<x<\pi$에서 증가한다. (참)

ㄷ. $g(0)=f(f(0))=f(0)=0$

$g(\pi)=f(f(\pi))=f(\pi)=\pi$

$g(x)$가 $[0,\pi]$에서 연속이고, $(0,\pi)$에서 미분가능하므로

$f'(x)=\frac{g(\pi)-g(0)}{\pi-0}=1$인 x $(0<x<\pi)$ 가 적어도 하나 존재한다. (평균값 정리) (참)

따라서, 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ 이다.

답 ⑤

28.

사각형 AODE에서

$\angle DAE=\pi-2\theta$, $\angle ADO=\angle AEO=90°$

이므로 $\angle DOE=2\theta$

한편, O에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 하고, 내접원의 반지름의 길이를 r라 하면

$\tan\frac{\theta}{2}=\frac{\overline{OH}}{\overline{CH}}=\frac{r}{1}=r$

$\therefore\ S(\theta)=\triangle OED=\frac{1}{2}r^2\sin 2\theta$

$=\frac{1}{2}\tan^2\frac{\theta}{2}\sin 2\theta=\sin\theta\cos\theta\tan^2\frac{\theta}{2}$

∴

$$\lim_{\theta\to+0}\frac{S(\theta)}{\theta^3} = \lim_{\theta\to+0}\frac{\sin\theta\cos\theta\tan^2\frac{\theta}{2}}{\theta^3}$$

$$= \lim_{\theta\to+0}\cos\theta\,\frac{\sin\theta}{\theta}\,\frac{\tan^2\frac{\theta}{2}}{4\left(\frac{\theta}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{4}$$

답 ②

29.

어두운 부분의 넓이를 $S(t)$라 하면

(ⅰ) $0 \leqq t \leqq 1$일 때

(호 AP의 길이)$=\frac{\pi}{2}t$, $\angle AOP = \frac{\pi}{2}t$,

$\overline{OQ} = 1-t$

이므로

$$S(t) = \frac{\pi}{4}t - \frac{1}{2}(1-t)\sin\frac{\pi}{2}t$$

$$\lim_{h\to-0}\frac{S(1+h)-S(1)}{h} = \lim_{h\to-0}\frac{\frac{\pi}{4}(1+h)+\frac{1}{2}h\cos\frac{\pi}{2}h-\frac{\pi}{4}}{h}$$

$$= \lim_{h\to-0}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{2}\right)$$

$$= \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$$

(ⅱ) $1 < t \leqq 2$일 때

(호 AP의 길 이) $=\frac{\pi}{2}t$, $\angle AOP = \frac{\pi}{2}t$,

$\overline{OQ} = t-1$

이므로 $S(t) = \frac{\pi}{4}t + \frac{1}{2}(t-1)\sin\frac{\pi}{2}t$

$$\lim_{h\to+0}\frac{S(1+h)-S(1)}{h}$$

$$= \lim_{h\to+0}\frac{\frac{\pi}{4}(1+h)+\frac{1}{2}h\cos\frac{\pi}{2}h-\frac{\pi}{4}}{h}$$

$$= \lim_{h\to-0}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\cos\frac{\pi}{2}\right)$$

$$= \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$$

(ⅰ),(ⅱ)에서 $S'(1) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$

답 ④

30.

$f(x) = \frac{1}{3}(x^2+2)^{\frac{3}{2}}$라 하면 구하는 길이는

$$\int_0^6 \sqrt{1+\{f'(x)\}^2}\,dx$$

$$= \int_0^6 \sqrt{1+\left\{\frac{1}{2}(x^2+2)^{\frac{1}{2}}2x\right\}^2}\,dx$$

$$= \int_0^6 \sqrt{1+\{x^2(x^2+2)\}}\,dx$$

$$= \int_0^6 \sqrt{(x^2+1)^2}\,dx$$

$$= \int_0^6 (x^2+1)\,dx = \left[\frac{1}{3}x^3+x\right]_0^6$$

$$= 72+6 = 78$$

답 78

확률과 통계

2008학년도 대학수학능력시험 (수리영역-가형) 정답 및 해설

26.

계급	$0^{\text{이상}}\sim 10^{\text{미만}}$	10~20	20~30	30~40	40~50
도수	0	1	2	4	4

50~60	60~70	70~80	80~90	90~100	계
5	4	5	3	0	28

ㄱ. 위 도수분포표에서 학생의 수는 28명이다. <참>

ㄴ. 중앙값은 $\frac{28}{2}+1=15$번째의 수이므로 50점이상 60점 미만이다. <참>

ㄷ. 30점 이상 40점 미만의 두수는 4이므로 상대도수는

$$\frac{4}{28}=\frac{1}{7}$$

이다. <거짓>

따라서, 옳은 것은 ㄱ, ㄴ 이다.

답 ③

27.

$\mathrm{P}(X=0)+\mathrm{P}(X=2)=1$이므로

확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

X	0	2	계
$\mathrm{P}(X)$	a	b	1

$E(X)=2b$ 이고 $E(X^2)=2^2b=4b$ 이므로

$$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$$
$$=4b-4b^2$$

따라서 $\{E(X)\}^2=2V(X)$ 에서

$$4b^2=2\times(4b-4b^2),\ b=2-2b$$

$$\therefore\ P(X=2)=b=\frac{2}{3}$$

답 ④

28.

구하고자 하는 확률은

$$1-\frac{{}_4P_2\times4!}{6!}=1-\frac{4\times3\times4!}{6!}$$
$$=1-\frac{4\times3}{6\times5}$$
$$=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$$

답 ②

29.

$$P\left(\frac{1}{4}<Y\le\frac{3}{4}\right)=P\left(Y>\frac{1}{4}\right)-P\left(Y>\frac{3}{4}\right)$$
$$=0.8-0.2=0.6$$

$$P(X>k)=G(k)=-k+1=0.6$$

$$\therefore\ k=0.4=\frac{2}{5}$$

답 ⑤

30.

모비율 p에 대한 신뢰구간

$- 1.96\sqrt{\frac{\hat{p}(}{300}}$, $\hat{p}+1.96\sqrt{\frac{\hat{p}(}{300}}$

이 때, 주어진 신뢰구간이 $[0.701,\ 0.799]$ 이므로 신뢰구간의 양끝 값을 더하면

$$2\hat{p}=0.701+0.799$$

$$\therefore\ \hat{p}=0.75$$

300명의 학생 중에서 오전 8시 이전에 등교한 학생수를 X 라 하면 $\hat{p}=\frac{X}{300}$ 이므로

$$\frac{X}{300}=0.75$$

$\therefore \quad X = 225$

답 225

이산수학

26.

$9 = 7+1+1 = 5+3+1$

$= 3+3+3$

$= 5+1+1+1+1$

$= 3+3+1+1+1$

$= 3+1+1+1+1+1+1$

$= 1+1+1+1+1+1+1+1+1$

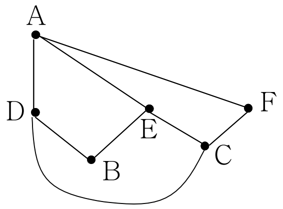
답 ②

27.

ㄱ. 해밀턴회로 ADBECFA가 존재한다. (참)

ㄴ. 점A와 점C를 잇고 점D와 점E를 이으면 오일러회로가 존재하는 그래프로 만들 수 있다. (참)

ㄷ. 오른쪽과 같이 꼭지점에서만 만나게 평면 위에 다시 그릴 수 있으므로 평면그래프이다. (참)



따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

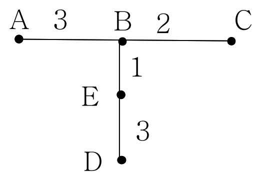
답 ⑤

28.

5개의 지역을 다음과 같이 연결하면 최소 비용은

3 + 2 + 1 + 3 = 9 (억원)

이다.



답 ③

29.

$n=1$ 일 때 $a_1=3$

$n=2$ 일 때

AC, BA, BC, CA, CB

이므로 $a_2=5$

그런데 수열 $\{a_n\}$ 은 점화식

$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ 을 만족하므로

$a_3=a_2+a_1=5+3=8$

$a_4=a_3+a_2=8+5=13$

$a_5=a_4+a_3=13+8=21$

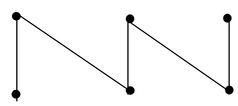
$a_6=a_5+a_4=21+13=34$

답 ④

30.

모든 점이 변으로 연결되기 위해서는 6개의 변을 추가해야 한다. $\therefore a=6$

한 편 생성수형도를 만들기 위해서는 다음과 같이 모두 4개의 변을 지우면 된다.



$\therefore b=4$

$\therefore ab=6\times4=24$

답 24

2008학년도 대학수학능력시험 (수리영역-가형) 정답 및 해설