수학 영역(나 형)

1. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. 두 사건 A, B가 서로 독립이고

$$\mathrm{P}(A)=\frac{2}{3},\ \mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{4}$$

일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

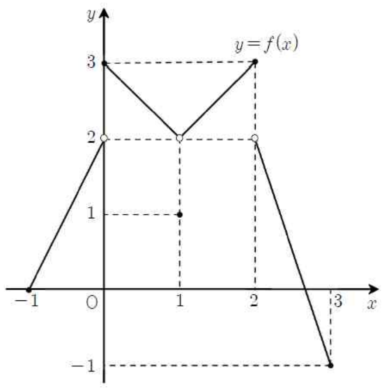
3. $\sin\theta=-\frac{1}{3}$일 때, $\frac{\cos\theta}{\tan\theta}$의 값은? [2점]

① -4 ② $-\frac{11}{3}$ ③ $-\frac{10}{3}$ ④ -3 ⑤ $-\frac{8}{3}$

4. 함수 $f(x)=(x^3-2x+3)(ax+3)$에 대하여 $f'(1)=15$일 때, a의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

5. 닫힌구간 $[-1, 3]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음과 같다.



$\lim_{x\to 0-} f(x)+\lim_{x\to 2+} f(x)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. $\left(2x^2+\frac{1}{x}\right)^5$의 전개식에서 x^4의 계수는? [3점]

① 80 ② 85 ③ 90 ④ 95 ⑤ 100

7. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

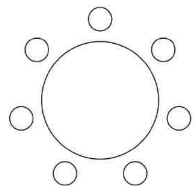
$$\int_1^x f(t)\,dt = x^3+ax-3$$

을 만족시킬 때, $f(a)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

8. 다음 그림과 같이 원형 탁자에 7개의 의자가 일정한 간격으로 놓여있다. A, B, C를 포함한 7명의 학생이 모두 이 7개의 의자에 앉으려고 할 때, A, B, C 세 명 중 어느 두 명도 서로 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 108 ② 120 ③ 132 ④ 144 ⑤ 156



9. 곡선 $y=-x^3+3x^2+4$에 접하는 직선 중에서 기울기가 최대인 직선을 l이라 하자. 직선 l과 x축 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

10. $0 \le x < 2\pi$일 때, 방정식 $|\sin 2x| = \frac{1}{2}$의 모든 실근의 합은? [3점]

① 4π ② 6π ③ 8π ④ 10π ⑤ 12π

11. 어느 사관생도가 1회의 사격을 하여 표적에 명중시킬 확률이 $\frac{4}{5}$이다. 이 사관생도가 20회의 사격을 할 때, 표적에 명중시키는 횟수를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{V}\left(\frac{1}{4}X+1\right)$의 값은? (단, 이 사관생도가 매회 사격을 하는 시행은 독립시행이다.) [3점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

12. 시각 $t=0$일 때, 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\ (t \ge 0)$에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 2t+3,\ v_2(t) = at(6-t)$$

이다. 시각 $t=3$에서 두 점 P, Q가 만날 때, a의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = \frac{3}{2}$이고 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{2n-1} + a_{2n} = 2a_n$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{16} a_n$의 값은? [3점]

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

14. 어느 방위산업체에서 생산하는 방독면 1개의 무게는 평균이 m, 표준편차가 50인 정규분포를 따른다고 한다. 이 방위산업체에서 생산하는 방독면 중에서 n개를 임의추출하여 얻은 방독면 무게의 표본평균이 1740이었다. 이 결과를 이용하여 이 방위산업체에서 생산하는 방독면 1개의 무게의 평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $1720.4 \le m \le a$이다. $n+a$의 값은? (단, 무게의 단위는 g이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96) = 0.475$로 계산한다.) [4점]

① 1772.6 ② 1776.6 ③ 1780.6 ④ 1784.6 ⑤ 17888.6

15. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x) = f(x)$이다.
> (나) 함수 $f(x)$는 극댓값 7을 갖는다.

$f(1) = 2$일 때, 함수 $f(x)$의 극솟값은? [4점]

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

16. 두 실수 a, b와 수열 $\{c_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $(m+2)$개의 수
> $a,\ \log_2 c_1,\ \log_2 c_2,\ \cdots,\ \log_2 c_m,\ b$
> 가 이 순서대로 등차수열을 이룬다.
> (나) 수열 $\{c_n\}$의 첫째항부터 제m항까지의 항을 모두 곱한 값은 32이다.

$a+b=1$일 때, 자연수 m의 값은? [4점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

17. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(10,\ 5^2)$을 따르고, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 5^2)$을 따른다. 두 확률변수 X, Y의 확률밀도함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 할 때, 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$가 만나는 점의 x좌표를 k라 하자. $\mathrm{P}(Y \le 2k)$의 값을 다음 표준정규분포표를 이용하여 구하면? (단, $m \ne 10$) [4점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6915 ② 0.8413 ③ 0.9104 ④ 0.9332 ⑤ 0.9772

18. 다음은 모든 자연수 n에 대하여 부등식

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_{k}}{2^k} \le \frac{(2n)!}{2^n} \quad \cdots\cdots \ (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

> (ⅰ) $n=1$일 때,
>
> (좌변)$=\dfrac{{}_{2}\mathrm{P}_{1}}{2^1}=1$이고, (우변)$=\boxed{\text{(가)}}$이므로
>
> $(*)$이 성립한다.
>
> (ⅱ) $n=m$일 때,
>
> $(*)$이 성립한다고 가정하면
>
> $$\sum_{k=1}^{m} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_{k}}{2^k} \le \frac{(2m)!}{2^m}$$
>
> 이다. $n=m+1$일 때,
>
> $$\sum_{k=1}^{m+1} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_{k}}{2^k} = \sum_{k=1}^{m} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_{k}}{2^k} + \frac{{}_{2m+2}\mathrm{P}_{m+1}}{2^{m+1}}$$
>
> $$= \sum_{k=1}^{m} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_{k}}{2^k} + \frac{\boxed{\text{(나)}}}{2^{m+1}\times(m+1)!}$$
>
> $$\le \frac{(2m)!}{2^m} + \frac{\boxed{\text{(나)}}}{2^{m+1}\times(m+1)!}$$
>
> $$= \frac{\boxed{\text{(나)}}}{2^{m+1}} \times \left\{ \frac{1}{\boxed{\text{(다)}}} + \frac{1}{(m+1)!} \right\}$$
>
> $$< \frac{(2m+2)!}{2^{m+1}}$$
>
> 이다. 따라서 $n=m+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.
>
> (ⅰ), (ⅱ)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$\sum_{k=1}^{n} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_{k}}{2^k} \le \frac{(2n)!}{2^n}$$
>
> 이다.

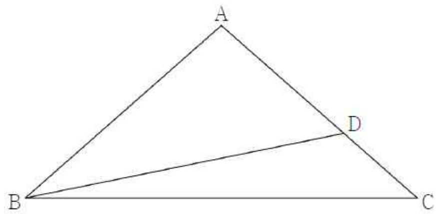
위의 (가)에 알맞은 수를 p, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $p+\dfrac{f(2)}{g(4)}$의 값은? [4점]

① 16　　② 17　　③ 18　　④ 19　　⑤ 20

19. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$인 이등변삼각형 ABC에서 선분 AC를 $5:3$으로 내분하는 점을 D라 하자.

$$2\sin(\angle\mathrm{ABD})=5\sin(\angle\mathrm{DBC})$$

일 때, $\dfrac{\sin C}{\sin A}$의 값은? [4점]



① $\dfrac{3}{5}$　　② $\dfrac{7}{11}$　　③ $\dfrac{2}{3}$　　④ $\dfrac{9}{13}$　　⑤ $\dfrac{5}{7}$

20. 0이 아닌 실수 k에 대하여 다항함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가

$$f'(x)=3(x-k)(x-2k)$$

이다. 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x\le 1 \text{ 또는 } x\ge 4) \\ \dfrac{f(4)-f(1)}{3}(x-1)+f(1) & (1<x<4) \end{cases}$$

의 역함수가 존재하도록 하는 모든 실수 k의 값의 범위가 $\alpha\le k<\beta$일 때, $\beta-\alpha$의 값은? [4점]

① $\dfrac{3}{8}$　　② $\dfrac{1}{2}$　　③ $\dfrac{5}{6}$　　④ $\dfrac{3}{4}$　　⑤ $\dfrac{7}{8}$

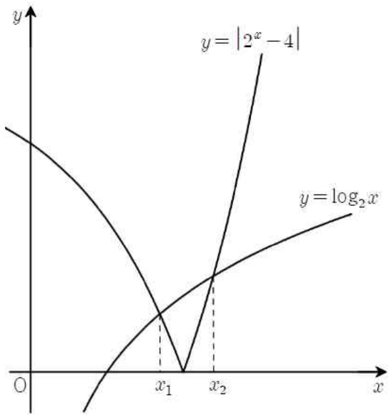
21. 두 곡선 $y=|2^x-4|$, $y=\log_2 x$가 만나는 두 점의 x좌표를 x_1, x_2 $(x_1<x_2)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\log_2 3 < x_1 < x_2 < \log_2 6$

ㄴ. $(x_2-x_1)\left(2^{x_2}-2^{x_1}\right) < 3$

ㄷ. $2^{x_1}+2^{x_2} > 8+\log_2(\log_3 6)$



① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+22x}-x\right)$의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x)=5\sin\left(\frac{\pi}{2}x+1\right)+3$의 주기를 p, 최댓값을 M이라 할 때, $p+M$의 값을 구하시오. [3점]

24. 부등식 $2+\log_{\frac{1}{3}}(2x-5)>0$을 만족시키는 모든 정수 x의 개수를 구하시오. [3점]

25. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b라 하자. ab가 6의 배수일 때, a 또는 b가 홀수일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수) [3점]

26. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2-10 & (x \le a) \\ \dfrac{x^2+ax+4a}{x-a} & (x>a) \end{cases}$$

가 $x=a$에서 연속일 때, $f(2a)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

27. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d, e의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e)의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a+b+c+d+e=10$
(나) ab는 홀수이다.

28. 양수 a와 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \le x < 1$일 때, $f(x) = 2x^2 + ax$이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+1) = f(x) + a^2$이다.

함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 곡선 $y = f(x)$와 x축 및 직선 $x = 3$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

29. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = n^2 + cn \ (c\text{는 자연수})$$

를 만족시킨다. 수열 $\{a_n\}$의 각 항 중에서 3의 배수가 아닌 수를 작은 것부터 크기순으로 모두 나열하여 얻은 수열을 $\{b_n\}$이라 하자. $b_{20} = 199$가 되도록 하는 모든 c의 값의 합을 구하시오. [4점]

30. 양수 a에 대하여 함수 $f(x)$는

$$f(x) = \begin{cases} x(x+a)^2 & (x < 0) \\ x(x-a)^2 & (x \ge 0) \end{cases}$$

이다. 실수 t에 대하여 곡선 $y = f(x)$와 직선 $y = 4x + t$의 서로 다른 교점의 개수를 $g(t)$라 할 때, 함수 $g(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(t)$의 최댓값은 5이다.
(나) 함수 $g(t)$가 $t = \alpha$에서 불연속인 α의 개수는 2이다.

$f'(0)$의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

2021학년도 사관학교 1차시험 [나형] 해설

1	④	*2*	②	*3*	⑤	*4*	②	*5*	④
6	①	*7*	⑤	*8*	③	*9*	①	*10*	③
11	①	*12*	①	*13*	②	*14*	④	*15*	⑤
16	③	*17*	⑤	*18*	②	*19*	③	*20*	④
21	②	*22*	11	*23*	12	*24*	4	*25*	5
26	6	*27*	50	*28*	17	*29*	282	*30*	36

1) ④

$\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}=4^{\frac{3}{2}}=(2^2)^{\frac{3}{2}}=2^3=8$

2) ②

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$이므로 $\mathrm{P}(B)=\frac{1/4}{2/3}=\frac{3}{8}$

3) ⑤

$\frac{\cos\theta}{\tan\theta}=\frac{\cos^2\theta}{\sin\theta}=\frac{1-\sin^2\theta}{\sin\theta}=\frac{1}{\sin\theta}-\sin\theta=-3+\frac{1}{3}=-\frac{8}{3}$

4) ②

$f'(x)=(3x^2-2)(ax+3)+(x^3-2x+3)a$

$f'(1)=15=(a+3)+2a$

$\therefore\ a=4$

5) ④

$\lim_{x\to 0-}f(x)+\lim_{x\to 2+}f(x)=2+2=4$

6) ①

x^4의 계수는 ${}_5\mathrm{C}_3 2^3=80$

7) ⑤

$x=1$을 대입하면 $0=1+a-3,\ a=2$

미분하면 $f(x)=3x^2+a=3x^2+2$

$\therefore\ f(a)=f(2)=12+2=14$

8) ③

먼저 A, B, C를 제외한 4사람의 원순열로 배치하고, 그 각각에 대하여 4사람이 사이 칸 중 3곳을 택하여 A, B, C의 자리를 정한다.

$\therefore\ \frac{4!}{4}\times{}_4\mathrm{P}_3=6\times 24=144$

9) ①

$y'=-3x^2+6x=-3(x-1)^2+3$ 이므로

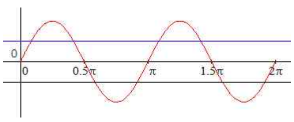
$x=1,\ y=6$일 때 기울기는 3으로 최대이다.

따라서 직선 l은 $y=3(x-1)+6=3x+3$

구하는 도형의 넓이는

$S=\frac{1}{2}\times 3\times 1=\frac{3}{2}$

10) ③



$\sin 2x=\frac{1}{2}$ 또는 $-\frac{1}{2}$이고, 그림과 같이 8개인데, 서로 $x=\pi$에 대하여 대칭이다.

따라서 8개의 근의 합은 8π이다.

11) ①

확률변수 X는 $\mathrm{B}\left(20,\ \frac{4}{5}\right)$를 따른다. 그러므로

$\mathrm{V}\left(\frac{1}{4}X+1\right)=\frac{1}{16}\mathrm{V}(X)=\frac{1}{16}\left(20\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{5}$

12) ①

두 점의 위치는 각각

$x_1(t)=t^2+3t,\ x_2(t)=a\left(3t^2-\frac{1}{3}t^3\right)$

$t=3$일 때 같은 위치이므로 $9+9=a(27-9)$

$\therefore\ a=1$

13) ②

$a_{2n-1}+a_{2n}=2a_n$이므로 $S_{2n}=2S_n$

$S_1=\frac{3}{2},\ S_2=3,\ S_4=6,\ S_8=12$

$\therefore\ S_{16}=24$

14) ④

$1740-1.96\times\frac{50}{\sqrt{n}}=1720.4$ 이므로 $n=25$

$a=1740+1.96\times\frac{50}{\sqrt{25}}=1759.6$

$\therefore\ n+a=1784.6$

15) ⑤

(가), (나)에서 $f(x)=x^4+bx^2+7$

$f(1)=1+b+7=2,\ b=-6$

그러므로 $f(x)=x^4-6x^2+7$

$f'(x)=4x^3-12x=4x(x^2-3)$

극솟값은 $x^2=3$일 때, $9-18+7=-2$

16) ③

등차수열의 합에서

$\log_2 c_1+\cdots+\log_2 c_m=m\times\frac{a+b}{2}=\frac{m}{2}$

$\log_2(c_1\times\cdots\times c_m)=\log_2 32=5=\frac{m}{2}$

$\therefore\ m=10$

17) ⑤

$2k=m+10$이므로

$\mathrm{P}(Y\le 2k)=\mathrm{P}(Y\le m+10)=\mathrm{P}(Z\le 2)=0.9772$

18) ②

(i) $n=1$일 때, (좌변)$=\frac{{}_2\mathrm{P}_1}{2^1}=1$, (우변)$=\frac{2!}{2^1}=1$

이므로 (*)이 성립한다.

(ii) $n=m$일 때, (*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^{m}\frac{{}_{2k}\mathrm{P}_k}{2^k}\le\frac{(2m)!}{2^m}$$

$$\sum_{k=1}^{m+1}\frac{{}_{2k}\mathrm{P}_k}{2^k}=\sum_{k=1}^{m}\frac{{}_{2k}\mathrm{P}_k}{2^k}+\frac{{}_{2m+2}\mathrm{P}_{m+1}}{2^{m+1}}$$

$$= \sum_{k=1}^{m} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_k}{2^k} + \frac{(2m+2)!}{2^{m+1} \times (m+1)!}$$

$$\le \frac{(2m)!}{2^m} + \frac{(2m+2)!}{2^{m+1} \times (m+1)!}$$

$$= \frac{(2m+2)!}{2^{m+1}} \times \left\{ \frac{1}{(2m+1)(m+1)} + \frac{1}{(m+1)!} \right\}$$

$$< \frac{(2m+2)!}{2^{m+1}}$$

따라서 $n = m+1$일 때도 (*)이 성립한다.

(i),(ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여 (*)이 성립한다.

$p = 1$, $f(m) = (2m+2)!$, $g(m) = (2m+1)(m+1)$

$\therefore\ p + \frac{f(2)}{g(1)} = 1 + \frac{6!}{9 \times 5} = 1 + 16 = 17$

19) ③

사인법칙에 의하여

$\sin C = \frac{\overline{\mathrm{BD}} \times \sin(\angle \mathrm{DBC})}{\overline{\mathrm{DC}}}$,

$\sin A = \frac{\overline{\mathrm{BD}} \times \sin(\angle \mathrm{ABD})}{\overline{\mathrm{AD}}}$

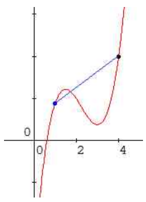
$\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{DC}} = 5 : 3$이고

$\sin(\angle \mathrm{ABD}) : \sin(\angle \mathrm{DBC}) = 5 : 2$ 이므로

$\frac{\sin C}{\sin A} = \frac{2}{5} \times \frac{5}{3} = \frac{2}{3}$

20) ④

그래프가 그림과 같아야 한다.



$1 \le k$, $f(1) < f(4)$

$f'(x) = 3(x-k)(x-2k)$

$f(x) = x^3 - \frac{9}{2}kx^2 + 6k^2x + C$

$$f(4) - f(1) = (64 - 72k + 24k^2) - \left(1 - \frac{9}{2}k + 6k^2\right)$$

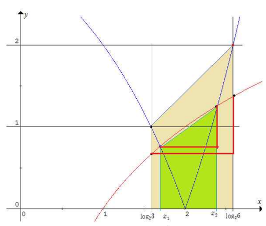
$$= 18k^2 - \frac{135}{2}k + 63$$

$$= \frac{9}{2}(4k^2 - 15k + 14)$$

$$= \frac{9}{2}(k-2)(4k-7) > 0$$

$\therefore\ 1 \le k < \frac{7}{4}$, $\beta - \alpha = \frac{3}{4}$

21) ②



ㄱ. 그림에서 $\log_2 3 < x_1 < x_2 < \log_2 6$ 임은 분명

ㄴ. 그림에서 색칠한 사다리꼴의 넓이에서

$\frac{1}{2}(x_2 - x_1)(2^{x_2} - 2^{x_1}) < \frac{3}{2}$

ㄷ. 그림에서 빨간 직각삼각형의 높이에서

$(2^{x_2} - 4) - (4 - 2^{x_1}) < \log_2(\log_2 6) - \log_2(\log_2 3)$

$2^{x_1} + 2^{x_2} < 8 + \log_2(\log_3 6)$

22) 11

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+22x} - x) = \lim_{x\to\infty}\frac{22x}{\sqrt{x^2+22x}+x} = \lim_{x\to\infty}\frac{22}{\sqrt{1+\frac{22}{x}}+1}$$

$= 11$

23) 12

$p = \frac{2\pi}{\pi/2} = 4$, $M = 5 + 3 = 8$

$\therefore\ p + M = 12$

24) 4

$2 > \log_3(2x-5)$이므로 $0 < 2x - 5 < 9$

정수 x는 3,4,5,6이고, 4개이다.

25) 5

ab가 6의 배수인 경우는

(1,6), (2,3), (2,6), (3,2), (3,4), (3,6), (4,3), (4,6), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)

모두 15개인데, 이 중에서 a 또는 b가 홀수인 것은

10개이므로 구하는 확률은 $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

$\therefore 2 + 3 = 5$

26) 6

$\lim_{x\to a}\frac{x^2+ax+4a}{x-a}$ 가 존재한다.

따라서 $a^2 + a^2 + 4a = 0$, 즉 $a = 0$또는 $a = -2$

$a = 0$이면 $f(0) = -10$, $\lim_{x\to a}\frac{x^2+ax+4a}{x-a} = 0$

이므로 연속이 아니다. 따라서 $a = -2$

$f(2a) = f(-4) = 16 - 10 = 6$

27) 50

ab가 홀수인 경우는

(1,1) 일 때, $c+d+e = 8$ -- ${}_7\mathrm{C}_2 = 21$

(1,3),(3,1) 일 때, $c+d+e = 6$ -- $2 \times {}_5\mathrm{C}_2 = 20$

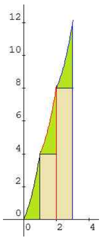
(1,5),(3,3),(5,1)일 때, $c+d+e = 4$ -- $3 \times {}_3\mathrm{C}_3 = 9$

$\therefore\ 21 + 20 + 9 = 50$

28) 17

연속이므로 $f(1) = \lim_{x\to 1} f(x)$ 즉 $2 + a = a^2$에서 $a = 2$

$y = f(x)$의 그래프는 그림과 같다.



따라서 구하는 넓이는

$$S=3\int_0^1(2x^2+2x)dx+12$$
$$=3\left[\frac{2}{3}x^3+x^2\right]_0^1+12$$
$$=5+12=17$$

29) 282

$$a_n=S_n-S_{n-1}$$
$$=(n^2+cn)-(n-1)^2-c(n-1)$$
$$=2n-1+c$$

수열 $\{a_n\}$을 30번째항까지 나열하면

$1+c,\ 3+c,\ 5+c,\ \cdots,\ 55+c,\ 57+c,\ 59+c$

따라서 b_{20}은 $57+c$ 또는 $59+c$이므로

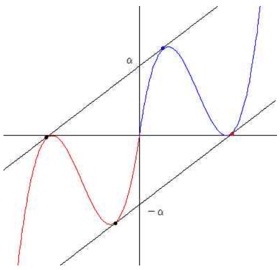
$57+c=199,\ 59+c=199$

$c=142$ 또는 140

$\therefore\ 142+140=282$

30) 36

$y=f(x)$의 그래프가 그림과 같아야 한다.



$x>0$일 때,

$f'(x)=3x^2-4ax+a^2=4$인 점을 $x=b,\ c\ (b<c)$라 하면

$$b+c=\frac{4a}{3},\ bc=\frac{a^2-4}{3}$$

$$\frac{c(c-a)^2+b(-b+a)^2}{c+b}=4$$

이것을 풀면

$$c^2+b^2=(c+b)^2-2bc=\frac{10}{9}a^2+\frac{8}{3}$$

$$c^3+b^3=(c+b)^3-3bc(b+c)=\frac{28}{27}a^3+\frac{16}{3}a$$

$$c^3+b^3-2a(c^2+b^2)+a^2(c+b)=4(c+b)$$

즉, $\left(\frac{28}{27}a^3+\frac{16}{3}a\right)-2a\left(\frac{10}{9}a^2+\frac{8}{3}\right)+\frac{4}{3}a^3=\frac{16}{3}a$

$\therefore\ f'(0)=a^2=36$