2015학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

제 3 교시 수 학 영 역

'나'형

성명		수험번호							

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하시오.
- 먼저 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 기입하시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.
- 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하여, '0'이 포함된 경우에는, '0'을 OMR 답안지에 반드시 표기하시오.

1. $(\log_6 4)^2+(\log_6 9)^2+2\log_6 4\times\log_6 9$의 값은? [2점]

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

2. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & -2\\ -1 & 1\end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $2A^2+AB$의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 5개의 실수 $1,\ p,\ q,\ r,\ s$가 이 순서대로 등차수열을 이루고 $s-p=9$일 때, r의 값은? [2점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

4. 두 사건 A, B에 대하여 $\mathrm{P}(A^C\cap B)=\frac{1}{5}$, $\mathrm{P}(B|A^C)=\frac{3}{7}$일 때, $\mathrm{P}(A)$의 값은? (단, A^C는 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{4}{15}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

5. 다음은 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타낸 것이다.

X	0	1	2	3	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{14}$	$6a$	$\frac{3}{7}$	a	1

$\mathrm{E}(X)$의 값은? [3점]

① $\frac{11}{10}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{13}{10}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

6. 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+(a+6)x+2$가 극값을 갖지 않도록 하는 정수 a의 개수는? [3점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

7. 등식 $abc=1024$를 만족시키는 세 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c)의 개수는? [3점]

① 42 ② 48 ③ 54 ④ 60 ⑤ 66

8. 어느 상품의 수요량이 D, 공급량이 S일 때의 판매가격을 P라 하면 관계식

$$\log_2 P = C + \log_3 D - \log_9 S$$

가 성립한다고 한다. 이 상품의 수요량이 9배로 증가하고 공급량이 3배로 증가하면 판매가격은 k배로 증가한다. k의 값은?

[3점]

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

9. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)-2g(x)}{x^2}=1$
(나) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)+3g(x)}{x^3}=1$

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)+g(x)}{x^3}$ 의 값은? [3점]

① $\dfrac{1}{5}$ ② $\dfrac{2}{5}$ ③ $\dfrac{3}{5}$ ④ $\dfrac{4}{5}$ ⑤ 1

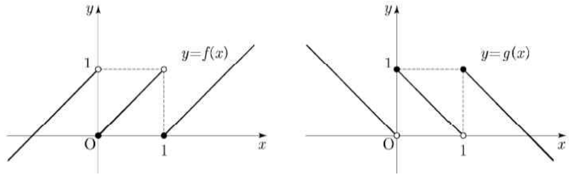
10. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$x^2\int_1^x f(t)dt-\int_1^x t^2 f(t)dt=x^4+ax^3+bx^2$$

을 만족시킬 때, $f(5)$의 값은? (단, a와 b는 상수이다.) [3점]

① 17 ② 19 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

11. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 다음과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>
ㄱ. $\lim\limits_{x\to1-}f(x)+\lim\limits_{x\to1+}g(x)=2$
ㄴ. $\lim\limits_{x\to0+}g(f(x))=0$
ㄷ. 함수 $f(x)g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

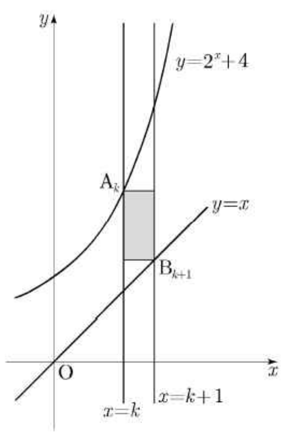
12. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하면

$$S_{2n-1} = \frac{2}{n+2},\ S_{2n} = \frac{2}{n+1}\ \ (n \ge 1)$$

이 성립한다. $\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n-1}$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

13. 그림과 같이 좌표평면에서 직선 $x=k$가 곡선 $y=2^x+4$와 만나는 점을 A_k라 하고, 직선 $x=k+1$이 직선 $y=x$와 만나는 점을 B_{k+1}이라 하자. 선분 $\mathrm{A}_k\mathrm{B}_{k+1}$을 대각선으로 하고 각 변은 x축 또는 y축에 평행한 직사각형의 넓이를 S_k라 할 때, $\sum_{k=1}^{8} S_k$의 값은? [3점]



① 494 ② 496 ③ 498 ④ 500 ⑤ 502

14. 정규분포를 따르는 두 연속확률변수 X, Y가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $Y = aX\ (a>0)$
(나) $\mathrm{P}(X \le 18) + \mathrm{P}(Y \ge 36) = 1$
(다) $\mathrm{P}(X \le 28) = \mathrm{P}(Y \ge 28)$

$\mathrm{E}(Y)$의 값은? [4점]

① 42 ② 44 ③ 46 ④ 48 ⑤ 50

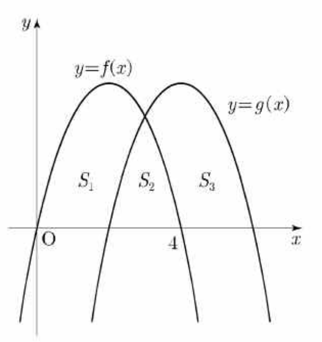
15. 자연수 n에 대하여 좌표평면에 점 A_n, B_n을 다음과 같은 규칙으로 정한다.

(가) 점 A_1의 좌표는 $(1, 2)$이다.
(나) 점 B_n은 점 A_n을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동시킨 다음 x축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 점이다.
(다) 점 A_{n+1}은 점 B_n을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동시킨 다음 x축과 y축의 방향으로 각각 1만큼 평행이동시킨 점이다.

$\lim_{n\to\infty} \frac{\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n}}{n}$의 값은? [4점]

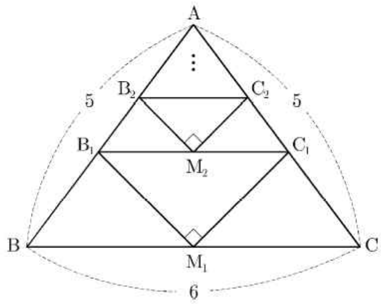
① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

16. 함수 $f(x)=-x(x-4)$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동시킨 곡선을 $y=g(x)$가 하자. 그림과 같이 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 x축으로 둘러싸인 세 부분의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3이라 할 때, $\frac{S_2}{S_1+S_3}$의 값은? [4점]



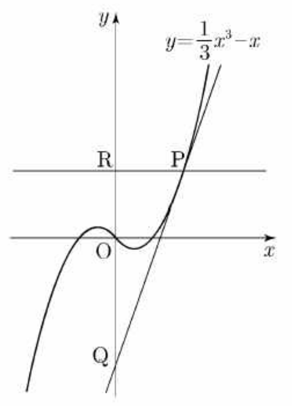
① $\frac{3}{22}$ ② $\frac{7}{44}$ ③ $\frac{2}{11}$ ④ $\frac{9}{44}$ ⑤ $\frac{5}{22}$

17. 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}=5$, $\overline{BC}=6$인 이등변삼각형 ABC가 있다. 선분 BC의 중점 M_1을 잡고 두 선분 AB, AC 위에 각각 점 B_1, C_1을 $\angle B_1M_1C_1=90^\circ$이고 $\overline{B_1C_1}/\!/\overline{BC}$가 되도록 잡아 직각삼각형 $B_1M_1C_1$을 만든다.
선분 B_1C_1의 중점 M_2를 잡고 두 선분 AB_1, AC_1 위에 각각 점 B_2, C_2를 $\angle B_2M_2C_2=90^\circ$이고 $\overline{B_2C_2}/\!/\overline{B_1C_1}$이 되도록 잡아 직각삼각형 $B_2M_2C_2$를 만든다.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 만든 직각삼각형 $B_nM_nC_n$의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $\frac{47}{11}$ ② $\frac{48}{11}$ ③ $\frac{49}{11}$ ④ $\frac{50}{11}$ ⑤ $\frac{51}{11}$

18. 곡선 $y=\frac{1}{3}x^3-x$ 위의 점 중에서 제1사분면에 있는 한 점을 $\mathrm{P}(a,\, b)$라 하자. 점 P에서의 접선이 y축과 만나는 점을 Q라 하고, 점 P를 지나고 x축에 평행한 직선이 y축과 만나는 점을 R라 하자. $\overline{\mathrm{OQ}}:\overline{\mathrm{OR}}=3:1$일 때, ab의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



① 9　② 12　③ 15　④ 18　⑤ 21

19. 두 이차정사각행렬 A, B가

$$AB=O,\ (A+2B)(2A-B)=E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이고, O는 영행렬이다.) [4점]

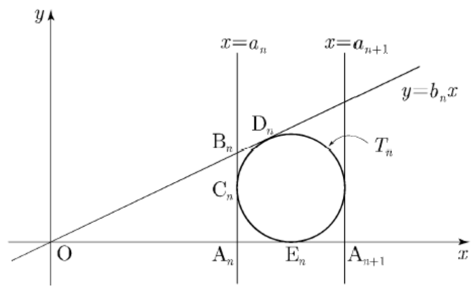
<보 기>

ㄱ. $BA=O$
ㄴ. 행렬 $A+B$의 역행렬이 존재한다.
ㄷ. $A^2+B^2=\frac{1}{2}E$이면 $B=O$이다.

① ㄴ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(Ⅰ) $a_1=2$이고 $a_n<a_{n+1}$
(Ⅱ) $b_n=\frac{1}{2}\left(n+1-\frac{1}{n+1}\right)$ $(n\ge1)$이라 할 때, 좌표평면에서 네 직선 $x=a_n$, $x=a_{n+1}$, $y=0$, $y=b_nx$에 동시에 접하는 원 T_n이 존재한다.



원점을 O라 하고, 원 T_n의 반지름의 길이를 r_n이라 하자. 직선 $x=a_n$과 두 직선 $y=0$, $y=b_nx$의 교점을 각각 A_n, B_n이라 하고, 원 T_n과 세 직선 $x=a_n$, $y=b_nx$, $y=0$의 접점을 각각 C_n, D_n, E_n이라 하면

$\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n}=a_nb_n$이고 $\overline{\mathrm{OB}_n}=a_n\sqrt{\boxed{(가)}+b_n^2}$ 이다.

$\overline{\mathrm{OD}_n}=\overline{\mathrm{OB}_n}+\overline{\mathrm{B}_n\mathrm{D}_n}=\overline{\mathrm{OB}_n}+\overline{\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n}$

$=a_n\sqrt{\boxed{(가)}+b_n^2}+a_nb_n-r_n$

$\overline{\mathrm{OE}_n}=a_n+r_n$

$\overline{\mathrm{OD}_n}=\overline{\mathrm{OE}_n}$이므로

$r_n=\dfrac{a_n\left(b_n-1+\sqrt{\boxed{(가)}+b_n^2}\right)}{2}$

$\therefore\ a_{n+1}=a_n+2r_n=\left(\boxed{(나)}\right)\times a_n\ (n\ge1)$

이때 $a_1=2$이고

$a_n=\boxed{}\times a_{n-1}=\boxed{}\times a_{n-2}=\cdots$

$=\boxed{}\times a_1$

이므로

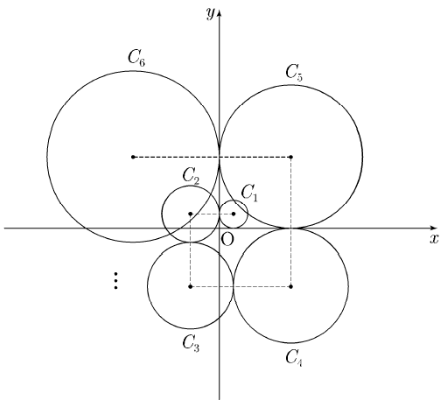
$a_n=\boxed{(다)}$

위의 과정에서 (가)에 알맞은 수를 p라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $p+f(4)+g(4)$의 값은? [4점]

① 54　② 55　③ 56　④ 57　⑤ 58

21. 자연수 n에 대하여 좌표평면에 원 C_n을 다음과 같은 규칙으로 그린다.

(가) 원 C_1의 방정식은 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$이다.
(나) 원 C_n의 반지름의 길이는 n이다.
(다) 원 C_{n+1}은 원 C_n과 외접하고, 두 원 C_n, C_{n+1}의 중심을 지나는 직선은 x축 또는 y축과 평행하다.
(라) $n=4k+p$ (k는 음이 아닌 정수, $p=1,\ 2,\ 3,\ 4$)일 때, 원 C_n의 중심은 제 p사분면에 있다.



예를 들어 원 C_4의 중심의 좌표는 $(5,\ -4)$이고 반지름의 길이는 4이다. 원 C_n 중에서 그 중심이 원 C_{40}의 내부에 있는 원의 개수는? [4점]

① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

22. 다항함수 $f(x)$가 $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{f(x)-3}{x-2}=4$를 만족시킨다. 함수 $g(x)=x^2f(x)$에 대하여 $g'(2)$의 값을 구하시오. [3점]

23. 다섯 개의 꼭짓점 A, B, C, D, E로 이루어진 그래프가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 꼭짓점 A에 연결된 변의 개수는 4이다.
(나) 꼭짓점 B, C, D에 연결된 변의 개수는 모두 2로 같다.

이 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합의 최댓값을 구하시오. (단, 한 꼭짓점에서 자기 자신으로 가는 변이 없고, 두 꼭짓점 사이에 많아야 한 개의 변이 존재한다.) [3점]

24. 어느 통신 회사의 스마트폰 사용 고객들의 올해 7월의 데이터 사용량은 모평균이 m(GB), 모표준편차가 1.2(GB)인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고객들 중에서 n명을 임의추출하여 신뢰도 95%로 추정한 모평균 m에 대한 신뢰구간이 $[a, b]$일 때, $b-a \le 0.56$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값을 구하시오.
(단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96) = 0.4750$으로 계산한다.) [3점]

25. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}(a_{2k-1}+a_{2k}) = 2n^2 - n$$

을 만족시킨다. $a_{10}+a_{11}=20$일 때, a_9+a_{12}의 값을 구하시오.
[3점]

26. 역행렬이 존재하는 두 이차정사각행렬 A, B가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $B = A^{-1}BA$
(나) 두 행렬 A, B의 모든 성분의 합은 각각 1, 8이다.

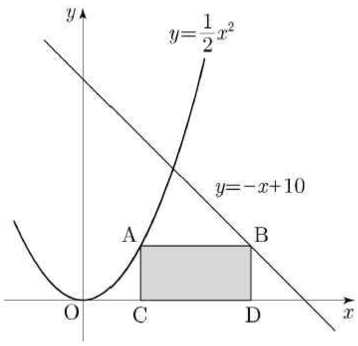
행렬 X_n을

$$X_n = (A^{-1})^n BA^n + B^n A(B^{-1})^n \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

이라 할 때, 행렬 $X_1+X_2+X_3+\cdots+X_{10}$의 모든 성분의 합을 구하시오. [4점]

27. 주머니 A에는 흰 구슬 2개, 검은 구슬 1개가 들어 있고, 주머니 B에는 흰 구슬 1개, 검은 구슬 2개가 들어 있다. 한 개의 주사위를 던져서 3의 배수의 눈이 나오면 주머니 A에서 임의로 한 개의 구슬을 꺼내고, 3의 배수가 아닌 눈이 나오면 주머니 B에서 임의로 한 개의 구슬을 꺼낸다. 주사위를 4번 던지고 난 후에 주머니 A에는 검은 구슬이, 주머니 B에는 흰 구슬이 각각 한 개씩 남아 있을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이고, 꺼낸 구슬은 다시 넣지 않는다.) [4점]

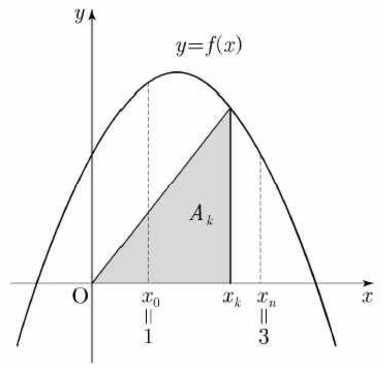
28. 그림과 같이 좌표평면에서 곡선 $y=\frac{1}{2}x^2$ 위의 점 중에서 제1사분면에 있는 점 $\mathrm{A}\left(t, \frac{1}{2}t^2\right)$을 지나고 x축에 평행한 직선이 직선 $y=-x+10$과 만나는 점을 B라 하고, 두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. 직사각형 ACDB의 넓이가 최대일 때, $10t$의 값을 구하시오. (단, 점 A의 x좌표는 점 B의 x좌표보다 작다.) [4점]



29. 함수 $f(x)=-4x^2+12x+16$이 있다. 2 이상의 자연수 n에 대하여 닫힌 구간 $[1, 3]$을 n등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례로

$$1=x_0,\ x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_{n-1},\ x_n=3$$

이라 하자. 세 점 $(0, 0)$, $(x_k, 0)$, $(x_k, f(x_k))$를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 $A_k(k=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{4}{n}\sum_{k=1}^{n}A_k$의 값을 구하시오. [4점]



30. 자연수 n에 대하여 $\log n$의 지표를 $f(n)$, 가수를 $g(n)$이라 할 때, 좌표평면에서 점 A_n의 좌표를 $(f(n), g(n))$이라 하자. 10보다 크고 1000보다 작은 두 자연수 k, m $(k<m)$에 대하여 세 점 A_1, A_k, A_m이 한 직선 위에 있을 때, $k+m$의 최댓값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항
문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

2015년 사관학교 1차 선발시험(나형) 해설

1) ②

$(\log_6 4)^2+(\log_6 9)^2+2\log_6 4\times\log_6 9$

$=(\log_6 4+\log_6 9)^2$

$=(\log_6 36)^2$

$=2^2=4$

2) ①

$2A^2+AB$

$=A(2A+B)$

$=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}\left\{2\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3 & -2\\ -1 & 1\end{pmatrix}\right\}$

$=\begin{pmatrix}-2 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & -1\end{pmatrix}$

$=\begin{pmatrix}3 & -1\\ -2 & 1\end{pmatrix}$

따라서 구하는 모든 성분의 합은 1이다.

3) ④

5개의 실수 1, p, q, r, s가 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$r-1=s-p=9$

$\therefore\ r=10$

4) ④

$\mathrm{P}(B|A^C)=\dfrac{\mathrm{P}(A^C\cap B)}{\mathrm{P}(A^C)}$ 이므로

$\mathrm{P}(A^C\cap B)=\dfrac{1}{5}$, $\mathrm{P}(B|A^C)=\dfrac{3}{7}$ 에서

$\dfrac{\frac{1}{5}}{\mathrm{P}(A^C)}=\dfrac{3}{7}$

$\mathrm{P}(A^C)=\dfrac{1}{5}\times\dfrac{7}{3}=\dfrac{7}{15}$

$\therefore\ \mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\dfrac{7}{15}=\dfrac{8}{15}$

5) ⑤

$\mathrm{P}(X=0)+\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)=1$

에서 $\dfrac{1}{14}+6a+\dfrac{3}{7}+a=1$

$\therefore\ a=\dfrac{1}{14}$

$\therefore\ \mathrm{E}(X)=0\times\dfrac{1}{14}+1\times\dfrac{3}{7}+2\times\dfrac{3}{7}+3\times\dfrac{1}{14}=\dfrac{3}{2}$

6) ③

$f(x)=x^3+ax^2+(a+6)x+2$에서

$f'(x)=3x^2+2ax+(a+6)$

삼차함수 $f(x)$가 극값을 갖지 않으려면

모든 실수 x에 대하여 $f'(x)\ge 0$ 또는 $f'(x)\le 0$이어야 한다.

그런데 $f'(x)$의 최고차항의 계수가 양수이므로 $f'(x)\ge 0$이어야 한다.

따라서 이차방정식 $f'(x)=0$의 판별식을 D라 할 때, $D\le 0$이어야 한다.

$\dfrac{D}{4}=a^2-3(a+6)\le 0$

$(a-6)(a+3)\le 0$

$\therefore\ -3\le a\le 6$

따라서 정수 a의 개수는 10개다.

7) ⑤

$abc=1024=2^{10}$이므로

a, b, c는 모두 $2^k(k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots)$꼴로 나타낼 수 있는 자연수이다.

$a=2^x$, $b=2^y$, $c=2^z$라 할 때, $abc=2^{x+y+z}$이므로

순서쌍 (a, b, c)의 개수는 $x+y+z=10$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)의 개수와 같다.

따라서 구하는 순서쌍 (a, b, c)의 개수는

${}_{3+10-1}\mathrm{C}_{10}={}_{12}\mathrm{C}_2=66$

8) ④

상품의 수요량이 D, 공급량이 S일 때의 판매가격은 P,

상품의 수요량이 $9D$, 공급량이 $3S$일 때의 판매가격은 kP이므로

주어진 식에 의하여

$\log_2 P=C+\log_3 D-\log_9 S$ …… ㉠

$\log_2 kP=C+\log_3 9D-\log_9 3S$ …… ㉡

㉡−㉠에서

$\log_2 k=\log_3 9-\log_9 3=2-\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}$

$\therefore\ k=2^{\frac{3}{2}}=2\sqrt{2}$

9) ③

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)-2g(x)}{x^2}=1$이므로

$f(x)-2g(x)$는 최고차항의 계수가 1인 이차함수이다.

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)+3g(x)}{x^3}=1$이므로

$f(x)+3g(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이다.

$\{f(x)+3g(x)\}-\{f(x)-2g(x)\}=5g(x)$이므로

$g(x)$는 최고차항의 계수가 $\dfrac{1}{5}$인 삼차함수이다.

$\therefore\ \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{g(x)}{x^3}=\dfrac{1}{5}$

$\therefore\ \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)+g(x)}{x^3}$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\left\{\dfrac{f(x)+3g(x)}{x^3}-\dfrac{2g(x)}{x^3}\right\}$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{f(x)+3g(x)}{x^3}-2\times\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{g(x)}{x^3}$

$=1-\dfrac{2}{5}=\dfrac{3}{5}$

10) ①

$x^2\displaystyle\int_1^x f(t)dt-\int_1^x t^2 f(t)dt=x^4+ax^3+bx^2$ …… ㉠

㉠이 모든 실수 x에 대하여 성립하므로

㉠에 $x=1$을 대입하면

$0=1+a+b$ …… ㉡

㉠의 양변을 x에 대하여 미분하면

$\left\{2x\displaystyle\int_1^x f(t)dt+x^2f(x)\right\}-x^2f(x)=4x^3+3ax^2+2bx$

$2x\displaystyle\int_1^x f(t)dt=4x^3+3ax^2+2bx$

위의 식이 모든 실수 x에 대하여 성립하므로

$2\int_1^x f(t)dt = 4x^2 + 3ax + 2b$ …… ㉢

㉢이 모든 실수에 대하여 성립하므로

㉢에 $x=1$을 대입하면

$0 = 4 + 3a + 2b$ …… ㉣

㉡, ㉣에서 $a=-2,\ b=1$

㉢의 양변을 x에 대하여 미분하면

$2f(x) = 8x + 3a = 8x - 6$

$\therefore\ f(x) = 4x - 3$

$\therefore\ f(5) = 17$

11) ③

ㄱ. $\lim_{x\to1-} f(x) = 1,\ \lim_{x\to1+} g(x) = 1$이므로

$\lim_{x\to1-} f(x) + \lim_{x\to1+} g(x) = 2$ (참)

ㄴ. $x\to0+$일 때, $f(x)\to0+$이므로

$\lim_{x\to0+} g(f(x)) = \lim_{t\to0+} g(t) = 1$ (거짓)

ㄷ. $\lim_{x\to1-} f(x)g(x) = 1\times0 = 0$

$\lim_{x\to1+} f(x)g(x) = 0\times1 = 0$

$f(1)g(1) = 0\times1 = 0$

$\therefore\ \lim_{x\to1} f(x)g(x) = f(1)g(1)$

따라서 함수 $f(x)g(x)$는 $x=1$에서 연속이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

12) ②

$a_1 = S_1 = \frac{2}{3}$

$n\geq2$일 때,

$a_{2n-1} = S_{2n-1} - S_{2n-2} = \frac{2}{n+2} - \frac{2}{n}$

$\therefore\ \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n-1} = a_1 + \sum_{n=2}^{\infty} a_{2n-1}$

$= a_1 + \lim_{n\to\infty}\sum_{k=2}^{n}\left(\frac{2}{k+2} - \frac{2}{k}\right)$

$= \frac{2}{3} + \lim_{n\to\infty}\left(\frac{2}{n+2} + \frac{2}{n+1} - 1 - \frac{2}{3}\right)$

$=-1$

13) ③

점 A_k의 y좌표가 2^k+4이고 점 B_k의 y좌표가 $k+1$이므로 S_k는 가로의 길이가 1이고 세로의 길이가 $(2^k+4)-(k+1) = 2^k-k+3$인 직사각형의 넓이이다.

$\therefore\ S_k = 2^k - k + 3$

$\therefore\ \sum_{k=1}^{8} S_k = \sum_{k=1}^{8} 2^k - \sum_{k=1}^{8}(k-3) = \frac{2(2^8-1)}{2-1} - \frac{8}{2}(-2+5)$

$=498$

14) ①

$\mathrm{E}(X) = m,\ \sigma(X) = \sigma$라 하면

조건 (가)에 의하여

$\mathrm{E}(Y) = am,\ \sigma(Y) = a\sigma$ ($\because\ a>0$)

조건 (나)에서

$\mathrm{P}(X\leq18) + \mathrm{P}(Y\geq36) = 1$

$\Leftrightarrow\ \mathrm{P}\left(Z\leq\frac{18-m}{\sigma}\right) + \mathrm{P}\left(Z\geq\frac{36-am}{a\sigma}\right) = 1$

$\Leftrightarrow\ \frac{18-m}{\sigma} = \frac{36-am}{a\sigma}$

$\therefore\ a=2$ ($\because\ \sigma>0$)

조건 (다)에서

$\mathrm{P}(X\leq28) = \mathrm{P}(Y\geq28)$

$\Leftrightarrow\ \mathrm{P}\left(Z\leq\frac{28-m}{\sigma}\right) = \mathrm{P}\left(Z\geq\frac{28-2m}{2\sigma}\right)$ ($\because\ a=2$)

$\Leftrightarrow\ \frac{28-m}{\sigma} = -\frac{28-2m}{2\sigma}$

$\therefore\ m=21$ ($\because\ \sigma>0$)

$\therefore\ \mathrm{E}(Y) = am = 42$

15) ②

점 A_n의 좌표를 $(x_n,\ y_n)$이라 하면

조건 (나)에 의하여 점 B_n의 좌표는 $(y_n+1,\ x_n)$이고

조건 (다)에 의하여 점 A_{n+1}의 좌표는 $(x_n+1,\ y_n+2)$이다.

$\therefore\ x_{n+1} = x_n + 1,\ y_{n+1} = y_n + 2$

조건 (가)에 의하여 $x_1 = 1,\ y_1 = 2$이므로

$x_n = n,\ y_n = 2n$이다.

$\therefore\ \mathrm{A}_n(n,\ 2n),\ \mathrm{B}_n(2n+1,\ n)$

$\therefore\ \overline{\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n} = \sqrt{(n+1)^2 + (-n)^2}$

$= \sqrt{2n^2+2n+1}$

$\lim_{n\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n}}{n} = \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{2n^2+2n+1}}{n}$

$= \lim_{n\to\infty}\sqrt{2+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}} = \sqrt{2}$

16) ⑤

곡선 $y=g(x)$는 곡선 $y=f(x)$를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동시킨 것이고

곡선 $y=f(x)$이 x축과 $x=0,\ x=4$일 때 만나므로

곡선 $y=g(x)$는 x축과 $x=2,\ x=6$일 때 만난다.

따라서 두 곡선 $y=f(x)$과 $y=g(x)$는 직선 $x=\frac{4+2}{2}=3$에서 대칭이므로

두 곡선의 교점의 x좌표는 3이고 $S_1 = S_2$이다.

$\int_0^3 f(x)dx = \int_0^3(-x^2+4x)dx = \left[-\frac{x^3}{3}+2x^2\right]_0^3 = 9$

$\int_3^4 f(x)dx = \int_3^4(-x^2+4x)dx = \left[-\frac{x^3}{3}+2x^2\right]_3^4 = \frac{5}{3}$

$\int_2^3 g(x)dx = \int_3^4 f(x)dx$이므로

$S_1 = \int_0^3 f(x)dx - \int_2^3 g(x)dx = 9 - \frac{5}{3} = \frac{22}{3}$

$S_2 = \int_2^3 g(x)dx + \int_3^4 f(x)dx = 2\times\frac{5}{3} = \frac{10}{3}$

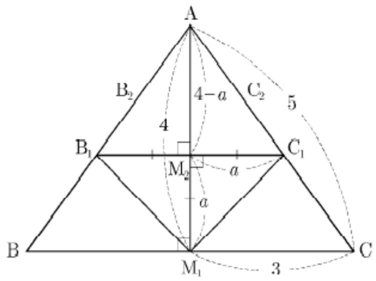
$\therefore\ \frac{S_2}{S_1+S_3} = \frac{\frac{10}{3}}{2\times\frac{22}{3}} = \frac{5}{22}$

17) ②

삼각형 ABC가 이등변삼각형이므로 $\triangle\mathrm{AM_1C}$는 직각삼각형이다.

$\therefore\ \overline{\mathrm{AM_1}}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

삼각형 ABC와 삼각형 $\mathrm{AB_1C_1}$이 닮음이므로 $\mathrm{M_2}$는 직선 $\mathrm{AM_1}$ 위에 있고 삼각형 $\mathrm{AM_2C_1}$과 삼각형 $\mathrm{AM_1C}$는 닮음이다.



$\overline{\mathrm{M_2C_1}}=a$라 하면 삼각형 $\mathrm{M_2M_1C_1}$은 직각이등변삼각형이므로

$\overline{\mathrm{M_2M_1}}=a$

$\dfrac{\overline{\mathrm{AM_2}}}{\overline{\mathrm{M_2C_1}}}=\dfrac{\overline{\mathrm{AM_1}}}{\overline{\mathrm{M_1C}}}$에서 $\dfrac{4-a}{a}=\dfrac{4}{3}$

$\therefore\ a=\dfrac{12}{7}$

따라서 수열 $\{S_n\}$은 $S_1=a^2=\dfrac{144}{49}$이고

공비가 $\left(\dfrac{a}{3}\right)^2=\dfrac{16}{49}$인 등비수열이다.

$\therefore\ \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}S_n=\dfrac{\dfrac{144}{49}}{1-\dfrac{16}{49}}=\dfrac{48}{11}$

18) ④

점 P가 제1사분면 위의 점이므로 $a>0$이고 $b>0$이다.

$f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-x$라 할 때, $f'(x)=x^2-1$이므로

곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(a,\,b)$에서의 접선의 방정식은

$y=f'(a)(x-a)+f(a)$

$=(a^2-1)(x-a)+\dfrac{1}{3}a^3-a$

이다.

따라서 점 Q의 y좌표는 $-\dfrac{2}{3}a^3$이고, $\overline{\mathrm{OQ}}=\dfrac{2}{3}a^3$이다. ($\because\ a>0$)

점 R의 y좌표는 $f(a)=\dfrac{1}{3}a^3-a$이므로

$\overline{\mathrm{OR}}=\dfrac{1}{3}a^3-a$이다.

$\overline{\mathrm{OQ}}:\overline{\mathrm{OR}}=3:1$에서

$\dfrac{2}{3}a^3:\dfrac{1}{3}a^3-a=3:1$

$a^3-3a=\dfrac{2}{3}a^3$

$a(a+3)(a-3)=0$

$\therefore\ a=3$ ($\because\ a>0$)

$\therefore\ b=f(a)=\dfrac{1}{3}\cdot 3^3-3=6$

$\therefore\ ab=3\cdot 6=18$

19) ⑤

ㄱ. $(A+2B)(2A-B)=E$이므로

$(A+2B)^{-1}=2A-B$이다.

$\therefore\ (2A-B)(A+2B)=E$

$(A+2B)(2A-B)=(2A-B)(A+2B)$이므로

$AB=BA$

$\therefore\ BA=O$ (참)

ㄴ. $(A+2B)(2A-B)=E$에서

$2A^2-2B^2=E$

$2(A+B)(A-B)=E$

$\therefore\ (A+B)^{-1}=2(A-B)$ (참)

ㄷ. ㄴ에서 $2A^2-2B^2=E$

즉, $A^2=\dfrac{1}{2}E+B^2$이므로

$A^2+B^2=\dfrac{1}{2}E$이면

$\left(\dfrac{1}{2}E+B^2\right)+B^2=\dfrac{1}{2}E$

$\therefore\ B^2=O$

따라서 $A^2=\dfrac{1}{2}E+B^2=\dfrac{1}{2}E$이므로 행렬 A의 역행렬이 존재한다.

따라서 $AB=O$에서 $B=O$이다. (참)

따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.

20) ①

점 B_n이 직선 $x=a_n$과 $y=b_nx$의 교점이므로

$\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n}=a_nb_n$이고

$\overline{\mathrm{OB}_n}=\sqrt{\overline{\mathrm{OA}_n}^2+\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n}^2}$

$=\sqrt{(a_n)^2+(a_nb_n)^2}$

$=a_n\sqrt{\boxed{1}+b_n^2}$

$\therefore$ (가)$=p=1$

원 T_n이 x축에 접하므로 $\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{C}_n}=r_n$이다.

$\overline{\mathrm{OD}_n}=\overline{\mathrm{OB}_n}+\overline{\mathrm{B}_n\mathrm{D}_n}$

$=\overline{\mathrm{OB}_n}+\overline{\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n}$

$=\overline{\mathrm{OB}_n}+(\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n}-\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{C}_n})$

$=a_n\sqrt{\boxed{1}+b_n^2}+a_nb_n-r_n$

$\overline{\mathrm{OE}_n}=a_n+r_n$

$\overline{\mathrm{OD}_n}=\overline{\mathrm{OE}_n}$이므로

$a_n\sqrt{1+b_n^2}+a_nb_n-r_n=a_n+r_n$

$\therefore\ r_n=\dfrac{a_n\left(b_n-1+\sqrt{1+b_n^2}\right)}{2}$

$\therefore\ a_{n+1}=a_n+2r_n$

$=\left(b_n+\sqrt{1+b_n^2}\right)\times a_n$

그런데 $b_n=\dfrac{1}{2}\left(n+1-\dfrac{1}{n+1}\right)$이므로

$\sqrt{1+b_n^2}=\dfrac{1}{2}\left(n+1+\dfrac{1}{n+1}\right)$

$\therefore\ b_n+\sqrt{1+b_n^2}=n+1$

$\therefore\ a_{n+1}=\left(b_n+\sqrt{1+b_n^2}\right)\times a_n$

$=\left(\boxed{n+1}\right)\times a_n$ $(n\geq 1)$

$\therefore$ (나)$=f(n)=n$

이때 $a_1=2$이고

$a_n=\boxed{n}\times a_{n-1}$

$=\boxed{n(n-1)}\times a_{n-2}$

$\vdots$

$=\boxed{n(n-1)(n-2)\times\cdots\times 2}\times a_1$

이므로

$a_n=\boxed{2n!}$

$\therefore$ (다)$=g(n)=2n!$

$\therefore\ p+f(4)+g(4)=1+5+48=54$

21) ②

원 C_n의 중심을 $(x_n,\ y_n)$이라 하면

$x_1=1$

$x_2=x_3=1-(1+2)$

$x_4=x_5=1-(1+2)+(3+4)$

$x_6=x_7=1-(1+2)+(3+4)-(5+6)$

$x_8=x_9=1-(1+2)+(3+4)-(5+6)+(7+8)$

$\vdots$

정수 m에 대하여

$-\{(4m-3)+(4m-2)\}+\{(4m-1)+4m\}=4$이다.

$\therefore\ x_{4k}=1+4k$

$y_1=y_2=1$

$y_3=y_4=1-(2+3)$

$y_5=y_6=1-(2+3)+(4+5)$

$y_7=y_8=1-(2+3)+(4+5)-(6+7)$

$\vdots$

정수 m에 대하여

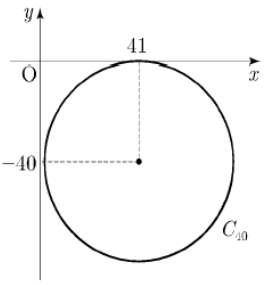
$\{(4m-4)+(4m-3)\}-\{(4m-2)+(4m-1)\}=-4$이다.

$\therefore\ y_{4k}=-4k\ (\because\ 1=0+1)$

$\therefore\ (x_{4k},\ y_{4k})=(1+4k,\ -4k)$

원 C_{40}는 중심이 $(41,\ -40)$이고 반지름이 40인 원이므로

원의 내부는 모두 제4사분면에 포함된다.



따라서 원 C_n의 중심이 원 C_{40}의 내부에 있으려면 원 C_n의 중심은 제4사분면에 있어야 한다.

즉, $n=4k$(k는 자연수)이어야 한다.

이때, 원 C_n의 중심과 원 C_{40}의 중심과의 거리는 원 C_{40}의 반지름 40보다 작다.

따라서 구하는 원의 개수는

점 $(1+4k,\ -4k)$과 점 $(41,\ -40)$의 거리가 40보다 작도록 하는 자연수 k의 개수이다.

$\sqrt{(4k-40)^2+(-4k+40)^2}<40$에서

$(k-10)^2<50$

$10-\sqrt{50}<k<10+\sqrt{50}$

$7<\sqrt{50}<8$이므로

위 부등식을 만족시키는 k는 3, 4, $\cdots$, 17이다.

따라서 구하는 원의 개수는 15개다.

22) 28

함수 $f(x)$가 다항함수이고, $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-3}{x-2}=4$이므로

$f(2)=\lim\limits_{x\to 2}f(x)=3$이고 $f'(2)=4$이다.

$g(x)=x^2f(x)$이므로

$g'(x)=2xf(x)+x^2f'(x)$

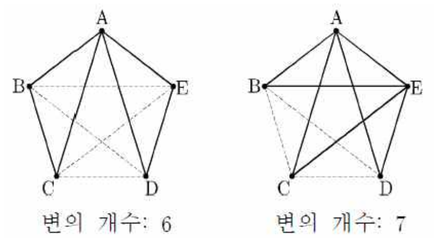
$\therefore\ g'(2)=2\cdot 2f(2)+2^2f'(2)=4\cdot 3+4\cdot 4=28$

23) 14

그래프에 존재하는 서로 다른 변의 개수가 최대일 때, 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합이 최대가 된다.

조건 (가)에 의하여 꼭짓점 A는 꼭짓점 B, C, D, E와 모두 변으로 연결되어 있다.

조건 (나)를 만족하면서 서로 다른 변의 개수가 변의 개수가 최대가 되는 경우는 점 B 또는 C또는 D에 연결된 변이 모두 다른 경우로 점 E가 점 B, C, D와 변의로 연결되는 경우이다.



그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은 그래프의 변의 개수의 2배이므로

구하는 최댓값은 $2\times 7=14$이다.

24) 71

$b-a$는 신뢰구간의 길이를 의미한다.

모표준편차가 1.2(GB)이고 $\mathrm{P}(0\le Z\le 1.96)=0.4750$이므로

$b-a=2\times 1.96\times\dfrac{1.2}{\sqrt{n}}$

$2\times 1.96\times\dfrac{1.2}{\sqrt{n}}\le 0.56$에서 $\sqrt{n}\ge 8.4$

$\therefore\ n\ge 70.56$

따라서 자연수 n의 최솟값은 71이다.

25) 18

$\sum\limits_{k=1}^{n}(a_{2k-1}+a_{2k})=2n^2-n$이므로 $n\ge 2$일 때,

$a_{2n-1}+a_{2n}=\sum\limits_{k=1}^{n}(a_{2k-1}+a_{2k})-\sum\limits_{k=1}^{n-1}(a_{2k-1}+a_{2k})$

$=(2n^2-n)-\{2(n-1)^2-(n-1)\}$

$=4n-3$

$\therefore\ (a_9+a_{10})+(a_{11}+a_{12})=17+21=38$

$\therefore\ a_9+a_{12}=38-(a_{10}+a_{11})=38-20=18$

26) 90

조건 (가)에 의하여 $B=A^{-1}BA$

위 식의 양변의 왼쪽에 행렬 A를 곱하여 정리하면

$AB=BA$

$\therefore\ BA^n=BAA^{n-1}=ABA^{n-1}$

$=ABAA^{n-1}=A^2BA^{n-2}$

$=\cdots$

$=A^{n-1}BA=A^nB$

마찬가지 방법으로 $B^nA=AB^n$

$\therefore\ X_n=(A^{-1})^nBA^n+B^nA(B^{-1})^n$

$=(A^{-1})^nA^nB+AB^n(B^{-1})^n$

$=B+A$

조건 (나)에 의하여 행렬 X_n의 모든 성분의 합은

$1+8=9$이다.

$\therefore\ X_1+X_2+X_3+\cdots+X_{10}=9\times10=90$

27) 251

주사위를 한 번 던질 때, 3의 배수의 눈의 나올 확률은

$\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$이고 3의 배수가 아닌 눈이 나올 확률은 $1-\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}$이다.

따라서 주사위를 한 번 던질 때,

주머니 A에서 공을 꺼낼 확률은 $\dfrac{1}{3}$이고

주머니 B에서 공을 꺼낼 확률은 $\dfrac{2}{3}$이다.

주어진 조건을 만족시키는 경우는

주머니 A에서 흰 구슬을 1개씩 2번 꺼내고,

주머니 B에서 검은 구슬을 1개씩 2번 꺼내는 경우이다.

주사위 4번을 던지는 시행 중 주머니 A와 B에서 각각 2개씩의 구슬을 꺼낼 확률은

$${}_4C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{8}{27}$$

주머니 A에서 공을 꺼내는 두 번의 시행에서 모두 흰 구슬을 꺼낼 확률은

$$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$$

주머니 B에서 공을 꺼내는 두 번의 시행에서 모두 검은 구슬을 꺼낼 확률은

$$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$$

따라서 구하는 확률은

$\dfrac{8}{27}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{8}{243}$

$\therefore\ p=243,\ q=8$

$\therefore\ p+q=251$

28) 25

$\dfrac{1}{2}x^2=-x+10$에서 $x^2+2x-20=0$

$\therefore\ x=-1\pm\sqrt{21}$

곡선 $y=\dfrac{1}{2}x^2$과 직선 $y=-x+10$는 $x=-1\pm\sqrt{21}$일 때 만나므로

t의 범위는 $0<t<-1+\sqrt{21}$이다.

점 A, B의 y좌표가 같으므로

$-x+10=\dfrac{1}{2}t^2$에서 $x=10-\dfrac{1}{2}t^2$

따라서 점 B의 x좌표는 $10-\dfrac{1}{2}t^2$이다.

$\therefore\ \overline{\mathrm{AC}}=\left(10-\dfrac{1}{2}t^2\right)-t,\ \overline{\mathrm{CD}}=\dfrac{1}{2}t^2$

직사각형 ACDB의 넓이를 $f(t)$라 하면

$f(t)=\overline{\mathrm{AC}}\times\overline{\mathrm{CD}}$

$=\left(10-\dfrac{1}{2}t^2-t\right)\times\dfrac{1}{2}t^2$

$=-\dfrac{1}{4}t^4-\dfrac{1}{2}t^3+5t^2\ (0<t<-1+\sqrt{21})$

$f'(t)=-t^3-\dfrac{3}{2}t^2+10t$

$=-\dfrac{t}{2}(2t-5)(t+4)\ (0<t<-1+\sqrt{21})$

$f'(t)=0$에서 $t=\dfrac{5}{2}\ (\because\ t>0)$

함수 $f(t)$의 증감을 표로 나타내면 다음과 같다.

t	0	$\cdots$	$\dfrac{5}{2}$	$\cdots$	$-1+\sqrt{21}$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$		↗	극대	↘	

따라서 함수 $f(t)$는 $t=\dfrac{5}{2}$일 때, 극대이자 최대이다.

$\therefore\ 10t=10\times\dfrac{5}{2}=25$

29) 88

$x_k-x_{k-1}=\dfrac{2}{n}\ (k=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$

$A_k=\dfrac{1}{2}x_kf(x_k)$

$=\dfrac{1}{2}\left(1+\dfrac{2k}{n}\right)f\left(1+\dfrac{2k}{n}\right)$

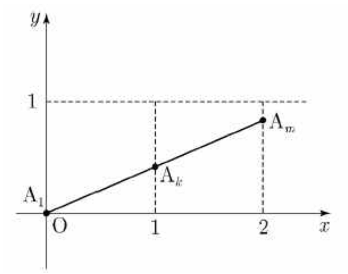
$\therefore\ \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}A_k=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}\left(1+\dfrac{2k}{n}\right)f\left(1+\dfrac{2k}{n}\right)$

$=\displaystyle\int_1^3xf(x)dx=\int_1^3(-4x^3+12x^2+16x)dx$

$=\Big[-x^4+4x^3+8x^2\Big]_1^3$

$=88$

30) 992



$\log1=0$이므로 $A_1(0,0)$

점 A_n의 x, y좌표가 각각 $\log n$의 지표 $f(n)$, 가수 $g(n)$이므로

점 A_n의 x좌표는 정수이고 y좌표는 1보다 작고 0보다 크거나 같다.

$10<n<1000$일 때, $1<\log n<3$이므로

A_k, A_m의 x좌표는 1 또는 2이다.

A_k, A_m의 x좌표가 모두 1 또는 모두 2이면

세 점 A_1, A_k, A_m이 한 직선 위에 있지 않으므로
점 A_k와 A_m의 x좌표는 각각 1, 2이어야 한다. ($\because$ $k<m$)
$\therefore$ $f(k)=1$, $f(m)=2$ …… ㉠
이때, 두 점 A_1, A_k를 잇는 직선의 기울기와 두 점 A_k, A_m을 잇는 직선의 기울기는 같으므로
$g(k)=\dfrac{g(m)}{2}$가 성립한다.
한편, $\log k=f(k)+g(k)$, $\log m=f(m)+g(m)$이므로
$g(k)=\dfrac{g(m)}{2}$에서 $\log k-1=\dfrac{\log m-2}{2}$
$\therefore$ $m=k^2$ …… ㉡
㉠에서 $10<k<100$, $100\le m<1000$이고
$31^2=961$, $32^2=1024$이므로
조건 ㉠, ㉡을 만족시키는 자연수 k의 범위는
$11\le k\le 31$이다.
k가 최대일 때, $m(=k^2)$도 최대가 되므로 $k+m$는
$k=31$일 때, 최댓값 $31+31^2=992$를 갖는다.