제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $4^{\frac{2}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

2. 함수 $f(x)=2x^2+x+2$ 에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1=2,\quad 2a_2+a_7=30$$

일 때, a_{10} 의 값은? [3점]

① 29 ② 30 ③ 31 ④ 32 ⑤ 33

4. 함수

$$f(x)=\begin{cases} ax^2-2 & (x<2) \\ 3x & (x\geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x)=(x+1)(2x^2-5x+1)$에 대하여 $f'(2)$의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

6. 두 양수 a, b가

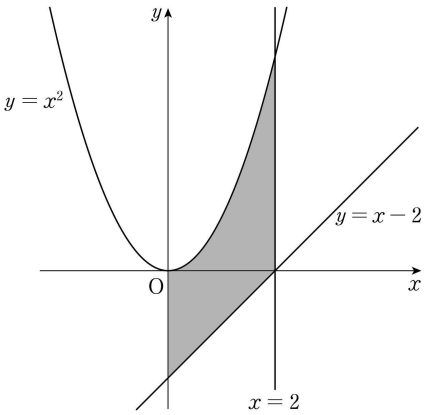
$$\log_3 a^2=4,\quad \log_9 ab=\frac{5}{2}$$

를 만족시킬 때, $\frac{b}{a}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

7. 곡선 $y=x^2$과 y축 및 두 직선 $y=x-2$, $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{11}{3}$ ② 4 ③ $\frac{13}{3}$ ④ $\frac{14}{3}$ ⑤ 5



8. $\cos\theta = 4\sin\theta$ 이고 $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) < 0$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{4\sqrt{17}}{17}$ ② $-\frac{\sqrt{17}}{17}$ ③ 0
④ $\frac{\sqrt{17}}{17}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{17}}{17}$

9. 닫힌구간 $[1, 3]$ 에서 함수 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + a$ 가 최댓값 M, 최솟값 4를 가질 때, M의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

10. 양수 k에 대하여 곡선 $y = \log_2(x-k)$가 x축과 만나는 점을 A라 하자. 직선 $y = 2$가 곡선 $y = \log_2(x-k)$와 만나는 점을 B, y축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB} = \overline{AC}$일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [4점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

11. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각이 $t\,(t\geq 0)$일 때 점 P의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=3t^2-24t+36$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. 시각 $t=1$일 때 점 P의 위치는 25이다.
ㄴ. 출발한 후 점 P의 운동 방향은 두 번 바뀐다.
ㄷ. 시각 $t=0$에서 $t=3$까지 점 P가 움직인 거리는 37이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. $a_1=3$, $a_2=10$인 수열 $\{a_n\}$과 모든 항이 양수인 등비수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_k+1}=n^2+n$$

을 만족시킨다. 다음은 $\sum_{n=1}^{5}\frac{a_n}{n}$의 값을 구하는 과정이다.

$n=1$일 때, $\frac{a_1}{b_1+1}=2$에서 $b_1=\frac{1}{2}$이다.
2 이상의 모든 자연수 n에 대하여
$\frac{a_n}{b_n+1}=\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_k+1}-\sum_{k=1}^{n-1}\frac{a_k}{b_k+1}$이므로
$\frac{a_n}{b_n+1}=$ (가) $\times n$ …… ㉠
이다.
$n=1$일 때도 ㉠이 성립하므로 모든 자연수 n에 대하여
$\frac{a_n}{n}=$ (가) $\times(b_n+1)$ …… ㉡
이다.
그러므로 등비수열 $\{b_n\}$의 공비는 (나)이다.
따라서 ㉡에 의하여 $\sum_{n=1}^{5}\frac{a_n}{n}=$ (다)이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r이라 할 때, $p+q+r$의 값은? [4점]

① 136 ② 137 ③ 138 ④ 139 ⑤ 140

13. 함수 $f(x)=x^3-4x^2+6x-8$에 대하여
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{P}(1,\,-5)$에서의 접선이 곡선 $y=f(x)$와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자.
곡선 $y=f(x)$ 위의 점 Q에서의 접선과 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

14. 두 상수 $a\,(a\neq 0)$, b에 대하여 닫힌구간 $[0,\,2\pi]$에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} 3\sin x & (0\le x<\pi) \\ a\cos x+b & (\pi\le x\le 2\pi) \end{cases}$$

가 있다. $0\le t\le 2\pi$인 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=f(t)$를 만족시키는 모든 x의 값의 합이 $\frac{7}{4}\pi$가 되도록 하는 서로 다른 모든 실수 t의 개수가 4일 때, a^2+b^2의 값은? [4점]

① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ 7 ④ $\frac{29}{4}$ ⑤ $\frac{15}{2}$

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 두 상수 a, b에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} -xf(x)-ax^2 & (x \le 0) \\ \dfrac{1}{4}f(x)-bx^2 & (x>0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값은? [4점]

(가) 집합 $\{x \mid g(x)=-27\}$의 원소의 개수는 2이다.
(나) $\{x \mid g(x)=-27\} \subset \{x \mid g'(x)=0\}$

① $\frac{85}{4}$ ② $\frac{87}{4}$ ③ $\frac{89}{4}$ ④ $\frac{91}{4}$ ⑤ $\frac{93}{4}$

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=3$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=a_n^2-3n$$

을 만족시킨다. a_3의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)=4x^3-3x^2+2$의 한 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(1)=5$일 때, $F(2)$의 값을 구하시오. [3점]

18. 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=8$이고 $\cos A=-\frac{1}{4}$일 때, $\overline{BC}^2$의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x)=x^3-6x^2+ax+b$는 $x=1$에서 극대이다. 함수 $f(x)$의 극솟값이 5일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 상수이다.) [3점]

20. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n=\begin{cases} n & (n\text{이 }5\text{의 배수가 아닌 경우}) \\ -4n+10 & (n\text{이 }5\text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

일 때, $20\le\sum_{k=1}^{m}a_k<30$을 만족시키는 모든 자연수 m의 값의 합을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^x (f(t)-|f(t)|)\,dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) $x \geq k$인 모든 실수 x에 대하여 $g'(x)=0$을 만족시키는 실수 k의 최솟값이 2이다.
(나) $g(2)=-8$

22. 자연수 k에 대하여 두 함수

$$f(x)=2^x,\ g(x)=2\times 4^x+\left(\frac{1}{2}\right)^k$$

이 있다. 실수 t에 대하여 직선 $x=t$가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 두 점 A, B 사이의 거리가 $\frac{1}{5}$이 되도록 하는 실수 t의 개수가 2이고 이 두 실수의 합을 p라 할 때, $k\times\left(\frac{1}{2}\right)^p$의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5 지 선 다 형

23. ${}_3\mathrm{H}_5$의 값은? [2점]

① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

24. 서로 다른 종류의 연필 4자루가 있다. 이 4자루의 연필을 세 명의 학생 A, B, C에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 연필을 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

① 72 ② 75 ③ 78 ④ 81 ⑤ 84

25. 숫자 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3이 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 양 끝에 놓인 카드에 적힌 두 수의 합이 4가 되도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 숫자가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

① 70 ② 75 ③ 80 ④ 85 ⑤ 90

26. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는? [3점]

$a+b+c+|d-1|=4$

① 35 ② 40 ③ 45 ④ 50 ⑤ 55

27. 전체집합 $U=\{-4, -2, -1, 1, 2, 4\}$의 두 부분집합 A, B에 대하여 다음 조건을 만족시키는 집합 A, B의 모든 순서쌍 (A, B)의 개수는? [3점]

(가) $n(A\cap B)\geq 2$
(나) 집합 $A\cap B$의 모든 원소의 합은 0이다.

① 259 ② 262 ③ 265 ④ 268 ⑤ 271

28. 두 집합 $X=\{x \mid x$는 9 이하의 자연수$\}$, $Y=\{1, 2, 4\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X\to Y$의 개수는? [4점]

(가) 집합 $\{x \mid f(x)=1, x\in X\}$의 원소의 개수는 3이고,
집합 $\{x \mid f(x)=2, x\in X\}$의 원소의 개수는 2이고,
집합 $\{x \mid f(x)=4, x\in X\}$의 원소의 개수는 4이다.
(나) 7 이하의 모든 자연수 x에 대하여
$f(x)+f(x+1)\neq f(x+2)$이다.

① 920 ② 925 ③ 930 ④ 935 ⑤ 940

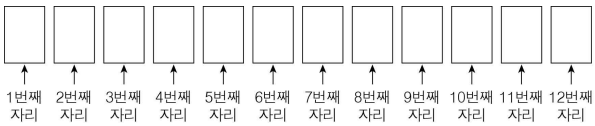
단답형

29. 숫자 1, 3, 5, 7, 9가 각각 하나씩 적혀 있는 5개의 흰색 접시와 숫자 2, 4, 6, 8, 10이 각각 하나씩 적혀 있는 5개의 검은색 접시가 있다. 이 10개의 접시를 원 모양의 식탁에 일정한 간격을 두고 원형으로 놓을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

(가) 흰색 접시끼리는 서로 이웃하지 않는다.
(나) 서로 이웃한 2개의 접시에 적혀 있는 수의 곱은 70 이하이다.

30. 정수 -1이 적혀 있는 6장의 카드와 정수 1이 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 12장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 그림과 같은 12개의 자리에 각각 한 장씩 놓을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 수가 적혀 있는 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

11 이하의 모든 자연수 n에 대하여
n번째 자리에 놓인 카드에 적혀 있는 수와
$(n+1)$번째 자리에 놓인 카드에 적혀 있는 수의 곱을
a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{11} a_n = 3$이다.



*** 확인 사항**

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(미적분)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.