

제 2 교시

수학 영역

5 지선 다형

1.  $4^{\frac{2}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ②  $\sqrt{2}$       ③ 2      ④  $2\sqrt{2}$       ⑤ 4

2. 함수  $f(x) = 2x^2 + x + 2$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은?

[2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 2, \quad 2a_2 + a_7 = 30$$

일 때,  $a_{10}$ 의 값은? [3점]

- ① 29      ② 30      ③ 31      ④ 32      ⑤ 33

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2 & (x < 2) \\ 3x & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

5. 함수  $f(x) = (x+1)(2x^2 - 5x + 1)$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값은?

[3점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

6. 두 양수  $a, b$ 가

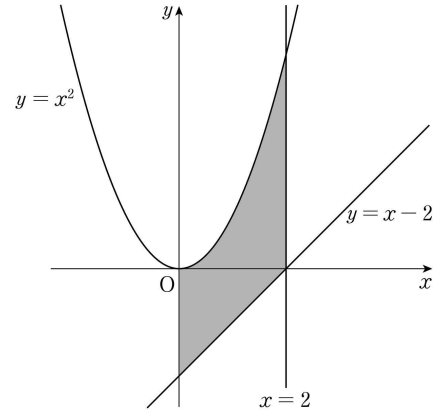
$$\log_3 a^2 = 4, \quad \log_9 ab = \frac{5}{2}$$

를 만족시킬 때,  $\frac{b}{a}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{9}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③ 1      ④ 3      ⑤ 9

7. 곡선  $y = x^2$ 과  $y$ 축 및 두 직선  $y = x - 2, x = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ①  $\frac{11}{3}$       ② 4      ③  $\frac{13}{3}$       ④  $\frac{14}{3}$       ⑤ 5



8.  $\cos \theta = 4 \sin \theta$  이고  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) < 0$  일 때,  $\cos \theta$  의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{4\sqrt{17}}{17}$       ②  $-\frac{\sqrt{17}}{17}$       ③ 0
- ④  $\frac{\sqrt{17}}{17}$       ⑤  $\frac{4\sqrt{17}}{17}$

9. 닫힌구간  $[1, 3]$  에서 함수  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + a$  가 최댓값  $M$ , 최솟값 4 를 가질 때,  $M$  의 값은? (단,  $a$  는 상수이다.) [4점]

- ① 13      ② 14      ③ 15      ④ 16      ⑤ 17

10. 양수  $k$  에 대하여 곡선  $y = \log_2(x-k)$  가  $x$  축과 만나는 점을 A 라 하자. 직선  $y = 2$  가 곡선  $y = \log_2(x-k)$  와 만나는 점을 B,  $y$  축과 만나는 점을 C 라 하자.  $\overline{AB} = \overline{AC}$  일 때, 삼각형 ABC 의 넓이는? [4점]

- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

11. 시각  $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각이  $t(t \geq 0)$ 일 때 점 P의 속도  $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 24t + 36$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- < 보 기 >
- ㄱ. 시각  $t=1$ 일 때 점 P의 위치는 25이다.
  - ㄴ. 출발한 후 점 P의 운동 방향은 두 번 바뀐다.
  - ㄷ. 시각  $t=0$ 에서  $t=3$ 까지 점 P가 움직인 거리는 37이다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12.  $a_1 = 3, a_2 = 10$ 인 수열  $\{a_n\}$ 과 모든 항이 양수인 등비수열  $\{b_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{b_k+1} = n^2 + n$$

을 만족시킨다. 다음은  $\sum_{n=1}^5 \frac{a_n}{b_n}$ 의 값을 구하는 과정이다.

$n=1$ 일 때,  $\frac{a_1}{b_1+1} = 2$ 에서  $b_1 = \frac{1}{2}$ 이다.

2 이상의 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\frac{a_n}{b_n+1} = \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{b_k+1} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{a_k}{b_k+1}$$

이므로

$$\frac{a_n}{b_n+1} = \boxed{\text{(가)}} \times n \dots\dots \textcircled{1}$$

이다.

$n=1$ 일 때도  $\textcircled{1}$ 이 성립하므로 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\frac{a_n}{n} = \boxed{\text{(가)}} \times (b_n+1) \dots\dots \textcircled{2}$$

이다.

그러므로 등비수열  $\{b_n\}$ 의 공비는  $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

따라서  $\textcircled{2}$ 에 의하여  $\sum_{n=1}^5 \frac{a_n}{b_n} = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $p, q, r$ 이라 할 때,  $p+q+r$ 의 값은? [4점]

- ① 136
- ② 137
- ③ 138
- ④ 139
- ⑤ 140

- 13 함수  $f(x) = x^3 - 4x^2 + 6x - 8$ 에 대하여  
 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $P(1, -5)$ 에서의 접선이 곡선  $y = f(x)$ 와  
 만나는 점 중  $P$ 가 아닌 점을  $Q$ 라 하자.  
 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $Q$ 에서의 접선과  $x$ 축,  $y$ 축으로 둘러싸인  
 도형의 넓이는? [4점]
- ① 8      ② 10      ③ 12      ④ 14      ⑤ 16

- 14 두 상수  $a(a \neq 0)$ ,  $b$ 에 대하여 닫힌구간  $[0, 2\pi]$ 에서 정의된  
 함수

$$f(x) = \begin{cases} 3 \sin x & (0 \leq x < \pi) \\ a \cos x + b & (\pi \leq x \leq 2\pi) \end{cases}$$

가 있다.  $0 \leq t \leq 2\pi$ 인 실수  $t$ 에 대하여  $x$ 에 대한 방정식  
 $f(x) = f(t)$ 를 만족시키는 모든  $x$ 의 값의 합이  $\frac{7}{4}\pi$ 가 되도록  
 하는 서로 다른 모든 실수  $t$ 의 개수가 4일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은?  
 [4점]

- ①  $\frac{13}{2}$       ②  $\frac{27}{4}$       ③ 7      ④  $\frac{29}{4}$       ⑤  $\frac{15}{2}$

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$  와  
두 상수  $a, b$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} -xf(x) - ax^2 & (x \leq 0) \\ \frac{1}{4}f(x) - bx^2 & (x > 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. 함수  $g(x)$ 가  
다음 조건을 만족시킬 때,  $a+b$ 의 값은? [4점]

- (가) 집합  $\{x \mid g(x) = -27\}$ 의 원소의 개수는 2이다.  
(나)  $\{x \mid g(x) = -27\} \subset \{x \mid g'(x) = 0\}$

- ①  $\frac{85}{4}$     ②  $\frac{87}{4}$     ③  $\frac{89}{4}$     ④  $\frac{91}{4}$     ⑤  $\frac{93}{4}$

단답형

16. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 3$  이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = a_n^2 - 3n$$

을 만족시킨다.  $a_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수  $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2$ 의 한 부정적분  $F(x)$ 에 대하여  
 $F(1) = 5$ 일 때,  $F(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 삼각형 ABC에서  $\overline{AB}=6$ ,  $\overline{AC}=8$  이고  $\cos A = -\frac{1}{4}$  일 때,  
 $\overline{BC}^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수  $f(x) = x^3 - 6x^2 + ax + b$ 는  $x = 1$ 에서 극대이다.  
 함수  $f(x)$ 의 극솟값이 5일 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오.  
 (단,  $a$ 와  $b$ 는 상수이다.) [3점]

20. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n = \begin{cases} n & (n \text{이 } 5 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ -4n + 10 & (n \text{이 } 5 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

일 때,  $20 \leq \sum_{k=1}^m a_k < 30$ 을 만족시키는 모든 자연수  $m$ 의 값의  
 합을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1이고  $f(0)=0$ 인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x (f(t) - |f(t)|) dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가)  $x \geq k$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  
 $g'(x) = 0$ 을 만족시키는 실수  $k$ 의 최솟값이 2이다.  
 (나)  $g(2) = -8$

22. 자연수  $k$ 에 대하여 두 함수

$$f(x) = 2^x, g(x) = 2 \times 4^x + \left(\frac{1}{2}\right)^k$$

이 있다. 실수  $t$ 에 대하여 직선  $x=t$ 가  
 두 곡선  $y=f(x)$ ,  $y=g(x)$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하자.

두 점 A, B 사이의 거리가  $\frac{1}{5}$ 이 되도록 하는

실수  $t$ 의 개수가 2이고 이 두 실수의 합을  $p$ 라 할 때,

$k \times \left(\frac{1}{2}\right)^p$ 의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

## 제 2 교시

## 수학 영역(기하)

## 5 지 선 다형

23. 포물선  $y^2 = 20x$ 의 준선이  $x = k$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은? [2점]

- ① -5      ② -4      ③ -3      ④ -2      ⑤ -1

24. 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{25} = 1$ 의 단축의 길이가 6일 때, 이 타원의 두 초점 사이의 거리는? (단,  $a$ 는 양수이다.) [3점]

- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

25. 쌍곡선  $\frac{x^2}{5a^2} - \frac{y^2}{a^2+1} = 1$ 의 한 점근선의 방정식이  $y = -\frac{1}{2}x$ 일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는? (단,  $a$ 는 양수이다.) [3점]
- ①  $2\sqrt{5}$     ②  $4\sqrt{5}$     ③  $6\sqrt{5}$     ④  $8\sqrt{5}$     ⑤  $10\sqrt{5}$

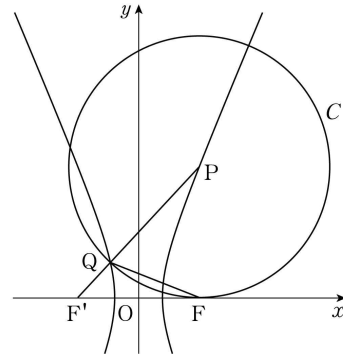
26. 포물선  $y^2 = 4px$  ( $p > 0$ )의 초점을 지나고 기울기가  $\frac{4}{3}$ 인 직선이 이 포물선과 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 P라 하자. 점 P와 이 포물선의 준선 사이의 거리가 20일 때,  $p$ 의 값은? [3점]
- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

27. 두 점  $F(c, 0)$ ,  $F'(-c, 0)$  ( $c > 0$ )을 초점으로 하고 장축의 길이가 8인 타원이 있다. 점  $F$ 를 지나고 기울기가 양수인 직선이 이 타원과 만나는 점 중  $y$ 좌표가 양수인 점을  $P$ ,  $y$ 좌표가 음수인 점을  $Q$ 라 하자.

$\overline{FP} : \overline{FQ} = 1 : 2$ ,  $\overline{F'P} : \overline{F'Q} = 3 : 2$ 일 때,  $c$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$     ②  $\frac{5\sqrt{3}}{6}$     ③  $\sqrt{3}$     ④  $\frac{7\sqrt{3}}{6}$     ⑤  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

28. 그림과 같이 두 점  $F(c, 0)$ ,  $F'(-c, 0)$  ( $c > 0$ )을 초점으로 하는 쌍곡선이 있다. 이 쌍곡선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점  $P$ 에 대하여 선분  $F'P$ 가 이 쌍곡선과 만나는 점 중  $P$ 가 아닌 점을  $Q$ 라 하고, 점  $P$ 를 중심으로 하고 점  $Q$ 를 지나는 원을  $C$ 라 하자. 원  $C$ 가  $x$ 축과 점  $F$ 에서 접하고  $\overline{PQ} + \overline{FQ} = 1$ 일 때, 원  $C$ 의 반지름의 길이는? [4점]



- ①  $\frac{3\sqrt{3}}{10}$     ②  $\frac{2\sqrt{2}}{5}$     ③  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     ④  $\frac{5\sqrt{2}}{12}$     ⑤  $\frac{3\sqrt{2}}{7}$

단답형

29. 초점이  $F(p, 0)$  ( $p > 0$ )이고 준선이  $x = -p$ 인 포물선과 점  $F$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가  $r$  ( $r > p$ )인 원  $C$ 가 있다. 원  $C$ 가  $x$ 축과 만나는 점 중  $x$ 좌표가 양수인 점을  $A$ 라 하고, 원  $C$ 가 이 포물선과 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을  $P$ 라 하자. 점  $P$ 에서 이 포물선의 준선에 내린 수선의 발을  $H$ 라 하자.  $\cos(\angle PHF) = \frac{\sqrt{3}}{3}$  이고 사각형  $APHF$ 의 넓이가  $54\sqrt{2}$  일 때,  $p+r$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 두 점  $F(c, 0), F'(-c, 0)$  ( $c > 0$ )을 초점으로

하는 쌍곡선  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{2a^2} = 1$ 이 있다. 이 쌍곡선의 꼭짓점 중

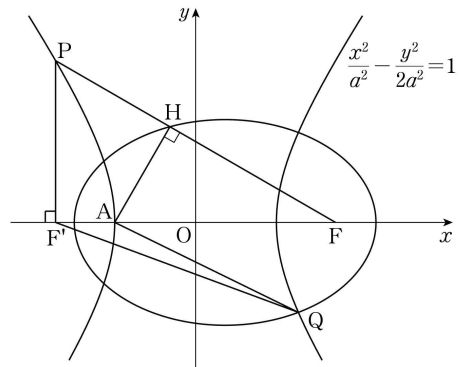
$x$ 좌표가 음수인 점을  $A$ 라 하고, 점  $F'$ 을 지나고  $x$ 축에 수직인 직선이 이 쌍곡선과 만나는 점 중 제2사분면에 있는 점을  $P$ 라 하자. 점  $A$ 에서 선분  $PF$ 에 내린 수선의 발을  $H$ 라 하자.

두 점  $A, F$ 를 초점으로 하고 점  $H$ 를 지나는 타원이 이 쌍곡선과 만나는 점 중 제4사분면에 있는 점을  $Q$ 라 하자.

$\overline{AQ} + \overline{F'Q} = 6 + 8\sqrt{3}$  일 때, 이 타원의 장축의 길이는

$p + q\sqrt{3}$ 이다.  $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오.

(단,  $a$ 는 양수이고,  $p$ 와  $q$ 는 유리수이다.) [4점]



\* 확인 사항  
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.