제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $\sqrt[3]{4}\times 2^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x)=x^3-4x^2+x$ 에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

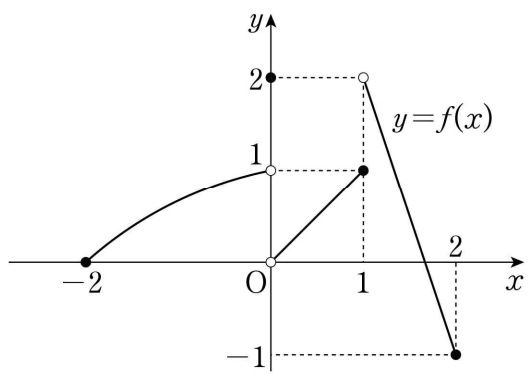
3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_4=2a_3+3a_2$$

를 만족시킬 때, 수열 $\{a_n\}$ 의 공비는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to 0-} f(x)-\lim_{x\to 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

① −2 ② −1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 함수 $f(x)=(x^2+x)(2x^2-x)$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

6. $\sin\left(\frac{3}{2}\pi+\theta\right)=\frac{1}{3}$일 때, $\sin\theta\tan\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{8}{3}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

7. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=x^3+x$이고 $f(0)=-1$일 때, $f(2)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 두 실수 $a=(\log 3)^2-(\log 2)^2$, $b=\log_6 10$에 대하여 10^{ab}의 값은? [3점]

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

9. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t)=-3t^2+6t$$

이다. 양수 a에 대하여 시각 $t=a$에서 점 P의 위치가 0일 때, 시각 $t=0$에서 $t=2a$까지 점 P가 움직인 거리는? [4점]

① 112 ② 114 ③ 116 ④ 118 ⑤ 120

10. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_n=\begin{cases}10 & (n\text{이 }3\text{의 배수가 아닌 경우})\\ -19 & (n\text{이 }3\text{의 배수인 경우})\end{cases}$$

일 때, $\sum_{k=1}^{n}a_k=\sum_{k=1}^{3n}a_k$를 만족시키는 자연수 n의 값은? [4점]

① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

11. 0이 아닌 실수 a에 대하여 함수 $f(x)$를

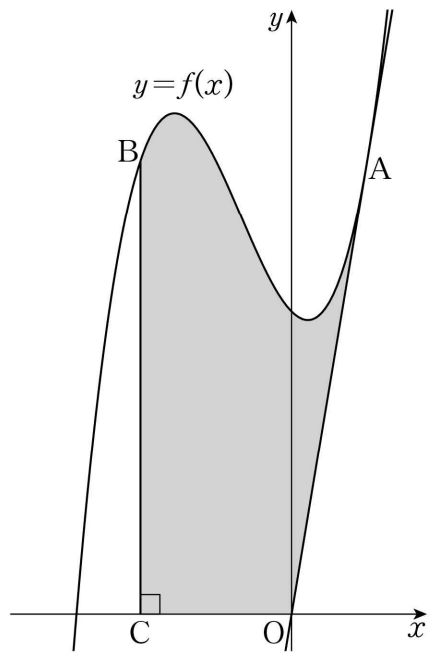
$$f(x)=x^3+3ax^2+4a$$

라 하자. 함수 $f(x)$의 극솟값이 -40일 때, $f(2)$의 값은? [4점]

① -24 ② -20 ③ -16 ④ -12 ⑤ -8

12. 함수 $f(x)=x^3+2x^2-x+4$에 대하여 원점 O에서 곡선 $y=f(x)$에 그은 접선의 접점을 A라 하고, 곡선 위의 점 $\mathrm{B}(-2, f(-2))$에서 x축에 내린 수선의 발을 C라 하자. 곡선 $y=f(x)$와 세 선분 OA, OC, BC로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

① $\frac{45}{4}$ ② $\frac{47}{4}$ ③ $\frac{49}{4}$ ④ $\frac{51}{4}$ ⑤ $\frac{53}{4}$



13. 0이 아닌 실수 a에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} a\sin x & (x<0) \\ 1-\cos x & (x\geq 0) \end{cases}$$

이 있다. 닫힌구간 $[-\pi, \pi]$에서 함수 $f(x)$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 하자. $M-m=4$를 만족시키는 모든 a의 값의 곱은? [4점]

① -12 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

14. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> $x_1 \leq x_2$인 모든 실수 x_1, x_2에 대하여 부등식
> $$\int_{x_1}^{x_2}\{f(t)-f(a)\}dt \geq \int_{x_1}^{x_2} f'(a)(t-a)dt$$
> 를 만족시키는 모든 실수 a의 값의 범위가
> $a\leq -1$ 또는 $a\geq 3$이다.

$f(1)=15$, $f'(1)=1$일 때, $f(4)$의 값은? [4점]

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

15. 세 실수 a, p, $q\,(p<q)$에 대하여 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}|2^x-4| & (x\le p \text{ 또는 } x\ge q)\\ a+\log_2 x & (p<x<q)\end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 실수 전체의 집합으로의 일대일대응일 때, $f\left(\frac{p+q}{2}\right)$의 값은? [4점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

단 답 형

16. 방정식

$$\log_3(x-2)=\log_9(x+10)$$

을 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

17. x에 대한 방정식 $x^3+3x^2-k=0$의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 자연수 k의 개수를 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{8} a_k = 8,\ \sum_{k=1}^{8} a_k^{\,2} = 20$$

일 때, $\sum_{k=1}^{8} (a_k+3)(a_k-1)$의 값을 구하시오. [3점]

19. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

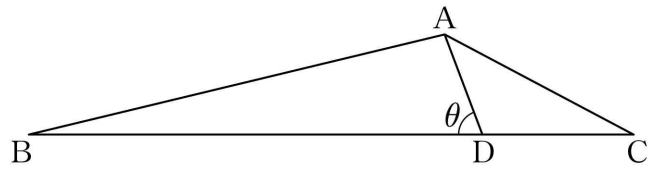
$$\int_0^x \{f(t)+t^2\}\,dt = xf(x)-x^3$$

을 만족시킬 때, $\int_0^4 f'(x)dx$의 값을 구하시오. [3점]

20. 그림과 같이 삼각형 ABC에서 선분 BC를 3 : 1로 내분하는 점을 D라 하고, $\angle ADB = \theta$라 하자.

$$\overline{AD} = \sqrt{2},\quad \overline{AB} : \overline{AC} = 2:1,\quad \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

일 때, 삼각형 ABD의 외접원의 넓이는 $\frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



21. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}\dfrac{a_n}{n} & (a_n \geq 3)\\ 10 & (a_n < 3)\end{cases}$$

을 만족시킬 때, $a_6=2$가 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합을 구하시오. [4점]

22. 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases}-f(x) & (x<0)\\ |f(x)|-|2x^2-8| & (x \geq 0)\end{cases}$$

이라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $f(-5)$의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5 지 선 다 형

23. 타원 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$의 단축의 길이는? [2점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

24. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{4}=1$의 한 점근선의 방정식이 $y=\frac{1}{3}x$일 때, 양수 a의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

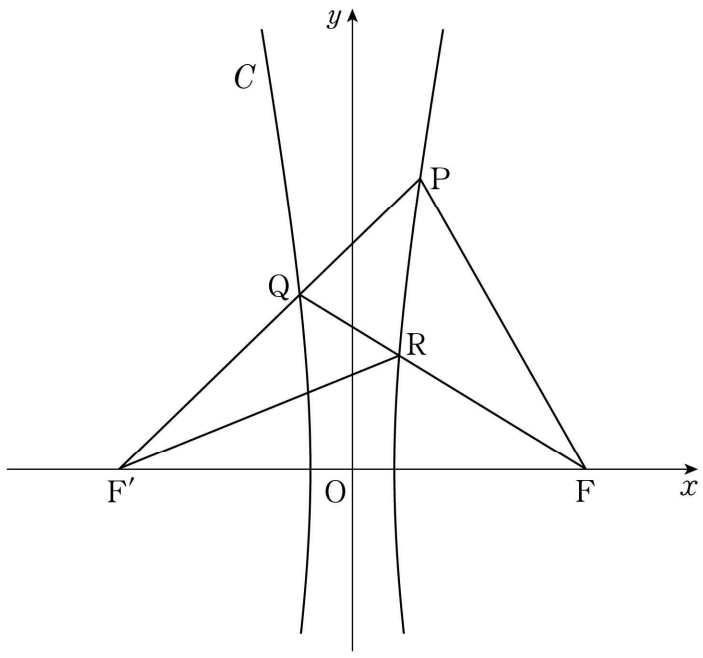
25. 초점이 F인 포물선 $y^2=16x$ 위의 점 P에 대하여 선분 FP를 지름으로 하는 원의 넓이가 25π일 때, 이 원의 중심에서 포물선의 준선까지의 거리는? [3점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

26. 두 초점이 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)\,(c>0)$이고 장축의 길이가 2인 타원이 있다. 이 타원 위에 있는 제2사분면 위의 점 P에 대하여 직선 F′P가 y축과 점 Q에서 만난다. 직선 FP가 선분 F′Q의 수직이등분선일 때, c의 값은? [3점]

① $3-2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{2}-1$ ③ $2\sqrt{3}-3$
④ $\sqrt{3}-1$ ⑤ $2\sqrt{2}-2$

27. 그림과 같이 두 초점이 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)\,(c>0)$이고 주축의 길이가 2인 쌍곡선 C가 있다. 쌍곡선 C 위에 있는 제1사분면 위의 점 P에 대하여 선분 F′P가 쌍곡선 C와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하고, 선분 FQ가 쌍곡선 C와 만나는 점 중 Q가 아닌 점을 R이라 하자. $\overline{\mathrm{PQ}}=4$이고 삼각형 F′RQ의 둘레의 길이가 16일 때, 삼각형 FPQ의 둘레의 길이는? [3점]



① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

28. 직선 $y=a\,(a>0)$이 두 포물선

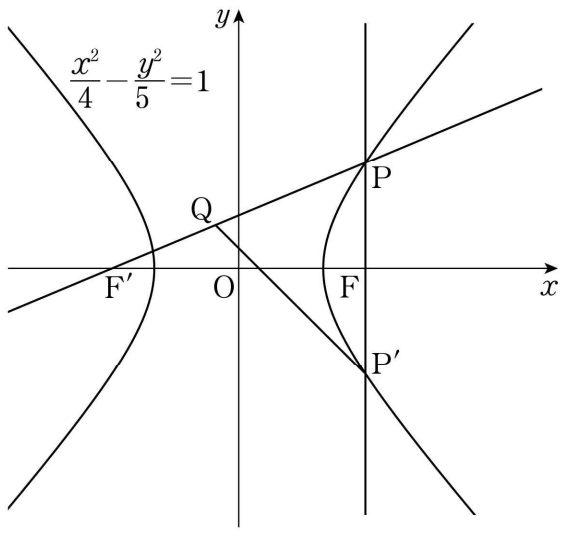
$$C_1 : y^2 = 12x,\ C_2 : y^2 = -6x$$

와 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 두 포물선 C_1, C_2의 초점을 각각 F_1, F_2라 하자. 사각형 $\mathrm{PQF_2F_1}$의 둘레의 길이가 41일 때, 사각형 $\mathrm{PQF_2F_1}$의 넓이는? [4점]

① 76 ② 78 ③ 80 ④ 82 ⑤ 84

단 답 형

29. 두 초점이 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)\,(c>0)$인 쌍곡선 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$이 있다. 직선 $x=c$가 이 쌍곡선과 만나는 점 중 제1사분면 위의 점을 P, 제4사분면 위의 점을 P′이라 하자. 선분 F′P 위에 $\overline{\mathrm{PP}'}=\overline{\mathrm{QP}'}$인 점 Q를 잡자. 두 점 P, P′을 초점으로 하고 점 Q를 지나는 타원의 장축의 길이는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 두 초점이 $\mathrm{F}(0, 4)$, $\mathrm{F}'(0, -4)$이고, 장축의 길이가 10인 타원이 있다. 이 타원 위에 있는 제1사분면 위의 점 중 $\angle \mathrm{F}'\mathrm{FP}=\frac{\pi}{3}$를 만족시키는 점 P에 대하여 직선 FP가 x축과 만나는 점을 Q라 하자. 점 Q를 초점으로 하고 준선이 $x=a\,(a<0)$인 포물선이 점 P를 지난다. 직선 FP가 이 포물선과 만나는 점 중 P가 아닌 점을 R이라 할 때, $\overline{\mathrm{PR}}=p+q\sqrt{3}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이고, p, q는 유리수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.