제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $2^{\frac{5}{2}} \times 2^{-\frac{1}{2}}$의 값은? [2점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

2. 함수 $f(x)=x^3+2x^2$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. 두 집합 A, B에 대하여 $n(A)=5$, $A\cap B=\{2,\ 3\}$일 때, $n(A-B)$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

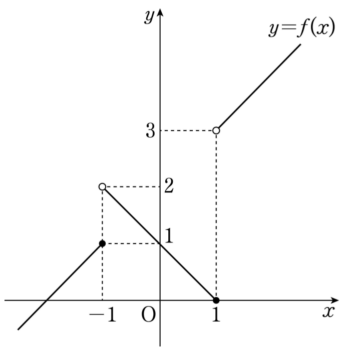
4. $\int_0^1 (3x^2-2)dx$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 S_n이 $S_n=2n^2+n$일 때, $a_3+a_4+a_5$의 값은? [3점]

① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

6. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim\limits_{x\to-1-}f(x)+\lim\limits_{x\to1+}f(x)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 이산확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	$a+\frac{1}{4}$	$a+\frac{1}{2}$	1

$\mathrm{P}(X\le2)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{7}{24}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

8. $10^{0.94}=k$라 할 때, $\log k^2+\log\frac{k}{10}$의 값은? [3점]

① 1.82 ② 1.85 ③ 1.88 ④ 1.91 ⑤ 1.94

9. 어느 공장에서 생산하는 축구공 1개의 무게는 평균이 430 g이고 표준편차가 14 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산한 축구공 중에서 임의로 선택한 축구공 1개의 무게가 409 g 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.6915 ② 0.8413 ③ 0.9332 ④ 0.9772 ⑤ 0.9938

10. 두 사건 A, B가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}$

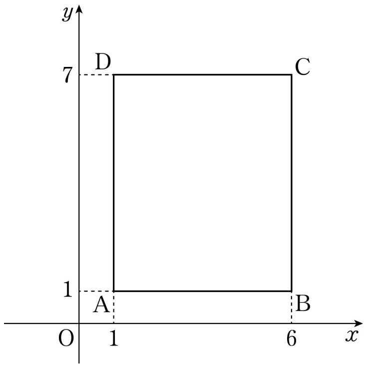
(나) $\mathrm{P}(A|B)+\mathrm{P}(B|A)=\frac{10}{7}$

$\mathrm{P}(A \cap B)$의 값은? [3점]

① $\frac{2}{21}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ $\frac{4}{21}$ ④ $\frac{5}{21}$ ⑤ $\frac{2}{7}$

11. 좌표평면에 네 점 A(1, 1), B(6, 1), C(6, 7), D(1, 7)을 꼭짓점으로 하는 직사각형 ABCD가 있다. 함수 $y=\sqrt{x+3}+a$의 그래프가 직사각형 ABCD와 만나도록 하는 정수 a의 개수는? [3점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12



12. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t \geq 0)$에서의 위치 x가

$$x=t^4+at^3 \quad (a\text{는 상수})$$

이다. $t=2$에서 점 P의 속도가 0일 때, $t=0$에서 $t=2$까지 점 P가 움직인 거리는? [3점]

① $\frac{16}{3}$ ② $\frac{20}{3}$ ③ 8 ④ $\frac{28}{3}$ ⑤ $\frac{32}{3}$

13. 한 개의 동전을 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

한 번 던져 앞면이 나오면 2점, 뒷면이 나오면 1점을 얻는다.

이 시행을 5번 반복하여 얻은 점수의 합이 6 이하일 확률은? [3점]

① $\frac{3}{32}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{5}{32}$ ④ $\frac{3}{16}$ ⑤ $\frac{7}{32}$

14. 어느 학급 학생 30명을 대상으로 A, B, C의 3가지 프로그램을 마련하여 진로 체험 활동을 실시하기로 하였다. 이때 모든 학생이 A, B, C 중 반드시 서로 다른 2가지 프로그램을 선택하도록 하였다. 프로그램 A를 선택한 학생은 20명이고, 프로그램 B를 선택한 학생은 17명일 때, 프로그램 C를 선택한 학생의 수는? [4점]

① 17 ② 19 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

15. 함수

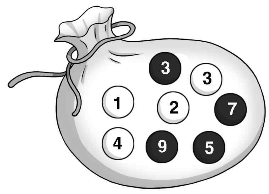
$$f(x)=\begin{cases} x+2 & (x \le a) \\ x^2-4 & (x > a) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $|f(x)|$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은? [4점]

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

16. 주머니에 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 하나씩 적힌 흰 공 4개와 3, 5, 7, 9의 숫자가 각각 하나씩 적힌 검은 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낸다. 꺼낸 3개의 공이 흰 공 2개, 검은 공 1개일 때, 꺼낸 검은 공에 적힌 수가 꺼낸 흰 공 2개에 적힌 수의 합보다 클 확률은? [4점]

① $\frac{11}{24}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{13}{24}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{5}{8}$



17. 실수 x에 대한 두 조건

p: $(x-1)^2 \le 0$,

q: $2x^2-(3k+7)x+2=0$

에 대하여 p가 q이기 위한 필요조건이 되도록 하는 모든 정수 k의 값의 합은? [4점]

① -7　② -6　③ -5　④ -4　⑤ -3

18. 주머니에 1이 적힌 공이 n개, 2가 적힌 공이 $(n-1)$개, 3이 적힌 공이 $(n-2)$개, $\cdots$, n이 적힌 공이 1개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 꺼낸 한 개의 공에 적힌 수를 확률변수 X라 하자. 다음은 $\mathrm{E}(X) \ge 5$가 되도록 하는 자연수 n의 최솟값을 구하는 과정이다.

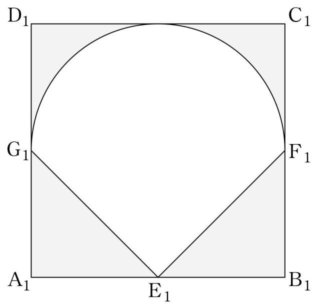
> n 이하의 자연수 k에 대하여 k가 적힌 공의 개수는 $(n-k+1)$이므로
>
> $$\mathrm{P}(X=k)=\frac{2(n-k+1)}{\boxed{(가)}}\quad (k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n)$$
>
> 확률변수 X의 평균은
>
> $$\mathrm{E}(X)=\sum_{k=1}^{n} k\mathrm{P}(X=k)$$
>
> $$=\frac{2}{\boxed{(가)}}\times\sum_{k=1}^{n} k(n-k+1)$$
>
> $$=\boxed{(나)}$$
>
> $\mathrm{E}(X) \ge 5$에서 n의 최솟값은 $\boxed{(다)}$이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 하고, (다)에 알맞은 수를 a라 할 때, $f(7)+g(7)+a$의 값은? [4점]

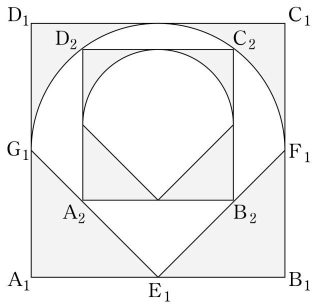
① 72　② 74　③ 76　④ 78　⑤ 80

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $\mathrm{A_1B_1C_1D_1}$이 있다. 세 변 $\mathrm{A_1B_1}$, $\mathrm{B_1C_1}$, $\mathrm{D_1A_1}$의 중점을 각각 $\mathrm{E_1}$, $\mathrm{F_1}$, $\mathrm{G_1}$이라 하자. 선분 $\mathrm{G_1F_1}$을 지름으로 하고 선분 $\mathrm{D_1C_1}$에 접하는 반원의 호 $\mathrm{G_1F_1}$과 두 선분 $\mathrm{G_1E_1}$, $\mathrm{E_1F_1}$로 둘러싸인 모양의 도형의 외부와 정사각형 $\mathrm{A_1B_1C_1D_1}$의 내부의 공통부분을 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 선분 $\mathrm{G_1E_1}$ 위의 점 $\mathrm{A_2}$, 선분 $\mathrm{E_1F_1}$ 위의 점 $\mathrm{B_2}$와 호 $\mathrm{G_1F_1}$ 위의 두 점 $\mathrm{C_2}$, $\mathrm{D_2}$를 꼭짓점으로 하고 선분 $\mathrm{A_2B_2}$가 선분 $\mathrm{A_1B_1}$과 평행한 정사각형 $\mathrm{A_2B_2C_2D_2}$를 그린다. 정사각형 $\mathrm{A_2B_2C_2D_2}$에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 그린 모양의 도형의 외부와 정사각형 $\mathrm{A_2B_2C_2D_2}$의 내부의 공통부분을 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]

R_1



R_2



⋮ ⋮

① $\dfrac{25(6-\pi)}{42}$ ② $\dfrac{25(6-\pi)}{32}$ ③ $\dfrac{25(6-\pi)}{24}$
④ $\dfrac{25(6-\pi)}{21}$ ⑤ $\dfrac{5(6-\pi)}{4}$

20. 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f'(x)=x(x-2)(x-a)$ (단, a는 실수)
> (나) 방정식 $|f(x)|=f(0)$은 실근을 갖지 않는다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $a=0$이면 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄴ. $0<a<2$이고 $f(a)>0$이면, 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 네 실근을 갖는다.
ㄷ. 함수 $|f(x)-f(2)|$가 $x=k$에서만 미분가능하지 않으면 $k<0$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 함수 $f(x)=\dfrac{k}{x}+5$ (k는 양의 상수)의 그래프를 x축의 방향으로 $m\ (m>0)$만큼 평행이동시킨 그래프를 나타내는 함수를 $y=g(x)$라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $g(a)=b$, $g(b)=a$인 서로 다른 두 실수 a, b가 존재한다.
>
> (나) 열린 구간 $(0,\ m)$에서 정의된 함수 $\dfrac{1}{f(x)-g(x)}$ 의 최댓값은 $\dfrac{5}{24}$이다.

$g(9)$의 값은? [4점]

① $\dfrac{11}{2}$　② $\dfrac{13}{2}$　③ $\dfrac{15}{2}$　④ $\dfrac{17}{2}$　⑤ $\dfrac{19}{2}$

단답형

22. ${}_4\mathrm{P}_2+{}_4\Pi_2$의 값을 구하시오. [3점]

23. 세 수 $a+3$, a, 4가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 양수 a의 값을 구하시오. [3점]

수학 영역(나형)

24. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 부등식

$$\frac{10}{2n^2+3n} < a_n < \frac{10}{2n^2+n}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty} n^2 a_n$의 값을 구하시오. [3점]

25. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

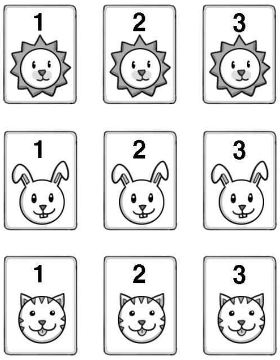
$$\int_a^x f(t)dt = \frac{1}{3}x^3 - 9$$

를 만족시킬 때, $f(a)$의 값을 구하시오. (단, a는 실수이다.) [3점]

26. 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \to X$의 개수를 구하시오. [4점]

(가) 함수 f의 치역의 원소의 개수는 3이다. (나) 집합 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 < x_2$이면 $f(x_1) \le f(x_2)$이다.

27. 그림과 같이 숫자 1, 2, 3이 각각 하나씩 적힌 세 가지 그림의 카드 9장이 있다. 이 중에서 서로 다른 5장의 카드를 선택할 때, 숫자 1, 2, 3이 적힌 카드가 적어도 한 장씩 포함되도록 선택하는 경우의 수를 구하시오. (단, 카드를 선택하는 순서는 고려하지 않는다.) [4점]



28. 두 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $Y=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$에 대하여 함수 $f: X \to Y$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 f는 일대일 대응이다. (나) $f(1) \neq 2$ (다) 등식 $\frac{1}{2}f(a)=(f \circ f^{-1})(a)$를 만족시키는 a의 개수는 2이다.

$f(2) \times f^{-1}(2)$의 값을 구하시오. [4점]

29. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 t에 대하여 $\int_{0}^{t} f(x)\,dx = \int_{2a-t}^{2a} f(x)\,dx$ 이다.

(나) $\int_{a}^{2} f(x)\,dx = 2$, $\int_{a}^{2} |f(x)|\,dx = \frac{22}{9}$

$f(k)=0$이고 $k<a$인 실수 k에 대하여 $\int_{k}^{2} f(x)\,dx = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 t가 다음 조건을 만족시킨다.

등식 $f(a)+1 = f'(a)(a-t)$를 만족시키는 실수 a의 값이 6 하나뿐이기 위한 필요충분조건은 $-2<t<k$이다.

$f(8)$의 값을 구하시오. (단, k는 -2보다 큰 상수이다.) [4점]

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.