

제 2 교시

수학 영역 (나형)

5지선다형

1. 24×2^{-3} 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 6}{n^2 + n}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(12, \frac{1}{3}\right)$ 을 따를 때, $E(X)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합

$$A = \{4, 5, 6, 7, 8\}, B = \{1, 3, 4, 7, 8, 9\}$$

에 대하여 집합 $A^c \cap B$ 의 모든 원소의 합은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

5. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : k \leq x \leq k+3,$$

$$q : (x-3)(x-10) \leq 0$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 실수 k 의 최댓값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

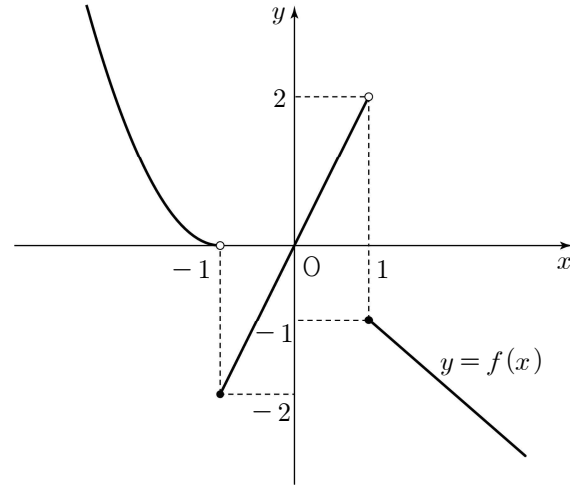
6. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A^C) = \frac{2}{3}, P(A \cap B) = \frac{1}{12}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

7. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - ax + 2 & (x \leq 2) \\ 5x - 2a & (x > 2) \end{cases}$$

가 $x=2$ 에서 미분가능할 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

9. 함수 $y = -\sqrt{x+3} + a$ 가 닫힌 구간 $[-2, 6]$ 에서
 최댓값 1, 최솟값 m 을 갖는다. 두 상수 a, m 의 곱 am 의
 값은? [3점]

- ① 4 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -4

10. 어느 역사 동아리 1, 2학년 학생 32명을 대상으로

박물관 A와 박물관 B에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에
 참여한 학생은 박물관 A와 박물관 B 중 하나를 선택하였고,
 각 학생이 선택한 박물관별 인원수는 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	1학년	2학년	합계
박물관 A	9	15	24
박물관 B	6	2	8
합계	15	17	32

이 조사에 참여한 역사 동아리 학생 중에서 임의로 선택한 1명이
 박물관 A를 선택한 학생일 때, 이 학생이 1학년 학생일 확률은?

[3점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{11}{24}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{13}{24}$

11. 다항함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = 3x^2 - 2x + 7$$

이다. $f(1) = 0$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

12. n 이 자연수일 때, x 에 대한 다항식 $x^3 + (1-n)x^2 + n$ 을 $x-n$ 으로 나눈 나머지를 a_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{8}$ ② $\frac{8}{9}$ ③ $\frac{9}{10}$ ④ $\frac{10}{11}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

13. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 2, a_2 = 3$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} - a_{n+1} + 2a_n = 5$$

를 만족시킨다. a_6 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

14. 원점을 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의
시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각 $3t^2 + 6t - 6, 10t - 6$ 이다.

두 점 P, Q가 출발 후 $t = a$ 에서 다시 만날 때, 상수 a 의 값은?
[4점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

15. 한 개의 주사위를 세 번 던져 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 하자. $a+b+c=14$ 를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는? [4점]

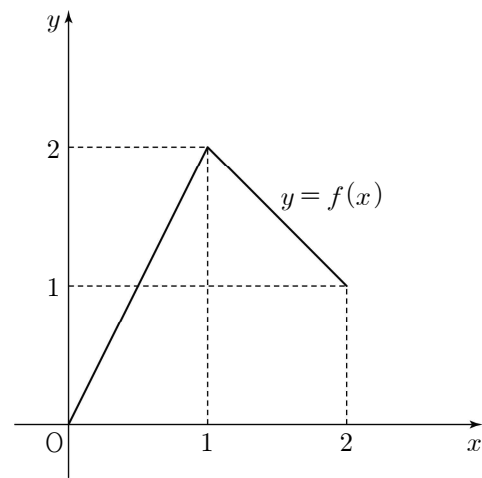
- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

16. 닫힌 구간 $[0, 2]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x & (0 \leq x < 1) \\ -x+3 & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$$

에 대하여 합성함수 $y = (f \circ f)(x)$ 의 그래프와 직선 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 의 교점의 개수는? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



17. 최고차항의 계수가 1 이고 $f(0) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(2) = f(5)$
- (나) 방정식 $f(x) - p = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2 가 되게 하는 실수 p 의 최댓값은 $f(2)$ 이다.

$\int_0^2 f(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① 25 ② 28 ③ 31 ④ 34 ⑤ 37

18. 서로 같은 흰 공 4 개와 서로 같은 검은 공 3 개가 들어 있는 주머니에서 임의로 공을 한 개씩 모두 꺼낼 때, 꺼낸 순서대로 1 부터 7 까지의 번호를 부여한다. 4 개의 흰 공에 부여된 번호 중 두 번째로 작은 번호를 확률변수 X 라 할 때, 다음은 $E(X)$ 를 구하는 과정이다.

공에 번호를 부여하는 모든 경우의 수를 N 이라 하면 N 은 서로 같은 흰 공 4 개와 서로 같은 검은 공 3 개를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 $N = \boxed{\text{가}}$ 이고, 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 2, 3, 4, 5 이다.

(i) $X = 2$ 일 때,
 번호 2 가 부여된 흰 공 앞에 흰 공 1 개,
 번호 2 가 부여된 흰 공 뒤에 흰 공 2 개와 검은 공 3 개를 나열하는 경우의 수는 $1 \times \frac{5!}{2! \times 3!}$ 이므로

$$P(X=2) = \frac{10}{N}$$

(ii) $X = 3$ 일 때,
 번호 3 이 부여된 흰 공 앞에 흰 공 1 개와 검은 공 1 개,
 번호 3 이 부여된 흰 공 뒤에 흰 공 2 개와 검은 공 2 개를 나열하는 경우의 수는 $2! \times \frac{4!}{2! \times 2!}$ 이므로

$$P(X=3) = \frac{12}{N}$$

(iii) $X = 4$ 일 때,
 번호 4 가 부여된 흰 공 앞에 흰 공 1 개와 검은 공 2 개,
 번호 4 가 부여된 흰 공 뒤에 흰 공 2 개와 검은 공 1 개를 나열하는 경우의 수는 $\boxed{\text{나}}$ 이므로

$$P(X=4) = \frac{\boxed{\text{나}}}{N}$$

(iv) $X = 5$ 일 때,
 확률질량함수의 성질에 의하여

$$P(X=5) = 1 - \{P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)\}$$

따라서 $E(X) = \sum_{k=2}^5 \{k \times P(X=k)\} = \boxed{\text{다}}$

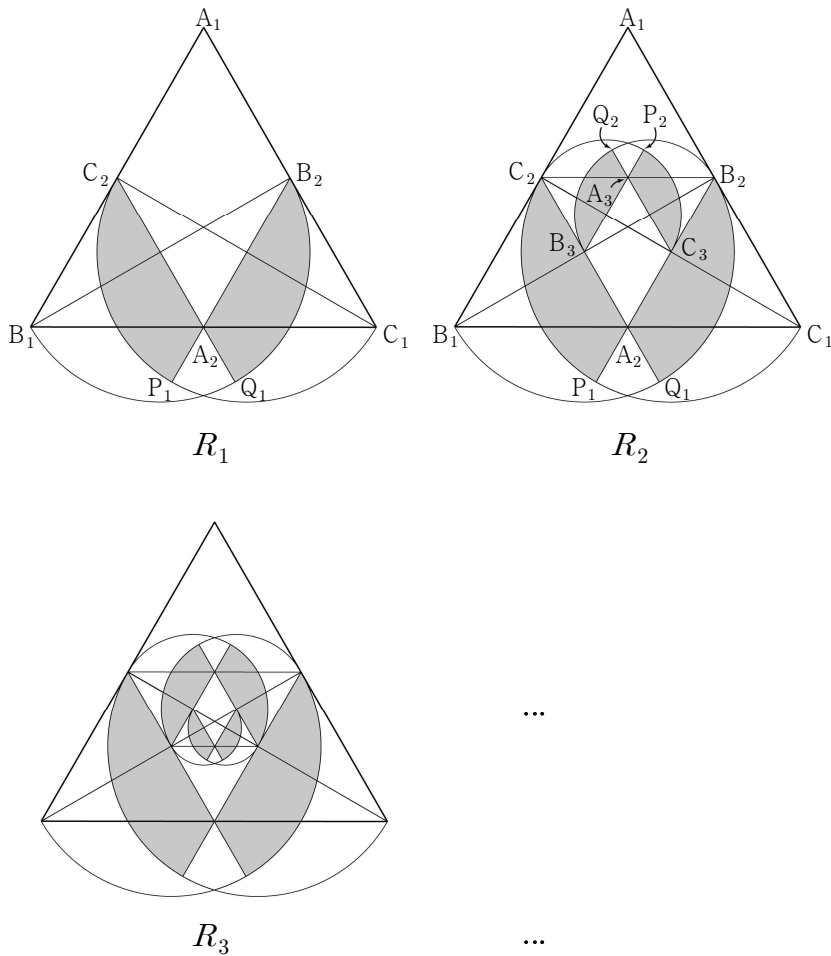
위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a + b + 5c$ 의 값은? [4점]

- ① 56 ② 58 ③ 60 ④ 62 ⑤ 64

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다. 세 선분 B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 의 중점을 각각 A_2, B_2, C_2 라 하자. 선분 C_1C_2 를 지름으로 하는 반원의 호와 선분 B_2A_2 의 연장선이 만나는 점을 P_1 , 선분 B_1B_2 를 지름으로 하는 반원의 호와 선분 C_2A_2 의 연장선이 만나는 점을 Q_1 이라 하자. 두 선분 C_2A_2, A_2P_1 과 호 P_1C_2 로 둘러싸인 영역과 두 선분 B_2A_2, A_2Q_1 과 호 Q_1B_2 로 둘러싸인 영역에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 세 변 B_2C_2, C_2A_2, A_2B_2 의 중점을 각각 A_3, B_3, C_3 이라 하자. 선분 C_2C_3 을 지름으로 하는 반원의 호와 선분 B_3A_3 의 연장선이 만나는 점을 P_2 , 선분 B_2B_3 을 지름으로 하는 반원의 호와 선분 C_3A_3 의 연장선이 만나는 점을 Q_2 라 하자. 두 선분 C_3A_3, A_3P_2 와 호 P_2C_3 으로 둘러싸인 영역과 두 선분 B_3A_3, A_3Q_2 와 호 Q_2B_3 으로 둘러싸인 영역에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{6\pi - 4\sqrt{3}}{3}$
- ② $\frac{6\pi - 2\sqrt{3}}{3}$
- ③ $\frac{6\pi - \sqrt{3}}{3}$
- ④ $\frac{8\pi - 4\sqrt{3}}{3}$
- ⑤ $\frac{8\pi - 2\sqrt{3}}{3}$

20. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f'(-x) = -f'(x)$$

를 만족시킨다. $f'(1) = 0, f(1) = 2$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f'(-1) = 0$

ㄴ. 모든 실수 k 에 대하여 $\int_{-k}^0 f(x)dx = \int_0^k f(x)dx$

ㄷ. $0 < t < 1$ 인 모든 실수 t 에 대하여 $\int_{-t}^t f(x)dx < 6t$

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 함수

$$f(x) = (x-1)|x-a|$$

의 극댓값이 1일 때, $\int_0^4 f(x)dx$ 의 값은?

(단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{4}{3}$
- ② $\frac{3}{2}$
- ③ $\frac{5}{3}$
- ④ $\frac{11}{6}$
- ⑤ 2

단답형

22. $\log_6 3 + \log_6 12$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = 2x^3 - 3x + 1$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. $(2x-1)^6$ 의 전개식에서 x^2 의 계수를 구하시오. [3점]

26. 서로 같은 8개의 공을 남김없이 서로 다른 4개의 상자에 넣으려고 할 때, 빈 상자의 개수가 1이 되도록 넣는 경우의 수를 구하시오. [4점]

25. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_2 = 7, \quad S_7 - S_5 = 50$$

일 때, a_{11} 의 값을 구하시오. [3점]

27. 최고차항의 계수가 1 이고 $f(0) = 2$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - x^2}{x - 1} = -2$$

를 만족시킨다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(3, f(3))$ 에서의 접선의 기울기를 구하시오. [4점]

28. 확률변수 X 는 평균이 m , 표준편차가 8인 정규분포를 따르고, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $P(X \leq k) + P(X \leq 100 + k) = 1$
- (나) $P(X \geq 2k) = 0.0668$

m 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.

(단, k 는 상수이다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

29. 전체집합 $U = \{2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6\}$ 의 서로 다른 부분집합을 $A_i (i = 1, 2, 3, \dots, 64)$ 라 하자. $n(A_i) \geq 3$ 을 만족시키는 모든 집합 A_i 에 대하여 각 집합의 가장 작은 원소를 모두 더한 값을 구하시오. (단, $n(A)$ 는 집합 A 의 원소의 개수이다.) [4점]

30. 함수 $f(x) = x^3 - 12x$ 와 실수 t 에 대하여 점 $(a, f(a))$ 를 지나고 기울기가 t 인 직선이 함수 $y = |f(x)|$ 의 그래프와 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(t)$ 가 $t = k$ 에서 불연속이 되는 k 의 값 중에서 가장 작은 값은 0이다.

$\sum_{n=1}^{36} g(n)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.