2018학년도 11월 고2 전국연합학력평가
정답 및 해설

• 2교시 수학 영역 •

[나형]

1	③	2	④	3	⑤	4	③	5	⑤
6	②	7	④	8	③	9	①	10	④
11	①	12	②	13	③	14	⑤	15	③
16	①	17	⑤	18	①	19	②	20	④
21	⑤	22	8	23	9	24	12	25	7
26	11	27	128	28	2	29	32	30	253

1. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 계산하기

$5^3 \times 5^{-2} = 5^{3-2} = 5^1 = 5$

2. [출제의도] 미분계수 계산하기

$f'(x) = 4x^3$이므로 $f'(1) = 4$

3. [출제의도] 등비수열의 극한 이해하기

$$\lim_{n\to\infty}\frac{5\times 4^n}{4^n+1} = \lim_{n\to\infty}\frac{5}{1+\left(\frac{1}{4}\right)^n} = \frac{5}{1+0} = 5$$

4. [출제의도] 차집합 이해하기

$A - B = \{3, 4\}$

따라서 모든 원소의 합은 7

5. [출제의도] 역함수 이해하기

$f^{-1}(0) = a$라 하면 $f(a) = 0$이므로 $a - 2 = 0$

따라서 $a = 2$

6. [출제의도] 집합 사이의 포함관계 추론하기

$\{3, 4, 5\} \cap A = \varnothing$이므로

집합 A는 집합 $\{1, 2\}$의 부분집합이다.

따라서 모든 집합 A의 개수는 $2^2 = 4$

7. [출제의도] 진리집합의 포함관계 추론하기

두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$P = \{\sqrt{a}, -\sqrt{a}\}$, $Q = \{2\}$

p가 q이기 위한 필요조건이 되려면 $P \supset Q$이어야 하므로 $\sqrt{a} = 2$

따라서 $a = 4$

8. [출제의도] 미분계수 이해하기

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{3h} = \frac{1}{3}\times\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}$$
$$= \frac{1}{3}\times f'(2) = 5$$

따라서 $f'(2) = 15$

9. [출제의도] 절대부등식 이해하기

$$4x + \frac{a}{x} \ge 2\sqrt{4x\times\frac{a}{x}}$$
$$= 2\sqrt{4a} = 2$$

(단, 등호는 $4x = \frac{a}{x}$일 때 성립한다.)

따라서 $a = \frac{1}{4}$

10. [출제의도] 급수와 일반항의 관계 이해하기

급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n - \frac{2n}{3n+1}\right)$이 수렴하므로

$\lim_{n\to\infty}\left(a_n - \frac{2n}{3n+1}\right) = 0$이다.

따라서 $\lim_{n\to\infty} a_n = \frac{2}{3}$

11. [출제의도] 합성함수 이해하기

$g(1) = 1$이므로 $f(g(1)) = f(1) = 2$

$f(3) = 1$이므로 $g(f(3)) = g(1) = 1$

따라서 $(f\circ g)(1) + (g\circ f)(3) = 3$

12. [출제의도] 도함수를 활용하여 문제해결하기

함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$에서

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$

$f'(x) = 0$에서 $x = 1$ 또는 $x = 3$

함수 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	1	$\cdots$	3	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	5	↘	1	↗

$\therefore\ \alpha = 1,\ M = f(1) = 5$

따라서 $\alpha + M = 6$

13. [출제의도] 유리함수의 그래프 이해하기

함수 $f(x) = \frac{3x+1}{x-k} = \frac{3k+1}{x-k} + 3$의 그래프의

두 점근선의 방정식은 $x = k$, $y = 3$이고

두 점근선의 교점 $(k, 3)$은 직선 $y = x$ 위의 점이다.

따라서 $k = 3$

14. [출제의도] 등차중항 이해하기

등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면

$a_6 - a_2 = 4d$이고 $a_4 = a_1 + 3d$이므로 $a_1 = d$ $\cdots$ ㉠

$a_1 + a_3 = 2a_2$이므로 $a_2 = a_1 + d = 10$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $a_1 = d = 5$

$\therefore\ a_n = 5 + (n-1)\times 5 = 5n$

따라서 $a_{10} = 50$

15. [출제의도] 함수의 극한 이해하기

$\lim_{x\to 0-} f(x) = 2$, $\lim_{x\to 0+} f(x) = 0$이므로

부등식 $\lim_{x\to a-} f(x) > \lim_{x\to a+} f(x)$를 만족시키는

a의 값은 0

16. [출제의도] 도함수를 활용하여 문제해결하기

점 P의 시각 t에서의 위치가 $x = -t^2 + 6t$이므로

속도는 $\frac{dx}{dt} = -2t + 6$

$-2t + 6 = 2$에서 $t = 2$

따라서 $t = 2$에서의 점 P의 위치는 8

17. [출제의도] 수열의 합 이해하기

$$\sum_{k=1}^{m}(a_k+3)^2 = \sum_{k=1}^{m}\left(a_k{}^2 + 6a_k + 9\right)$$
$$= \sum_{k=1}^{m}a_k{}^2 + 6\sum_{k=1}^{m}a_k + \sum_{k=1}^{m}9$$
$$= 3 - 6 + 9m = 60$$

따라서 $m = 7$

18. [출제의도] 로그의 성질 추론하기

자연수 n에 대하여

$\log_{n+1}(n+2) = \frac{\boxed{\log_2(n+2)}}{\log_2(n+1)}$ 이므로

$$\sum_{k=1}^{14}\log_2\{\log_{k+1}(k+2)\}$$
$$= \log_2\left(\frac{\log_2 3}{\log_2 2}\right) + \log_2\left(\frac{\log_2 4}{\log_2 3}\right) + \cdots + \log_2\left(\frac{\log_2 16}{\log_2 15}\right)$$
$$= \log_2\left(\frac{\log_2 3}{\log_2 2}\times\frac{\log_2 4}{\log_2 3}\times\cdots\times\frac{\log_2 16}{\log_2 15}\right)$$
$$= \log_2\left(\frac{\boxed{\log_2 16}}{\log_2 2}\right) = \log_2 4 = \boxed{2}$$

$\therefore\ f(n) = \log_2(n+2)$, $p = 4$, $q = 2$

따라서 $f(p+q) = \log_2 8 = 3$

19. [출제의도] 수열의 귀납적 정의 추론하기

$a_{n+1} + a_n = 2n^2$에서

$n = 1$일 때, $a_2 + a_1 = 2\times 1^2$이므로

$a_2 = 2 - a_1$

$n = 2$일 때, $a_3 + a_2 = 2\times 2^2$이므로

$a_3 = 8 - a_2 = 6 + a_1$

$n = 3$일 때, $a_4 + a_3 = 2\times 3^2$이므로

$a_4 = 18 - a_3 = 12 - a_1$

$n = 4$일 때, $a_5 + a_4 = 2\times 4^2$이므로

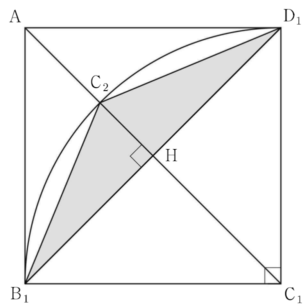
$a_5 = 32 - a_4 = 20 + a_1$

$a_3 + a_5 = 26 + 2a_1 = 26$이므로 $a_1 = 0$

따라서 $a_2 = 2 - a_1 = 2$

20. [출제의도] 등비급수를 활용하여 문제해결하기

그림 R_1에서



선분 C_1C_2와 선분 B_1D_1이 만나는 점을 H라 하자.

$\overline{B_1D_1} = 2\sqrt{2}$

$\overline{HC_2} = \overline{C_1C_2} - \overline{C_1H}$

$= 2 - \sqrt{2}$

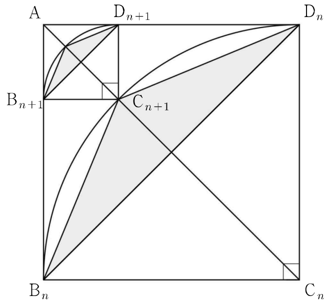
이므로

$S_1 = \frac{1}{2}\times\overline{B_1D_1}\times\overline{HC_2}$

$= \frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times(2-\sqrt{2})$

$= 2\sqrt{2} - 2$

다음은 그림 R_{n+1}의 일부이다.



$\overline{AC_{n+1}}=\overline{AC_n}-\overline{C_{n+1}C_n}$

$=\overline{AC_n}-\overline{B_nC_n}$

$=\overline{AC_n}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\overline{AC_n}$

$=\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}\overline{AC_n}$

이고 $\overline{AC_n}=\overline{B_nD_n}$이므로

$\overline{AC_n}:\overline{AC_{n+1}}=\overline{B_nD_n}:\overline{B_{n+1}D_{n+1}}=1:\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$

그러므로 그림 R_n과 R_{n+1}에서 새로 얻어진 두 삼각형은 서로 닮음이고

닮음비가 $1:\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$이므로

넓이의 비는 $1:\dfrac{3-2\sqrt{2}}{2}$이다.

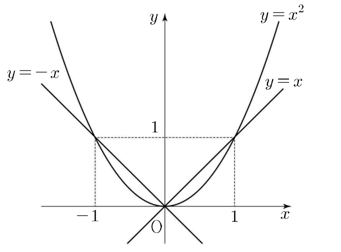
그러므로 수열 $\{S_n\}$은

첫째항이 $2\sqrt{2}-2$이고 공비가 $\dfrac{3-2\sqrt{2}}{2}$인 등비수열의 첫째항부터 제n항까지의 합이다.

따라서 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}S_n=\frac{2\sqrt{2}-2}{1-\frac{3-2\sqrt{2}}{2}}=\frac{12-4\sqrt{2}}{7}$

21. [출제의도] 함수의 연속 추론하기

ㄱ. 집합 $\{(x, y)\,|\,y=x$ 또는 $y=x^2\}$이 나타내는 도형과 직선 $x+y=0$을 좌표평면에 나타내면 그림과 같다.



$x^2=-x$에서 $x=0$ 또는 $x=-1$

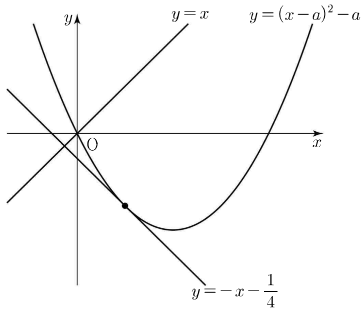
$\therefore$ $a=0$일 때, $f(0)=2$이다. (참)

ㄴ. $x+y=-\dfrac{1}{4}$과 $y=(x-a)^2-a$를 연립하여 정리하면 $x^2-(2a-1)x+a^2-a+\dfrac{1}{4}=0$이다.

이 이차방정식의 판별식을 D_1이라 하면

$D_1=(2a-1)^2-4\left(a^2-a+\dfrac{1}{4}\right)=0$이므로

직선 $x+y=-\dfrac{1}{4}$과 곡선 $y=(x-a)^2-a$는 한 점에서 만난다.

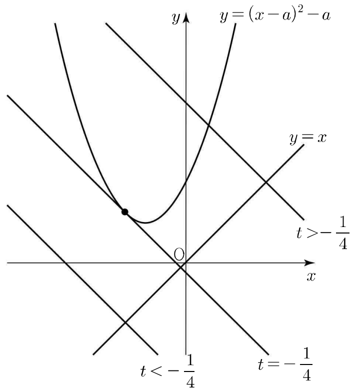


$\displaystyle\lim_{t\to-\frac{1}{4}-}f(t)=1$, $\displaystyle\lim_{t\to-\frac{1}{4}+}f(t)=3$이므로

$f(t)$는 $t=-\dfrac{1}{4}$에서 불연속이다. (참)

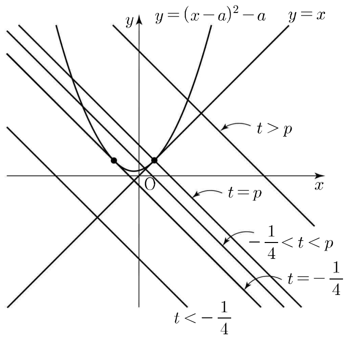
ㄷ.

(ⅰ) 곡선 $y=(x-a)^2-a$와 직선 $y=x$가 만나는 점의 개수가 0인 경우



함수 $f(t)$의 불연속인 점의 개수가 1이다.

(ⅱ) 곡선 $y=(x-a)^2-a$와 직선 $y=x$가 만나는 점의 개수가 1인 경우



함수 $f(t)$의 불연속인 점의 개수가 2이다.

곡선 $y=(x-a)^2-a$와

직선 $y=x$가 접할 때의 a의 값을 구하자.

$(x-a)^2-a=x$에서 이를 정리하면

$x^2-(2a+1)x+a^2-a=0$

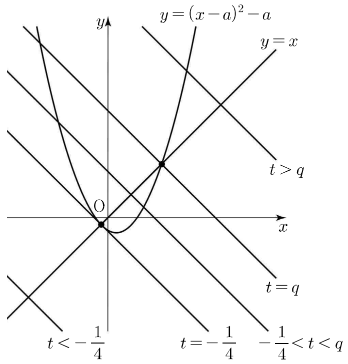
이 이차방정식의 판별식을 D_2라 하면

$D_2=(2a+1)^2-4(a^2-a)=8a+1$

$D_2=0$에서 $a=-\dfrac{1}{8}$

(ⅲ) 곡선 $y=(x-a)^2-a$와 직선 $y=x$가 만나는 점의 개수가 2인 경우

(a) 곡선 $y=(x-a)^2-a$가 두 직선 $y=x$, $y=-x-\dfrac{1}{4}$이 만나는 점을 지나는 경우



함수 $f(t)$의 불연속인 점의 개수가 2이다.

곡선 $y=(x-a)^2-a$가

두 직선 $y=x$, $y=-x-\dfrac{1}{4}$이

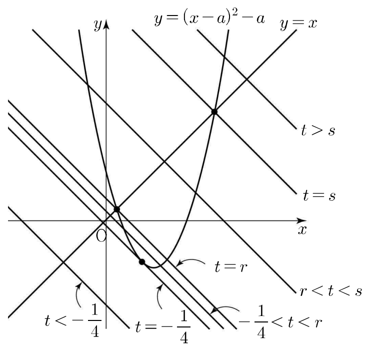
만나는 점 $\left(-\dfrac{1}{8}, -\dfrac{1}{8}\right)$을 지나므로

$-\dfrac{1}{8}=\left(-\dfrac{1}{8}-a\right)^2-a$를 정리하면

$\left(a-\dfrac{3}{8}\right)^2=0$

$\therefore$ $a=\dfrac{3}{8}$

(b) 곡선 $y=(x-a)^2-a$가 두 직선 $y=x$, $y=-x-\dfrac{1}{4}$이 만나는 점을 지나지 않는 경우



함수 $f(t)$의 불연속인 점의 개수가 3이다.

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의하여

함수 $f(t)$가 $t=\alpha$에서 불연속이 되는 실수 α의 개수가 2일 때, a의 값은 $-\dfrac{1}{8}$, $\dfrac{3}{8}$이다.

따라서 모든 a의 값의 합은 $\dfrac{1}{4}$이다. (참)

따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. [출제의도] 로그 이해하기

$\log_2 a=3$이므로 $a=2^3=8$

23. [출제의도] 무리함수의 그래프 이해하기

함수 $y=\sqrt{3x}$의 그래프를

x축의 방향으로 m만큼 평행이동시키면

$y=\sqrt{3(x-m)}=\sqrt{3x-3m}$

$3m=27$이므로 $m=9$

24. [출제의도] 수열의 극한 이해하기

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(a-2)n^2+bn}{2n-1}=\lim_{n\to\infty}\frac{(a-2)n+b}{2-\frac{1}{n}}=5$$

이므로 $a=2$, $b=10$

따라서 $a+b=12$

25. [출제의도] 부정적분 이해하기

$f'(x)=4x-1$이므로

$f(x)=\int(4x-1)dx=2x^2-x+C$

(단, C는 적분상수)

$f(0)=1$이므로 $C=1$

$\therefore\ f(x)=2x^2-x+1$

따라서 $f(2)=7$

26. [출제의도] 다항함수의 미분 이해하기

$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-3}{x-1}=2$이고 $\lim_{x\to1}(x-1)=0$이므로

$\lim_{x\to1}\{f(x)-3\}=0$에서 $f(1)=3$

$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-3}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(1)$이므로

$f'(1)=2$

$g'(x)=3x^2f(x)+x^3f'(x)$이므로

$g'(1)=3f(1)+f'(1)=3\times3+2=11$

27. [출제의도] 등비수열을 활용하여 문제해결하기

등비수열 $\{a_n\}$의 공비를 r라 하면,

조건 (가)에서 $a_1\times a_2=a_1{}^2r$, $2a_3=2a_1r^2$이므로

$a_1{}^2r=2a_1r^2$

수열 $\{a_n\}$의 모든 항이 양수이므로 $a_1=2r$ ⋯ ㉠

조건 (나)에서 $r=1$이면

$\sum_{k=1}^{20}a_k=20a_1$, $\frac{a_{21}-a_1}{3}=0$이므로 $a_1=0$

$a_1>0$이므로 $r\neq1$

$\sum_{k=1}^{20}a_k=\frac{a_1(r^{20}-1)}{r-1}$, $\frac{a_{21}-a_1}{3}=\frac{a_1(r^{20}-1)}{3}$에서

$\frac{1}{r-1}=\frac{1}{3}$이므로 $r=4$

㉠에서 $a_1=8$

따라서 $a_3=8\times4^2=128$

28. [출제의도] 함수의 극한을 활용하여 문제해결하기

$\mathrm{P}(t,\ \sqrt{4t-3})$, $\mathrm{Q}(0,\ \sqrt{4t-3})$이므로

$S(t)=\frac{1}{2}\times1\times(t-1)$, $T(t)=\frac{1}{2}\times t\times(\sqrt{4t-3}-1)$

따라서

$$\lim_{t\to1+}\frac{T(t)}{S(t)}=\lim_{t\to1+}\frac{\frac{1}{2}\times t\times(\sqrt{4t-3}-1)}{\frac{1}{2}\times(t-1)}$$

$$=\lim_{t\to1+}\frac{4t(t-1)}{(t-1)(\sqrt{4t-3}+1)}$$

$$=2$$

29. [출제의도] 미분계수 추론하기

$$h'(4)=\lim_{x\to4}\frac{f(x)g(x)-f(4)g(4)}{x-4}$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{f(x)\times\frac{1}{x-4}-2f(4)}{x-4}$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{f(x)-2(x-4)f(4)}{(x-4)^2}\ \cdots ㉠$$

에서 $\lim_{x\to4}(x-4)^2=0$이므로

$\lim_{x\to4}\{f(x)-2(x-4)f(4)\}=f(4)=0$

$f(x)=(x-4)(x^2+ax+b)$라 두고 ㉠에 대입하면

$$h'(4)=\lim_{x\to4}\frac{(x-4)(x^2+ax+b)}{(x-4)^2}$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{x^2+ax+b}{x-4}\ \cdots ㉡$$

이고 $\lim_{x\to4}(x-4)=0$이므로

$\lim_{x\to4}(x^2+ax+b)=16+4a+b=0$

$b=-4a-16$이고 이를 ㉡에 대입하면

$$h'(4)=\lim_{x\to4}\frac{x^2+ax-4a-16}{x-4}$$

$$=\lim_{x\to4}\frac{(x-4)(x+a+4)}{x-4}$$

$$=a+8=6$$

에서 $a=-2$, $b=-8$이다.

$\therefore\ f(x)=(x-4)^2(x+2)$

따라서 $f(0)=16\times2=32$

30. [출제의도] 함수의 극한을 활용하여 문제해결하기

$g(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{\{f(x)\}^{2n+1}-1}{\{f(x)\}^{2n}+1}$에서

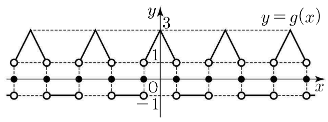
ⅰ) $|f(x)|>1$일 때, $g(x)=f(x)$

ⅱ) $|f(x)|<1$일 때, $g(x)=-1$

ⅲ) $f(x)=1$일 때, $g(x)=0$

ⅳ) $f(x)=-1$일 때, $g(x)=-1$

그러므로 함수 $g(x)$의 그래프는 그림과 같다.



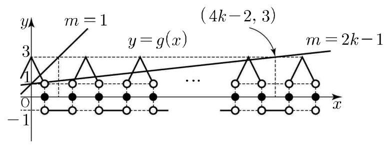
방정식 $mg(x)=x+m$의 실근의 개수는

함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=\frac{1}{m}x+1$이

만나는 점의 개수와 같다.

(ⅰ) $m=2k-1$(k는 자연수)인 경우

(a) $x\ge0$일 때,



직선 $y=\frac{1}{m}x+1$이 함수 $y=g(x)$의 그래프 위에 있지 않은 점 $(4k-2,3)$을 지난다.

$k=1$일 때, 만나는 점의 개수는 1

$k\ge2$일 때,

함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=\frac{1}{m}x+1$이

만나는 점의 개수는 구간 $(0,1)$에서 1,

구간 $(4l-5,4l-3)(l=2,\ 3,\ \cdots,\ k)$에서

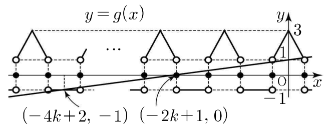
각각 2이다.

그러므로 함수 $y=g(x)$의 그래프와

직선 $y=\frac{1}{m}x+1$이 만나는 점의 개수는

$1+2(k-1)=2k-1$

(b) $x<0$일 때,



직선 $y=\frac{1}{m}x+1$이

점 $(-2k+1,0)$과 $(-4k+2,-1)$을 지나므로

함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=\frac{1}{m}x+1$이

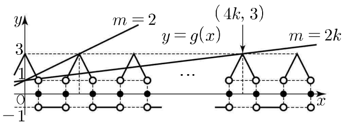
만나는 점의 개수는 2이다.

(a), (b)에 의하여

$a_{2k-1}=(2k-1)+2=2k+1$

(ⅱ) $m=2k$(k는 자연수)인 경우

(a) $x\ge0$일 때,



직선 $y=\frac{1}{m}x+1$이 함수 $y=g(x)$의 그래프 위의

점 $(4k,3)$을 지난다.

$k=1$일 때, 만나는 점의 개수는 2

$k\ge2$일 때,

함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=\frac{1}{m}x+1$이

만나는 점의 개수는 구간 $(0,1)$에서 1,

구간 $(4l'-5,4l'-3)(l'=2,\ 3,\ \cdots,\ k)$에서

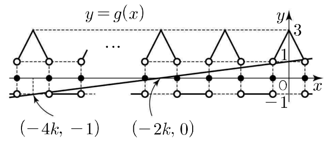
각각 2이다.

그러므로 함수 $y=g(x)$의 그래프와

직선 $y=\frac{1}{m}x+1$이 만나는 점의 개수는

$1+2(k-1)+1=2k$

(b) $x<0$일 때,



직선 $y=\frac{1}{m}x+1$이 점 $(-2k,0)$과

$(-4k,-1)$을 지나므로 함수 $y=g(x)$의

그래프와 직선 $y=\frac{1}{m}x+1$은 만나지 않는다.

그러므로 함수 $y=g(x)$의 그래프와

직선 $y=\frac{1}{m}x+1$이 만나는 점의 개수는 0이다.

(a), (b)에 의하여

$a_{2k}=2k+0=2k$

(ⅰ)과 (ⅱ)에 의하여

$a_{2k-1}=2k+1$, $a_{2k}=2k$(k는 자연수)이며

$a_{2k-1}+a_{2k}=b_k$라 하면 $b_k=4k+1$

따라서

$$\sum_{m=1}^{21}a_m=\sum_{m=1}^{20}a_m+a_{21}$$

$$=\sum_{k=1}^{10}b_k+a_{21}$$

$$=\sum_{k=1}^{10}(4k+1)+23$$

$$=4\times\frac{10\times 11}{2}+10+23=253$$