

2016학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가
수학영역 A형 정답 및 풀이

01. ①	02. ⑤	03. ②	04. ③	05. ③
06. ⑤	07. ④	08. ⑤	09. ①	10. ④
11. ②	12. ③	13. ⑤	14. ④	15. ④
16. ②	17. ①	18. ③	19. ①	20. ②
21. ④	22. 12	23. 8	24. 16	25. 4
26. 72	27. 110	28. 13	29. 35	30. 65

정답풀이 :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \times 2^{n+1} + 1}{2^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \times 2 + \frac{1}{2^n}}{1} = 6$$

정답 ②

1. 출제의도 : 지수법칙을 이용하여 식의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$2 \times 27^{\frac{1}{3}} = 2 \times (3^3)^{\frac{1}{3}} = 2 \times 3 = 6$$

정답 ①

2. 출제의도 : 행렬의 연산을 할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2 \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & a \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & a \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & a+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

따라서, $a+2=7$ 이므로
 $a=5$

정답 ⑤

3. 출제의도 : 수열의 극한값을 구할 수 있는가?

4. 출제의도 : 그래프를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

그래프의 변의 개수는 5개이므로 이 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은
 $5 \times 2 = 10$

정답 ③

5. 출제의도 : 함수의 극한값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{(x-7)(x+3)}{x-7} = \lim_{x \rightarrow 7} (x+3) = 10$$

정답 ③

6. 출제의도 : 이산 확률분포에서 평균을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\begin{aligned} E(X) &= (-4) \times \frac{1}{5} + 0 \times \frac{1}{10} + 4 \times \frac{1}{5} + 8 \times \frac{1}{2} \\ &= -\frac{4}{5} + \frac{4}{5} + 4 = 4 \end{aligned}$$

따라서, $E(3X) = 3E(X)$ 이므로
 $E(3X) = 3E(X) = 3 \times 4 = 12$

정답 ⑤

7. 출제의도 : 계차수열과 합을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\begin{aligned} b_n &= a_{n+1} - a_n \\ &= (n+1)^2 + 2 - (n^2 + 2) \\ &= n^2 + 2n + 1 - n^2 \\ &= 2n + 1 \end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^6 b_n &= \sum_{n=1}^6 (2n+1) \\ &= 2 \times \frac{6 \times 7}{2} + 1 \times 6 \\ &= 48 \end{aligned}$$

정답 ④

8. 출제의도 : 주어진 함수의 그래프에서 극한값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -0} f(x) &= 2, \quad \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = 3 \text{ 이므로} \\ \lim_{x \rightarrow -0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) &= 2 + 3 = 5 \end{aligned}$$

정답 ⑤

9. 출제의도 : 등차수열의 일반항을 구하고, 무한급수의 합을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차를 d 라 하면

$$\begin{aligned} a_4 - a_2 &= (a_1 + 3d) - (a_1 + d) \\ &= 2d \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\therefore d = 2$$

따라서 $a_1 = 4$ 이므로 등차수열 $\{a_n\}$ 의 일반항 a_n 은

$$\begin{aligned} a_n &= 4 + (n-1) \times 2 \\ &= 2n + 2 \end{aligned}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{na_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(2n+2)}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right)$$

$$\begin{aligned} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n+1} \right)$$

$$= 1$$

정답 ①

10. 출제의도 : 부정적분을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\begin{aligned} f(x) &= \int \left(\frac{1}{2}x^3 + 2x + 1 \right) dx - \int \left(\frac{1}{2}x^3 + x \right) dx \\ &= \int (x+1) dx \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2}x^2 + x + C \text{ (단, } C \text{는 적분상수)}$$

그런데, $f(0)=1$ 이므로 $C=1$

$$\text{즉, } f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + 1 \text{ 이므로}$$

$$f(4) = \frac{1}{2} \times 4^2 + 4 + 1 = 13$$

정답 ④

11. 출제의도 : 표본평균 $\bar{X}$ 의 분포와 관련된 실생활문제를 해결할 수 있는가?

정답풀이 :

이 지역의 1인 가구의 월 식료품 구입비를 확률변수 X 라 하면 X 는 정규분포 $N(45, 8^2)$ 을 따른다.

이 지역의 1인 가구 중 임의로 추출한 16가구의 월 식료품 구입비의 표본평균을 $\bar{X}$ 라 하면

$$E(\bar{X}) = 45, \sigma(\bar{X}) = \frac{8}{\sqrt{16}} = 2$$

이므로 확률변수 $\bar{X}$ 는 정규분포 $N(45, 2^2)$ 을 따르며 확률변수

$$Z = \frac{\bar{X} - 45}{2} \text{는 표준정규분포 } N(0,1) \text{을}$$

따른다.

$$\therefore P(44 \leq \bar{X} \leq 47)$$

$$= P\left(\frac{44-45}{2} \leq Z \leq \frac{47-45}{2}\right)$$

$$= P(-0.5 \leq Z \leq 1)$$

$$= P(0 \leq Z \leq 0.5) + P(0 \leq Z \leq 1)$$

$$= 0.1915 + 0.3413$$

$$= 0.5328$$

정답 ②

12. 출제의도 : 로그함수의 그래프를 이해하고 사각형의 넓이를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

두 함수 $y = \log_2 x$, $y = \log_2(x-2)$ 의 그래프와 x 축과 만나는 점이 각각 A , B 이므로

$$A(1,0), B(3,0)$$

이다.

또한, 두 함수 $y = \log_2 x$, $y = \log_2(x-2)$ 의 그래프와 직선 $x=k$ 가 만나는 점이 각각 P , Q 이므로

$$P(k, \log_2 k), Q(k, \log_2(k-2))$$

이다.

이때, $R(k,0)$ 이고 점 Q 가 선분 PR 의 중점이므로

$$\frac{\log_2 k}{2} = \log_2(k-2), \log_2 k = 2\log_2(k-2)$$

$$\log_2 k = \log_2(k-2)^2$$

$$k = (k-2)^2, k^2 - 5k + 4 = 0$$

$$(k-1)(k-4) = 0$$

그런데, $k > 3$ 이므로 $k = 4$

따라서, 구하고자 하는 사각형 $ABQP$ 의 넓이는 삼각형 ARP 의 넓이에서 삼각형 BRQ 의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$$\frac{1}{2} \times (4-1) \times \log_2 4 - \frac{1}{2} \times (4-3) \times \log_2 2$$

$$= \frac{3}{2} \times 2 - \frac{1}{2} \times 1$$

$$= \frac{5}{2}$$

정답 ③

13. 출제의도 : 도함수를 이용하여 극값을 갖기 위한 조건을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$g(x) = f(x) - kx \text{ 에서}$$

$$g'(x) = f'(x) - k$$

$$= x^2 - 1 - k$$

함수 $g(x)$ 가 $x = -3$ 에서 극값을 가지므로

$$g'(-3) = (-3)^2 - 1 - k$$

$$= 8 - k = 0$$

$$\therefore k = 8$$

정답 ⑤

14. 출제의도 : 곡선과 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$f(x) = \int (x^2 - 1)dx$$

$$= \frac{1}{3}x^3 - x + C \text{ (단, } C \text{는 적분상수)}$$

그런데, $f(0) = 0$ 이므로 $C = 0$

즉,

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$$

$$= \frac{1}{3}x(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$$

이므로 곡선 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$$\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \left| \frac{1}{3}x^3 - x \right| dx$$

$$= 2 \int_0^{\sqrt{3}} \left(-\frac{1}{3}x^3 + x \right) dx$$

$$= 2 \left[-\frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{2}x^2 \right]_0^{\sqrt{3}}$$

$$= 2 \left(-\frac{9}{12} + \frac{3}{2} \right)$$

$$= -\frac{3}{2} + 3 = \frac{3}{2}$$

정답 ④

15. 출제의도 : 확률의 덧셈정리를 이용하여 확률 $P(A \cap B)$ 의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$P(A \cap B^C) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

$$P(A^C \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

에서

$$P(A) = P(B) = P(A \cap B) + \frac{1}{6}$$

$$\text{이고 } P(A \cup B) = \frac{2}{3} \text{ 이므로}$$

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$

$$= 2 \left\{ P(A \cap B) + \frac{1}{6} \right\} - \frac{2}{3}$$

$$= 2P(A \cap B) + \frac{1}{3} - \frac{2}{3}$$

$$\therefore P(A \cap B) = \frac{1}{3}$$

정답 ④

16. 출제의도 : 로그의 성질을 이용하여 실생활의 문제를 해결할 수 있는가?

정답풀이 :

열차 B가 지점 P를 통과할 때의 속력이

v 라 하면 열차 A가 지점 P를 통과할 때
의 속력은 $0.9v$ 이고 $d=75$ 이므로

$$L_A = 80 + 28 \log \frac{0.9v}{100} - 14 \log \frac{75}{25} \cdots \textcircled{A}$$

$$L_B = 80 + 28 \log \frac{v}{100} - 14 \log \frac{75}{25} \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{B} - \textcircled{A}$ 에서

$$L_B - L_A = 28 \left(\log \frac{v}{100} - \log \frac{0.9v}{100} \right)$$

$$= 28 \log \frac{\frac{v}{100}}{\frac{0.9v}{100}}$$

$$= 28 \log \frac{10}{9}$$

$$= 28(1 - \log 9)$$

$$= 28(1 - 2 \log 3)$$

$$= 28 - 56 \log 3$$

정답 ②

17. 출제의도 : 조건을 만족시키는 일반
항 $\{a_n\}$ 을 구하는 과정에서 S_n 을 구할
수 있는가?

정답풀이 :

$$b_n = (a_n)^2 \text{이라 하면}$$

$$b_1 = 10 \text{이고}$$

주어진 식으로부터

$$b_{n+1} = \frac{b_1 + b_2 + \cdots + b_n}{n} \quad (n \geq 1)$$

이다. $S_n = \sum_{k=1}^n b_k$ 라 하면

$$S_{n+1} = \sum_{k=1}^{n+1} b_k = \sum_{k=1}^n b_k + b_{n+1}$$

$$= S_n + \frac{b_1 + b_2 + \cdots + b_n}{n}$$

$$= S_n + \frac{S_n}{n}$$

$$= \left(1 + \frac{1}{n}\right) S_n$$

$$= \frac{n+1}{n} \times S_n$$

이다.

$$S_1 = 10 \text{이고,}$$

$$\frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{n+1}{n} \text{이므로}$$

$n \geq 2$ 일 때,

$$S_n = S_1 \times \frac{S_2}{S_1} \times \frac{S_3}{S_2} \times \cdots \times \frac{S_n}{S_{n-1}}$$

$$= 10 \times \frac{2}{1} \times \frac{3}{2} \times \cdots \times \frac{n}{n-1}$$

$$= 10n$$

$$S_1 = 10 \text{이므로}$$

$$S_n = \boxed{10n} \quad (n \geq 1)$$

이다.

$$\text{따라서 } f(n) = \frac{n+1}{n}, \quad g(n) = 10n \text{이므로}$$

$$f(5) \times g(6) = \frac{6}{5} \times 60 = 72$$

정답 ①

18. 출제의도 : 행렬의 연산의 성질을
이용하여 참, 거짓을 판단할 수 있는가?

정답풀이 :

⌋. $AB - B^2 = E$ 에서 $AB^2 - B^3 = B$ 이므
로

$$AB^2 = B^3 + B = E \text{ (참)}$$

ㄴ. $AB - B^2 = (A - B)B = E$ 이므로

$$B(A - B) = BA - B^2 = E$$

즉, $AB - B^2 = BA - B^2$ 이므로

$$AB = BA \text{ (참)}$$

ㄷ. $AB - B^2 = E, B^3 + B = E$ 에서

$AB - B^2 = B^3 + B$ 이고 ㄴ에서 B^{-1} 이 존재하므로

$$ABB^{-1} - B^2B^{-1} = B^3B^{-1} + BB^{-1}$$

$$A - B = B^2 + E$$

$$A - B^2 = B + E \text{ (거짓)}$$

따라서, 옳은 것은 ㄱ, ㄴ 뿐이다.

정답 ③

19. 출제의도 : 중복조합을 이용하여 경우의 수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

(나)에서 $a + b + c \leq 5$ 이므로

(가)에서 $a + b + c + 3d = 10$ 을 만족하는 경우는

(i) $d = 2$ 일 때, $a + b + c = 4$

를 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는

$$\begin{aligned} {}_{3+4-1}C_4 &= {}_6C_4 = {}_6C_2 \\ &= \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15 \end{aligned}$$

(ii) $d = 3$ 일 때, $a + b + c = 1$

를 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는

$${}_{3+1-1}C_1 = {}_3C_1 = 3$$

(i), (ii)에서 구하는 순서쌍의 개수는

$$15 + 3 = 18$$

정답 ①

20. 출제의도 : 도형과 관련된 무한등비 급수의 합을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$x \neq 1$ 일 때,

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}(x-1) = 3x(x-1) \text{ 에서}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 3x$$

$$\therefore x = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\text{즉, } P_n \left(\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \left\{ \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} - 1 \right\} \right)$$

$$P_n \left(\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \frac{1}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \right)$$

이므로

$$\overline{P_n H_n} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} - \frac{1}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} \overline{P_n H_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} - \frac{1}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} \right\}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} - \frac{1}{3} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} - \frac{1}{3} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{4}}$$

$$= 2 - \frac{4}{9} = \frac{14}{9}$$

정답 ②

21. 출제의도 : 도함수를 활용하여 그래프의 개형을 파악하고 미분계수와 관련된 부등식의 해를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$A(t, t^4 - 4t^3 + 10t - 30)$$

$$B(t, 2t + 2)$$

$$f(t) = \overline{AB}$$

$$= \sqrt{(t-t)^2 + (t^4 - 4t^3 + 10t - 30 - 2t - 2)^2}$$

$$= \sqrt{(t^4 - 4t^3 + 8t - 32)^2}$$

$$= |t^4 - 4t^3 + 8t - 32|$$

$$g(t) = t^4 - 4t^3 + 8t - 32 \text{라 하자.}$$

$$g'(t) = 4t^3 - 12t^2 + 8$$

$$= 4(t-1)(t^2 - 2t - 2)$$

$$g'(t) = 0 \text{에서}$$

$$t = 1 \text{ 또는 } t = 1 \pm \sqrt{3}$$

함수 $g(t)$ 의 증가, 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

t	...	$1 - \sqrt{3}$	...	1	...	$1 + \sqrt{3}$	...
$g'(t)$	-	0	+	0	-		+
$g(t)$	$\searrow$	극소	$\nearrow$	-27	$\searrow$	극소	$\nearrow$

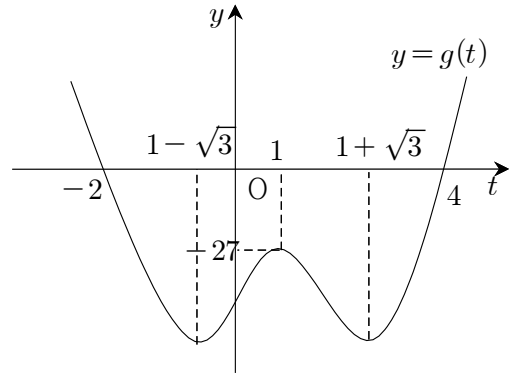
사차함수 $g(t)$ 는 $t = 1$ 에서 극댓값 -27을 갖고, $t = 1 - \sqrt{3}$, $t = 1 + \sqrt{3}$ 에서 극솟값을 갖는다.

또한,

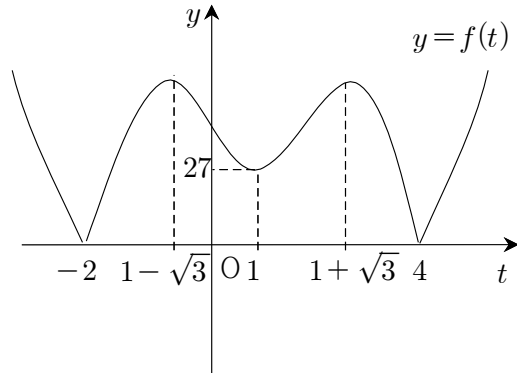
$$g(t) = t^4 - 4t^3 + 8t - 32$$

$$= (t+2)(t-4)(t^2 - 2t + 4)$$

이므로 함수 $g(t)$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.



따라서 함수 $f(t)$ 의 그래프의 개형은 다음과 같다.



따라서

$$\lim_{h \rightarrow +0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \times \lim_{h \rightarrow -0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} \leq 0$$

을 만족시키는 모든 실수 t 의 값의 합은 $-2 + (1 - \sqrt{3}) + 1 + (1 + \sqrt{3}) + 4 = 5$ 이다.

정답 ④

22. 출제의도 : 등비수열의 일반항을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 r 라 하면

$$a_n = 4r^{n-1}$$

이므로

$$3 \times 4r^4 = 4 \times r^6, \quad r^2 = 3$$

$$\therefore a_3 = 4r^2 = 4 \times 3 = 12$$

정답 12

23. 출제의도 : 도함수를 이용하여 미분 계수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$f(x) = x^2 - 2x - 12 \text{에서}$$

$$f'(x) = 2x - 2 \text{이므로}$$

$$f'(5) = 8$$

정답 8

24. 출제의도 : 행렬을 이용하여 연립일차방정식의 해가 일치할 조건을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\begin{pmatrix} 21 \\ 01 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix} \text{에서 } 2x + y = 7, \quad y = 1 \text{이므로}$$

로 $x = 3$ 이다.

따라서,

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -4 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -12 + a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \end{pmatrix}$$

이므로

$$-12 + a = 4$$

$$\therefore a = 16$$

정답 16

25. 출제의도 : 정적분으로 나타내어진 함수의 도함수를 이용하여 미분계수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$f(x) = \int_0^x (2at + 1) dt \text{에서}$$

$$f'(x) = 2ax + 1$$

$$f'(2) = 4a + 1 = 17$$

이므로

$$a = 4$$

정답 4

26. 출제의도 : 조건부확률을 구하여 미지수의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

도서관 이용자 300명 중에서 임의로 선택한 1명이 남성일 사건을 A , 20대인 사건을 B , 30대인 사건을 C 라 하자.

도서관 이용자 300명 중에서 30대가 차지하는 비율이 12%이므로 그 수는

$$300 \times 0.12 = 36$$

이다.

$$\text{따라서, } (60 - a) + b = 36 \text{ 이므로}$$

$$a - b = 24 \cdots \textcircled{7}$$

$$\text{또한, } P(B|A) = P(C|A^c) \text{ 이므로}$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A^c \cap C)}{P(A^c)}$$

$$\frac{\frac{a}{300}}{\frac{200}{300}} = \frac{\frac{b}{300}}{1 - \frac{200}{300}}, \quad \frac{a}{200} = \frac{b}{100}$$

$$a = 2b \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{에서 } a = 48, \quad b = 24 \text{이므로}$$

$$a + b = 72$$

정답 72

27. 출제의도 : 수열의 극한값에 대한 성질을 이용하여 미정계수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\begin{aligned} & \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{an^2 + 4n} - bn) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(an^2 + 4n) - b^2 n^2}{\sqrt{an^2 + 4n} + bn} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a - b^2)n + 4}{\sqrt{a + \frac{4}{n}} + b} = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

이 성립하려면

$$a - b^2 = 0, \quad a = b^2 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

이어야 하고

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a - b^2)n + 4}{\sqrt{a + \frac{4}{n}} + b} = \frac{4}{\sqrt{a} + b} = \frac{1}{5} \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에서

$$\frac{4}{\sqrt{b^2} + b} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{4}{|b| + b} = \frac{1}{5}$$

$|b| + b \neq 0$ 이어야 하므로 $b > 0$

$$\text{즉, } \frac{4}{2b} = \frac{1}{5}$$

따라서 $a = 100, b = 10$ 이므로

$$a + b = 110$$

정답 110

28. 출제의도 : 함수의 극한에 대한 성질을 이용하여 함수값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

조건 (가)에서 극한값이 존재하므로

$$f(x) = x^3 + 6x + a \quad (a \text{는 상수})$$

또한, 조건 (나)에서

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = -7 \quad \text{이므로}$$

$$a = -7$$

$$\text{즉, } f(x) = x^3 + 6x - 7 \quad \text{이므로}$$

$$f(2) = 2^3 + 6 \times 2 - 7 = 13$$

정답 13

29. 출제의도 : 정규분포를 따르는 확률변수에 대하여 표준화와 표준정규분포곡선의 성질을 이용하여 확률의 합을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

확률변수 X 가 정규분포 $N(4, 3^2)$ 을 따르

므로 $Z = \frac{X-4}{3}$ 이라 하면 확률변수 Z 는

표준정규분포 $N(0, 1)$ 을 따른다.

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^7 P(X \leq n) &= \sum_{n=1}^7 P\left(Z \leq \frac{n-4}{3}\right) \\ &= P(Z \leq -1) + P\left(Z \leq -\frac{2}{3}\right) + P\left(Z \leq -\frac{1}{3}\right) \\ &\quad + P(Z \leq 0) + P\left(Z \leq \frac{1}{3}\right) + P\left(Z \leq \frac{2}{3}\right) + P(Z \leq 1) \\ &= P(Z \geq 1) + P\left(Z \geq \frac{2}{3}\right) + P\left(Z \geq \frac{1}{3}\right) \\ &\quad + P(Z \leq 0) + P\left(Z \leq \frac{1}{3}\right) + P\left(Z \leq \frac{2}{3}\right) + P(Z \leq 1) \\ &= \{P(Z \geq 1) + P(Z \leq 1)\} + \left\{P\left(Z \geq \frac{2}{3}\right) + P\left(Z \leq \frac{2}{3}\right)\right\} \\ &\quad + \left\{P\left(Z \leq \frac{1}{3}\right) + P\left(Z \geq \frac{1}{3}\right)\right\} + P(Z \leq 0) \end{aligned}$$

$$= 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{7}{2}$$

따라서 $a = \frac{7}{2}$ 이므로

$$10a = 35$$

정답 35

30. 출제의도 : 지표와 가수의 성질을 이용하여 수열의 합을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$\log x = f(x) + g(x)$$

(단, $f(x)$ 는 정수, $0 \leq g(x) < 1$)

라 하자.

(i) $x = 2, 4, 6, 8$ 일 때, $f(x) = 0$ 이므로

$$f(m) \leq 0 \text{ 에서 } m = 1, 2, \dots, 9$$

$$g(h(m)) = g(m) \leq g(x) \text{ 이므로}$$

$$g(m) \leq g(2) \text{ 에서 } m = 1, 2$$

$$g(m) \leq g(4) \text{ 에서 } m = 1, 2, 3, 4$$

$$g(m) \leq g(6) \text{ 에서 } m = 1, 2, 3, \dots, 6$$

$$g(m) \leq g(8) \text{ 에서 } m = 1, 2, 3, \dots, 8$$

$$\therefore p(2) + p(4) + p(6) + p(8)$$

$$= 2 + 4 + 6 + 8 = 20 \cdots \textcircled{7}$$

(ii) $x = 10, 12, 14, \dots, 20$ 일 때, $f(x) = 1$ 이므로

$$f(m) \leq 1 \text{ 에서 } m = 1, 2, 3, \dots, 99$$

① $f(m) = 0$ 일 때, 즉, $m = 1, 2, 3, \dots, 9$ 일

$$\text{때, } g(h(m)) = g(m) \leq g(x) \text{ 이므로}$$

$$g(m) \leq g(10) \text{ 에서 } m = 1$$

$$g(m) \leq g(12) \text{ 에서 } m = 1$$

...

$$g(m) \leq g(18) \text{ 에서 } m = 1$$

$$g(m) \leq g(20) \text{ 에서 } m = 1, 2$$

② $f(m) = 1$ 일 때, 즉 $m = 10, 11, \dots, 99$ 일

$$\text{때, } g(h(m)) = g(m+5) \leq g(x) \text{ 이므로}$$

$$g(m+5) \leq g(10) \text{ 에서 } m = 95$$

$$g(m+5) \leq g(12) \text{ 에서 } m = 95, 96, \dots, 99$$

$$g(m+5) \leq g(14) \text{ 에서 } m = 95, 96, \dots, 99$$

$$g(m+5) \leq g(16) \text{ 에서}$$

$$m = 10, 11 \text{ 와 } m = 95, 96, \dots, 99$$

$$g(m+5) \leq g(18) \text{ 에서}$$

$$m = 10, 11, 12, 13 \text{ 과 } m = 95, 96, \dots, 99$$

$$g(m+5) \leq g(20) \text{ 에서}$$

$$m = 10, 11, 12, \dots, 15 \text{ 와 } m = 95, 96, \dots, 99$$

$$\therefore p(10) + p(12) + p(14) + \dots + p(20)$$

$$= (1+1) + 2 \times (1+5) + (1+7) + (1+9)$$

$$+ (2+11)$$

$$= 2 + 12 + 8 + 10 + 13 = 45 \cdots \textcircled{9}$$

①, ②에 의하여

$$\sum_{k=1}^{10} p(2k) = 20 + 45 = 65$$

정답 65