# 2014학년도 3월 고2 전국연합학력평가 정답 및 해설

## • 수학 영역 •

### 수학 A형 정답

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ④ | 2 | ⑤ | 3 | ③ | 4 | ③ | 5 | ② |
| 6 | ① | 7 | ② | 8 | ① | 9 | ① | 10 | ④ |
| 11 | ② | 12 | ③ | 13 | ① | 14 | ② | 15 | ① |
| 16 | ⑤ | 17 | ③ | 18 | ③ | 19 | ⑤ | 20 | ⑤ |
| 21 | ④ | 22 | 10 | 23 | 42 | 24 | 110 | 25 | 256 |
| 26 | 288 | 27 | 50 | 28 | 64 | 29 | 45 | 30 | 28 |

### 해 설

**1. [출제의도] 다항식을 전개하여 $x^2$의 계수를 구한다.**

$(3x+5)(x^2+x-2)=3x^3+8x^2-x-10$

이므로 $x^2$의 계수는 8이다.

**2. [출제의도] 나머지정리를 이용하여 일차식으로 나눈 나머지를 구한다.**

$f(x)=x^3+3x+9$라 하고, $f(x)$를 $x+1$로 나눈 몫과 나머지를 각각 $Q(x)$, $R$라 하면

$f(x)=(x+1)Q(x)+R$

$\therefore\ R=f(-1)=5$

**3. [출제의도] 수직선 위의 두 점의 내분점을 구한다.**

선분 AB를 1 : 3으로 내분하는 점의 좌표가 P$(a)$이므로

$a=\dfrac{1\times7+3\times1}{1+3}$

$=\dfrac{5}{2}$

**4. [출제의도] 진리집합의 포함관계를 이용하여 명제가 참이 되도록 하는 범위를 구한다.**

조건 $p : x^2\le 9$에서

$(x+3)(x-3)\le 0$

$\therefore -3\le x\le 3$

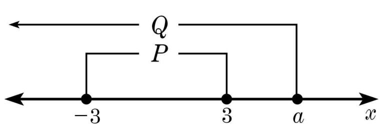
두 조건 $p$, $q$의 진리집합은 각각

$P=\{x\mid -3\le x\le 3\}$

$Q=\{x\mid x\le a\}$

이므로 명제 $p\to q$가 참이 되려면

$P\subset Q$




따라서 $a\ge 3$이므로 실수 $a$의 최솟값은 3이다.

**5. [출제의도] 켤레복소수를 구하여 복소수의 값을 계산한다.**

$\alpha-\beta=(3+i)-(1-2i)$

$=2+3i$

$\overline{\alpha}-\overline{\beta}=(3-i)-(1+2i)$

$=2-3i$

$(\alpha-\beta)(\overline{\alpha}-\overline{\beta})=(2+3i)(2-3i)$

$=4+9$

$=13$

[다른 풀이]

$\alpha-\beta=(3+i)-(1-2i)$

$=2+3i$

$\overline{\alpha}-\overline{\beta}=\overline{\alpha-\beta}$

$=2-3i$

$(\alpha-\beta)(\overline{\alpha}-\overline{\beta})=(2+3i)(2-3i)$

$=4+9$

$=13$

**6. [출제의도] 역함수의 성질을 이용하여 무리함수를 구한다.**

$f(x)=\sqrt{ax+b}$에서

$f(2)=\sqrt{2a+b}=3$

$2a+b=9$ …… ㉠

$g(x)$가 $f(x)$의 역함수이므로

$g(5)=10 \Leftrightarrow f(10)=5$

$f(10)=\sqrt{10a+b}=5$

$10a+b=25$ …… ㉡

㉠, ㉡에서

$a=2,\ b=5$

$\therefore\ a+b=7$

**7. [출제의도] 실수의 덧셈과 곱셈에 대한 역원을 구하여 절댓값을 계산한다.**

$x=-a,\ y=\dfrac{1}{a}$

$a>1$에서

$x<-1,\ 0<y<1$이므로

$x+y<0,\ x-y<0$

$|x+y|-|x-y|=(-x-y)-(-x+y)$

$=-x-y+x-y$

$=-2y$

$=-\dfrac{2}{a}$

**8. [출제의도] 이중근호를 계산하여 정사각형의 한 변의 길이를 구한다.**

정사각형 $A$의 넓이가 $4-2\sqrt{3}$이므로 정사각형 $A$의 한 변의 길이는

$\sqrt{4-2\sqrt{3}}=\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}$

$=\sqrt{3}-1$

정사각형 $B$의 넓이가 $12+6\sqrt{3}$이므로 정사각형 $B$의 한 변의 길이는

$\sqrt{12+6\sqrt{3}}=\sqrt{12+2\sqrt{27}}$

$=\sqrt{(3+\sqrt{3})^2}$

$=3+\sqrt{3}$

정사각형 $C$의 한 변의 길이는

$(\sqrt{3}-1)+(3+\sqrt{3})=2+2\sqrt{3}$

**9. [출제의도] 삼각함수의 그래프에서 주기와 평행이동을 이해한다.**

삼각함수의 주기는

$\dfrac{2\pi}{a}=\dfrac{2}{3}\pi-\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)$

$=\pi$

$\therefore\ a=2$

$y=\cos2(x+b)+1$의 그래프는 $y=\cos2x+1$의 그래프를 $x$축의 방향으로 $-b$만큼 평행이동시킨 그래프이므로

$-b=-\dfrac{\pi}{3}$

$b=\dfrac{\pi}{3}$ $(\because\ 0<b<\pi)$

$\therefore\ ab=2\times\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{2}{3}\pi$

**10. [출제의도] 절대부등식을 이용하여 무리식이 실수가 되는 조건을 구한다.**

모든 실수 $x$에 대하여 $\sqrt{kx^2-kx+3}$이 실수가 되기 위해서는 $kx^2-kx+3\ge 0$을 만족해야 한다.

(i) $k=0$일 때,

$3\ge 0$이므로 성립한다.

(ii) $k\ne 0$일 때,

$k>0$이고 $D\le 0$

$D=k^2-12k$

$=k(k-12)\le 0$

$\therefore\ 0<k\le 12$

(i), (ii)에서 $0\le k\le 12$이므로 정수 $k$의 개수는 13이다.

**11. [출제의도] 방정식의 근을 이용하여 실수 $a$의 값을 구한다.**

$f(a)=0,\ f(a+3)=0$이므로 $a$와 $a+3$은 삼차방정식 $f(x)=0$의 근이다.

조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{c|cccc} a & 1 & -a-4 & 4a-5 & 5a \\ & & a & -4a & -5a \\ \hline & 1 & -4 & -5 & \boxed{0} \end{array}$$

$f(x)=(x-a)(x^2-4x-5)$

$=(x-a)(x+1)(x-5)=0$

$x=a$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=5$

$f(a+3)=0$에서

$a+3=-1$ 또는 $a+3=5$

$a=-4$ 또는 $a=2$

따라서 실수 $a$의 값의 합은

$(-4)+2=-2$

[다른 풀이]

$f(a+3)=(a+3)^3-(a+4)(a+3)^2+(4a-5)(a+3)+5a$

$=3a^2+6a-24$

$f(a+3)=0$에서

$a^2+2a-8=0$

$(a+4)(a-2)=0$

$\therefore\ a=-4$ 또는 $a=2$

$a=-4$일 때 $f(-4)=0$

$a=2$일 때 $f(2)=0$

이므로 $a=-4$, $a=2$는 조건을 만족시킨다.

따라서 실수 $a$의 값의 합은

$(-4)+2=-2$

**12. [출제의도] 점과 직선 사이의 거리를 이용하여 직선의 기울기를 구한다.**

원의 중심을 C, 원의 중심에서 직선에 내린 수선의 발을 H라고 하면,

원의 중심에서 현에 내린 수선은 현을 이등분하므로

$\overline{\mathrm{AH}}=\overline{\mathrm{BH}}=\sqrt{2}$

$\overline{\mathrm{CH}}=\sqrt{\overline{\mathrm{AC}}^2-\overline{\mathrm{AH}}^2}$

$=\sqrt{2^2-(\sqrt{2})^2}$

$=\sqrt{2}$

이때 선분 CH의 길이는 원의 중심 C$(-1,\ 3)$과 직선 $mx-y+2=0$ 사이의 거리와 같으므로

$\dfrac{|m\times(-1)-3+2|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\sqrt{2}$

$|m+1|=\sqrt{2}\sqrt{m^2+1}$

양변을 제곱하면

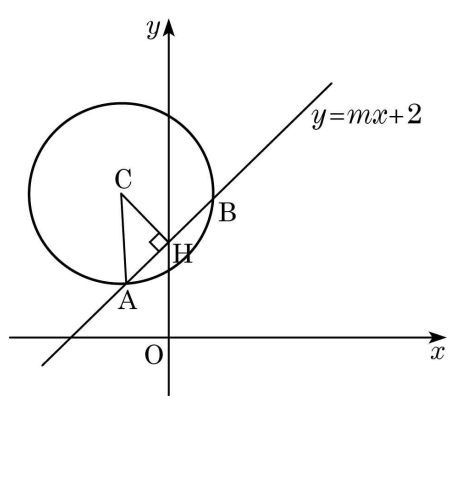
$(m+1)^2=2(m^2+1)$

$m^2+2m+1=2m^2+2$

$m^2-2m+1=0$

$(m-1)^2=0$

$\therefore\ m=1$



**13. [출제의도] 순열을 이용하여 경우의 수를 구한다.**

5가지의 색 중 4개를 택하는 순열의 수는

${}_5\mathrm{P}_4 = 5\times4\times3\times2 = 120$

**14. [출제의도] 실수의 연산을 이용하여 정수해의 순서쌍의 개수를 구한다.**

$(1*a)*b = (1+a+a)*b$

$\quad = (1+2a)+b+(1+2a)b$

$\quad = 1+2a+2b+2ab$

$(1*a)*b = 3$에서

$1+2a+2b+2ab = 3$

$ab+a+b-1 = 0$

$ab+a+b+1 = 2$

$(a+1)(b+1) = 2$

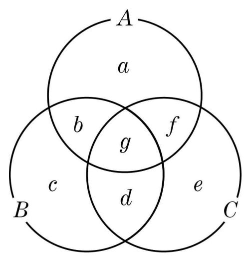
이때 $a$, $b$는 정수이므로 정수 $a$, $b$의 순서쌍은

$(-3,\ -2)$, $(-2,\ -3)$, $(0,\ 1)$, $(1,\ 0)$

의 4개이다.

**15. [출제의도] 벤 다이어그램을 이용하여 집합의 원소의 개수를 구한다.**

토론, 글쓰기, 탐구 발표 대회에 참가한 학생들의 집합을 각각 $A$, $B$, $C$라 하고 벤 다이어그램으로 나타내면 그림과 같다.




(가), (나), (다)에서

$a+f = 23$, $b+c = 29$, $g = 17$

이때 100명의 학생이 3가지 대회 중 적어도 한 대회에 참가하였으므로

$a+b+c+d+e+f+g = 100$

따라서 탐구발표 대회에 참가한 학생 중 토론 대회에 참가하지 않은 학생 수는

$d+e = 100-(23+29+17)$

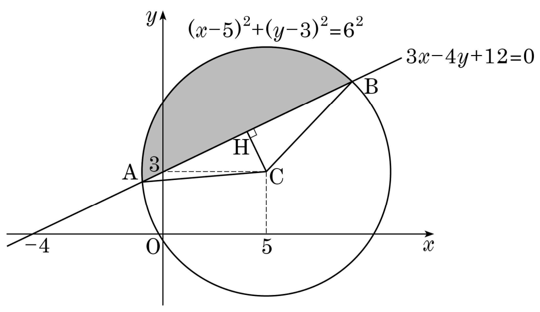
$\quad = 31$

**16. [출제의도] 부등식의 영역의 넓이를 구한다.**

$x^2+y^2-10x-6y-2 \le 0$에서

$(x-5)^2+(y-3)^2 \le 6^2$

연립부등식의 영역을 좌표평면 위에 나타내면 그림과 같다.




원과 직선이 만나는 두 점을 각각 A, B, 원의 중심을 C, 원의 중심 C에서 직선에 내린 수선의 발을 H라고 하면 선분 CH의 길이는 원의 중심과 직선 사이의 거리와 같으므로

$\overline{\mathrm{CH}} = \dfrac{|3\times5-4\times3+12|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}$

$\quad = \dfrac{15}{5} = 3$

이때 $\overline{\mathrm{CA}} = 6$, $\overline{\mathrm{CH}} = 3$이므로 $\angle\mathrm{ACH} = \dfrac{\pi}{3}$

따라서 연립부등식이 나타내는 영역의 넓이는 중심각의 크기가 $\dfrac{2}{3}\pi$인 부채꼴 CAB의 넓이에서 삼각형 CAB의 넓이를 뺀 값과 같다.

$\dfrac{1}{2}\times6^2\times\dfrac{2}{3}\pi - \dfrac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times3$

$= 12\pi - 9\sqrt{3}$

**17. [출제의도] 항등식의 성질을 이용하여 직선이 항상 일정한 점을 지남을 보인다.**

점 $\mathrm{P}(a,\ b)$는 직선 $x+y=2$ 위의 점이므로

$a+b=2$에서

$b=2-a$

점 P에서 $x$축, $y$축에 내린 수선의 발은 각각

$\mathrm{Q}(a,\ 0)$, $\mathrm{R}(0,\ b)$

직선 $l$은 직선 QR와 수직이고, 직선 QR의 기울기는 $-\dfrac{b}{a}$이므로 직선 $l$의 기울기는

$\dfrac{a}{b} = \boxed{\dfrac{a}{2-a}}$

따라서 직선 $l$의 방정식은

$y-(2-a) = \boxed{\dfrac{a}{2-a}}(x-a)$

$(2-a)y-(2-a)^2 = a(x-a)$

$2y-ay-4+4a-a^2 = ax-a^2$

$a$에 대하여 정리하면

$(x+y-4)a+(4-2y) = 0$ …… ㉠

㉠이 $a$의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$x+y-4=0$, $4-2y=0$

$x = \boxed{2}$, $y = \boxed{2}$

따라서 $f(a) = \dfrac{a}{2-a}$, $\alpha=2$, $\beta=2$이므로

$f\left(\dfrac{4}{3}\right)+\alpha+\beta = 6$

**18. [출제의도] 역함수의 성질을 이용하여 함숫값을 구한다.**

$f(4)=5$이므로

$(g\circ f)(4)+(f\circ g)(4) = g(5)+f(g(4))$

$g$의 역함수가 존재하므로 $g(4)$의 값은 1, 2, 4 중 하나이다.

| $g(4)$ | 1 | | 2 | | 4 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(g(4))$ | 2 | | 1 | | 5 | |
| $g(5)$ | 2 | 4 | 1 | 4 | 1 | 2 |

위의 표에서 $g(4)=4$이고 $g(5)=2$일 때, $g(5)+f(g(4))$의 최댓값은 7이다.

**19. [출제의도] 근과 계수의 관계를 이용하여 이차함수의 함숫값을 구한다.**

$f(x)$는 이차항의 계수가 1이고

이차방정식 $f(x)=0$의 두 근의 곱이 7이므로

$f(x) = x^2+ax+7$ ($a$는 상수)

$x^2-3x+1=0$의 두 근이 $\alpha$, $\beta$이므로

$\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=1$

$\alpha^2+\beta^2 = (\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta = 7$

$f(\alpha)+f(\beta) = (\alpha^2+\beta^2)+a(\alpha+\beta)+14$

$\quad = 7+3a+14 = 3$

$\therefore\ a = -6$

$f(x) = x^2-6x+7$이므로

$f(7) = 14$

**20. [출제의도] 직선의 방정식을 이용하여 명제의 참, 거짓을 판별한다.**

ㄱ. 직선 AB의 방정식은

$y-\dfrac{2}{a} = \dfrac{\dfrac{2}{b}-\dfrac{2}{a}}{b-a}(x-a)$

$y = -\dfrac{2}{ab}(x-a)+\dfrac{2}{a}$

$0 = -\dfrac{2}{ab}(x-a)+\dfrac{2}{a}$에서

$\dfrac{2}{ab}(x-a) = \dfrac{2}{a}$

$2(x-a) = 2b$

$\therefore\ x = a+b$ (참)

ㄴ. 점 D는 선분 AB의 중점이므로

$\mathrm{D}\left(\dfrac{a+b}{2},\ \dfrac{a+b}{ab}\right)$

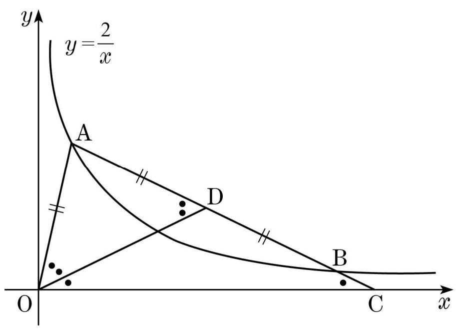
직선 OD의 기울기는

$\dfrac{\dfrac{a+b}{ab}}{\dfrac{a+b}{2}} = \dfrac{2}{ab}$

따라서 두 직선 AB와 OD의 기울기의 합은

$-\dfrac{2}{ab}+\dfrac{2}{ab} = 0$ (참)

ㄷ.




$\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{AD}}$이므로

$\angle\mathrm{AOD} = \angle\mathrm{ADO}$

두 직선 AB와 OD의 기울기의 합은 0이므로

$\angle\mathrm{DOC} = \angle\mathrm{DCO}$

$\angle\mathrm{ADO} = \angle\mathrm{DOC}+\angle\mathrm{DCO}$이므로

$\therefore\ \angle\mathrm{ADO} = 2\angle\mathrm{DOC}$

$\angle\mathrm{AOC} = \angle\mathrm{AOD}+\angle\mathrm{DOC}$

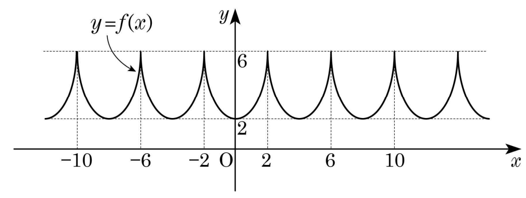
$\quad = \angle\mathrm{AOD}+\dfrac{1}{2}\angle\mathrm{ADO}$

$\quad = \dfrac{3}{2}\angle\mathrm{AOD}$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

**21. [출제의도] 함수의 그래프를 이용하여 두 함수의 그래프의 교점의 개수를 추론한다.**

함수 $y=f(x)$의 그래프는 다음 그림과 같다.

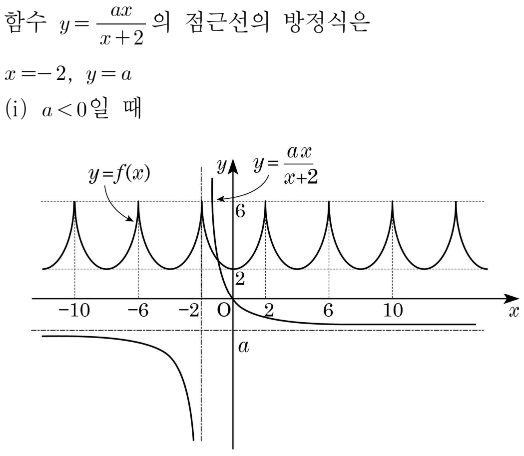



$\dfrac{ax}{x+2} = a-\dfrac{2a}{x+2}$이므로

함수 $y=\dfrac{ax}{x+2}$의 점근선의 방정식은

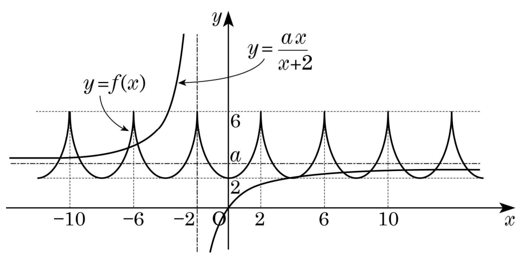
$x=-2$, $y=a$

(i) $a<0$일 때




따라서 두 함수 $y=f(x)$, $y=\dfrac{ax}{x+2}$의 그래프의 교점은 유한개이다.

(ii) $a>0$일 때




그림과 같이 두 함수 $y=f(x)$, $y=\frac{ax}{x+2}$의 그래프의 교점의 개수가 무수히 많게 되는 $a$의 값의 범위는

$2 \le a \le 6$

따라서 조건을 만족시키는 정수 $a$의 값은

2, 3, 4, 5, 6

으로 그 합은 20이다.

**22. [출제의도] 조합을 이용하여 삼각형의 개수를 구한다.**

서로 다른 5개의 점 중에서 3개의 점을 택하면 그 세 점을 꼭짓점으로 하는 하나의 삼각형이 결정되므로

${}_5\mathrm{C}_3=\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$

**23. [출제의도] 항등식의 성질을 이용하여 미정계수를 구한다.**

$3x^2+x-2=a(x-1)^2+b(x-1)+c$

모든 실수 $x$에 대하여 성립하므로

$x=1,\ x=0,\ x=2$를 각각 대입하면

$3+1-2=c$ …… ㉠

$-2=a-b+c$ …… ㉡

$12+2-2=a+b+c$ …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서

$a=3,\ b=7,\ c=2$

$\therefore\ abc=42$

**[다른 풀이]**

$3x^2+x-2=a(x-1)^2+b(x-1)+c$

$\qquad=ax^2+(-2a+b)x+(a-b+c)$

양변의 각 항의 계수를 비교하면

$a=3,\ 1=-2a+b,\ -2=a-b+c$

$a=3,\ b=7,\ c=2$

$\therefore\ abc=42$

**[다른 풀이]**

조립제법을 이용하여 주어진 이차식을 $x-1$로 나눈 나머지를 반복하여 구하면

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 1 | −2 |
| | | 3 | 4 |
| 1 | 3 | 4 | 2 |
| | | 3 | |
| | 3 | 7 | |

에서

$3x^2+x-2=(x-1)(3x+4)+2$

$\qquad=(x-1)\{3(x-1)+7\}+2$

$\qquad=3(x-1)^2+7(x-1)+2$

$a=3,\ b=7,\ c=2$

$\therefore\ abc=42$

**24. [출제의도] 이차함수의 최댓값을 구한다.**

A의 가격이 100만 원 이상이고 만 원 인상될 때마다 판매량이 20대씩 줄어든다. 따라서 인상되는 가격을 $x$(만 원), 전체 판매 금액을 $y$(만 원)이라 하면

$y=(100+x)(2400-20x)$

$=-20(x-10)^2+242000$

따라서 가격을 10만 원 올렸을 때 전체 판매 금액이 최대이므로 A의 가격은 110만 원이다.

$\therefore\ a=110$

**25. [출제의도] 실생활 소재를 활용하여 삼각방정식의 해를 구한다.**

$m=144,\ L=10,\ t=2$일 때

$h=20-10\cos\frac{4\pi}{\sqrt{144}}$

$\ =20-10\cos\frac{\pi}{3}$

$\ =15$

$m=a,\ L=5\sqrt{2},\ t=2$일 때

$h=20-5\sqrt{2}\cos\frac{4\pi}{\sqrt{a}}$

$\ =15$

$\cos\frac{4\pi}{\sqrt{a}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$a\ge100$에서

$0<\frac{4\pi}{\sqrt{a}}\le\frac{4\pi}{\sqrt{100}}=\frac{2}{5}\pi$

$\frac{4\pi}{\sqrt{a}}=\frac{\pi}{4}$

$\sqrt{a}=16$

$\therefore\ a=256$

**26. [출제의도] 양의 약수의 개수가 홀수인 자연수를 구한다.**

양의 약수의 개수가 홀수인 자연수는 완전제곱수이다.

$\langle n\rangle=16$을 만족시키는 자연수 $n$의 범위는

$16^2\le n<17^2$

이므로 자연수 $n$의 최댓값은

$17^2-1=288$

[참고] 자연수 $N$을 소인수분해 한 것이

$N=a^pb^q$($a$와 $b$는 서로 다른 소수, $p$와 $q$는 자연수)

일 때, $N$의 양의 약수의 개수는

$(p+1)(q+1)$

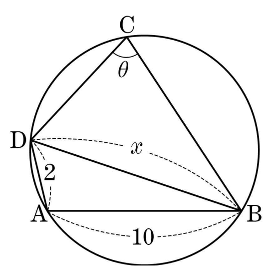
이다. 이때, 이 값이 홀수이려면

$p+1,\ q+1$

이 모두 홀수이어야 하므로 두 수 $p,\ q$는 모두 짝수이다.

따라서 자연수 $N$은 완전제곱수이다.

**27. [출제의도] 코사인법칙과 사인법칙을 이용하여 원의 넓이를 구한다.**




사각형 ABCD가 원에 내접하므로

$\angle\mathrm{BCD}=\theta\,(0<\theta<\pi)$

라 하면

$\angle\mathrm{BAD}=\pi-\theta$

선분 BD의 길이를 $x$라 하고, 삼각형 ABD에서 코사인법칙을 이용하면

$x^2=2^2+10^2-2\times2\times10\times\cos(\pi-\theta)$

$\ =104+40\cos\theta$

$\ =104+40\times\frac{3}{5}$

$\ =128$

$\therefore\ x=\sqrt{128}=8\sqrt{2}$

$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-\frac{9}{25}}=\frac{4}{5}$

삼각형 BCD의 외접원의 반지름의 길이를 $R$라 하고 사인법칙을 이용하면

$\frac{8\sqrt{2}}{\sin\theta}=2R$

$R=5\sqrt{2}$이므로 외접원의 넓이는

$\pi(5\sqrt{2})^2=50\pi$

$\therefore\ a=50$

**28. [출제의도] 조건을 만족시키는 집합 $C$의 개수를 구한다.**

$A\cup C=B\cup C$에서

$A\subset(B\cup C)$이고 $B\subset(A\cup C)$

(i) $A\subset(B\cup C)$에서

$2\not\in B,\ 4\not\in B$이고 $2\in A,\ 4\in A$이므로

$2\in C,\ 4\in C$

(ii) $B\subset(A\cup C)$에서

$7\not\in A,\ 9\not\in A$이고 $7\in B,\ 9\in B$이므로

$7\in C,\ 9\in C$

(i), (ii)에서 집합 $C$는 2, 4, 7, 9를 반드시 원소로 갖는 $U$의 부분집합이다.

따라서 집합 $C$의 개수는 1, 3, 5, 6, 8, 10을 원소로 갖는 집합의 부분집합의 개수와 같으므로

$2^6=64$

**29. [출제의도] 부등식의 영역을 이용하여 최댓값을 구한다.**

집합 $A$의 부분집합 중 원소의 개수가 2인 것은 아래와 같다.

$\{1,x\},\{1,3\},\{1,y\},\{1,5\}$

$\{x,3\},\{x,y\},\{x,5\}$

$\{3,y\},\{3,5\}$

$\{y,5\}$

$1<x<3,\ 3<y<5$이므로

(가)에서

$m_1+m_2+m_3+\cdots+m_{10}$

$=1\times4+x\times3+3\times2+y$

$=3x+y+10\le19$

$\therefore\ 3x+y\le9$

(나)에서

$M_1+M_2+M_3+\cdots+M_{10}$

$=x+3\times2+y\times3+5\times4$

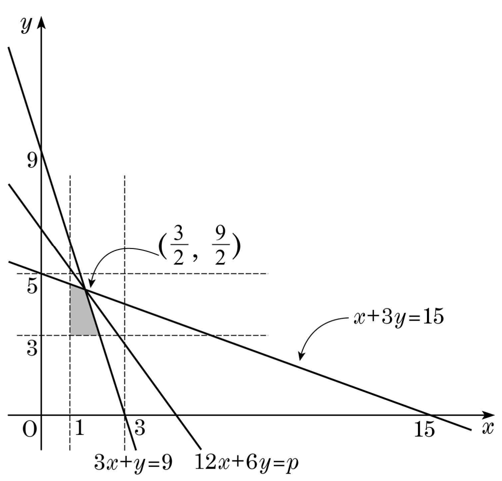
$=x+3y+26\le41$

$\therefore\ x+3y\le15$

연립부등식

$1<x<3,\ 3<y<5,\ 3x+y\le9,\ x+3y\le15$

의 영역을 좌표평면에 나타내면 다음 그림과 같다.




$12x+6y=p$($p$는 상수)로 놓고 부등식의 영역 안에서 움직여 보면 두 직선의 교점을 지날 때, $p$의 값이 최대이다.

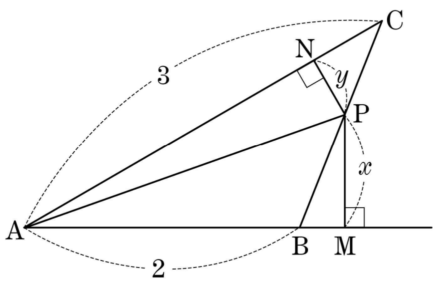
$3x+y=9,\ x+3y=15$를 연립하면

$x=\frac{3}{2},\ y=\frac{9}{2}$

따라서 $12x+6y$의 최댓값은

$12\times\frac{3}{2}+6\times\frac{9}{2}=45$

**30. [출제의도] 삼각형의 넓이와 절대부등식을 활용하여 최솟값을 구한다.**




$\overline{PM}=x$, $\overline{PN}=y$라 하면

$\triangle ABC=\triangle ABP+\triangle APC$에서

$\frac{1}{2}\times 2\times 3\times \sin 30^\circ=\frac{1}{2}\times 2\times x+\frac{1}{2}\times 3\times y$

$\therefore\ 2x+3y=3$

$\frac{\overline{AB}}{\overline{PM}}+\frac{\overline{AC}}{\overline{PN}}=\frac{2}{x}+\frac{3}{y}$ 에서

$$3\left(\frac{2}{x}+\frac{3}{y}\right)=(2x+3y)\left(\frac{2}{x}+\frac{3}{y}\right)$$
$$=13+\frac{6x}{y}+\frac{6y}{x}$$
$$\geq 13+2\sqrt{\frac{6x}{y}\times\frac{6y}{x}}=25$$

(단, 등호는 $x=y=\frac{3}{5}$일 때 성립한다.)

따라서 $\frac{2}{x}+\frac{3}{y}\geq\frac{25}{3}$ 이므로 $\frac{2}{x}+\frac{3}{y}$의 최솟값은 $\frac{25}{3}$이다.

$\therefore\ p+q=3+25=28$