# 2014학년도 11월 고2 전국연합학력평가
# 정답 및 해설

## • 2교시 수학 영역 •

### [A 형]

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | ③ | **2** | ③ | **3** | ④ | **4** | ② | **5** | ① |
| **6** | ④ | **7** | ④ | **8** | ① | **9** | ⑤ | **10** | ④ |
| **11** | ② | **12** | ⑤ | **13** | ④ | **14** | ② | **15** | ② |
| **16** | ⑤ | **17** | ① | **18** | ③ | **19** | ③ | **20** | ⑤ |
| **21** | ① | **22** | 35 | **23** | 4 | **24** | 2 | **25** | 630 |
| **26** | 727 | **27** | 23 | **28** | 135 | **29** | 247 | **30** | 40 |

1. [출제의도] 지수법칙을 활용하여 계산하기

$2\times 4^{\frac{1}{2}}=2\times 2=4$

2. [출제의도] 행렬의 뺄셈 계산하기

$A-B=\begin{pmatrix}1&3\\3&2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&1\\2&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&2\\1&2\end{pmatrix}$

따라서 행렬 $A-B$의 모든 성분의 합은 5

3. [출제의도] 등차수열의 일반항 이해하기

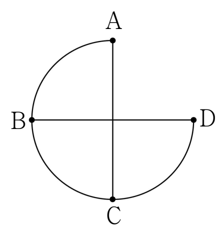
첫째항이 $a_1$이고, 공차가 $d$인 등차수열의 일반항

$a_n=a_1+(n-1)d$에서 $a_1=2$, $d=3$이다.

따라서 $a_6=2+(6-1)\times 3=17$

4. [출제의도] 그래프와 행렬의 관계 이해하기

그림과 같이 주어진 그래프의 꼭짓점을 A, B, C, D라 하고 그래프를 행렬로 나타내면 다음과 같다.




$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc}A&B&C&D\end{array}\\ \begin{array}{c}A\\B\\C\\D\end{array} & \begin{pmatrix}0&1&1&0\\1&0&1&1\\1&1&0&1\\0&1&1&0\end{pmatrix}\end{array}$$

따라서 행렬의 성분 중 1의 개수는 10

[다른 풀이]

그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬의 성분 중 1의 개수는 그래프의 변의 개수의 2배이므로 $5\times 2=10$

5. [출제의도] 행렬의 거듭제곱 이해하기

$A^2=\begin{pmatrix}0&-3\\-3&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&-3\\-3&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9&0\\0&9\end{pmatrix}=9E$

(단, $E$는 단위행렬이다.)

$A^3=A^2A=9A$

따라서 $k=9$

6. [출제의도] 지수함수의 그래프 이해하기

함수 $f(x)=2\times\left(\frac{2}{3}\right)^x$은

$x$값이 증가함에 따라 함숫값이 감소하므로

$x=-1$일 때, 최댓값 $M=3$

$x=2$일 때, 최솟값 $m=\frac{8}{9}$

따라서 $\frac{M}{m}=\frac{27}{8}$

7. [출제의도] 로그부등식 이해하기

로그의 진수 조건에 의해 $x-3>0$, $x+5>0$

$\therefore\ x>3$ ……㉠

$\log_2(x-3)^2\le\log_2 4+\log_2(x+5)$

$\log_2(x-3)^2\le\log_2 4(x+5)$

$(x-3)^2\le 4(x+5)$

$x^2-10x-11\le 0$

$(x+1)(x-11)\le 0$

$\therefore\ -1\le x\le 11$ ……㉡

㉠, ㉡에서 $3<x\le 11$

$3<x\le 11$을 만족시키는 정수 $x$는 4, 5, …, 11

따라서 정수 $x$의 개수는 8

8. [출제의도] 역행렬의 성질 이해하기

$A^{-1}=\frac{1}{4-3}\begin{pmatrix}2&3\\1&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&3\\1&2\end{pmatrix}$

$A^{-1}-AB=2E$에서

$\begin{pmatrix}2&3\\1&2\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2&-3\\-1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x&6\\y&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&0\\0&2\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}2&-3\\-1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x&6\\y&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&3\\1&0\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}2x-3y&3\\-x+2y&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&3\\1&0\end{pmatrix}$

$\begin{cases}2x-3y=0\\-x+2y=1\end{cases}$

$\therefore\ x=3,\ y=2$

따라서 $x+y=3+2=5$

9. [출제의도] $\sum$의 뜻과 성질 이해하기

$\sum_{k=1}^{n+1}(k+2)^2-\sum_{k=1}^{n}(k^2+4)$

$=\sum_{k=1}^{n}(k+2)^2+\{(n+1)+2\}^2-\sum_{k=1}^{n}(k^2+4)$

$=\sum_{k=1}^{n}\{(k+2)^2-(k^2+4)\}+(n+3)^2$

$=\sum_{k=1}^{n}4k+(n+3)^2$

$=4\times\frac{n(n+1)}{2}+(n+3)^2=389$

$3n^2+8n-380=0$

$(3n+38)(n-10)=0$

따라서 $n=10$ ($\because$ $n$은 자연수)

10. [출제의도] 수열의 합과 일반항 사이의 관계 이해하기

$n\ge 2$일 때,

$a_n=S_n-S_{n-1}$

$=(5^n-1)-(5^{n-1}-1)=4\times 5^{n-1}$

$a_1=S_1=5-1=4$

이므로

$a_n=4\times 5^{n-1}$ $(n\ge 1)$

$\therefore\ \frac{a_5}{a_3}=\frac{4\times 5^4}{4\times 5^2}=5^2=25$

11. [출제의도] 지수부등식 이해하기

$4^x\times 5^{2x-1}\le 2\times 10^{x+3}$

$2^{2x}\times 5^{2x-1}\le 2\times 10^{x+3}$

$2^{2x}\times 5^{2x}\le 10\times 10^{x+3}$

$10^{2x}\le 10^{x+4}$

$2x\le x+4$

$\therefore\ x\le 4$

$x\le 4$를 만족시키는 자연수 $x$는 1, 2, 3, 4

따라서 자연수 $x$의 개수는 4

12. [출제의도] 로그의 성질 이해하기

$3^{\log_2 5}=k$라 하면

$\log_2 k=\log_2 3^{\log_2 5}$

$=\log_2 3\times\log_2 5$

$=\log_2 5^{\log_2 3}$

그러므로 $k=5^{\log_2 3}=3^{\log_2 5}$

$\therefore\ 3^{\log_2 5}\times\left(\frac{4}{5}\right)^{\log_2 3}=3^{\log_2 5}\times\frac{4^{\log_2 3}}{5^{\log_2 3}}$

$=4^{\log_2 3}=2^{2\log_2 3}$

$=\left(2^{\log_2 3}\right)^2=3^2=9$

13. [출제의도] 로그함수의 그래프 이해하기

함수 $y=\log_2 x$의 그래프를 $x$축의 방향으로 3만큼, $y$축의 방향으로 $-2$만큼 평행이동시킨 그래프가 함수 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$의 그래프와 만나므로

$\log_2(x-3)-2=-\log_2 x$

$\log_2(x-3)+\log_2 x=2$

$\log_2(x^2-3x)=\log_2 4$

$x^2-3x-4=0$

$\therefore\ x=4$ 또는 $x=-1$

로그의 진수 조건에 의해 $x=4$

$\therefore\ p=4,\ q=-2$

따라서 $p+q=2$

14. [출제의도] 여러 가지 수열을 활용하여 추론하기

$\log_{\frac{1}{2}}n\le m\le\log_2 n$을 만족시키는 정수 $m$의 개수 $c_n$은

i) $2^1\le n<2^2$ 일 때, $m=-1,\ 0,\ 1$이므로

$c_2=c_3=3$

ii) $2^2\le n<2^3$ 일 때, $m=-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$이므로

$c_4=c_5=c_6=c_7=5$

iii) $2^3\le n<2^4$ 일 때, $m=-3,\ -2,\ \cdots,\ 3$이므로

$c_8=c_9=\cdots=c_{15}=7$

iv) $n=2^4$ 일 때, $m=-4,\ -3,\ \cdots,\ 4$이므로

$c_{16}=9$

$\therefore\ \sum_{n=2}^{16}c_n=(3\times 2)+(5\times 4)+(7\times 8)+9=91$

15. [출제의도] 지수법칙 이해하기

(나)의 $a^{2x}=6$에서 $a=6^{\frac{1}{2x}}$이므로 $a^3=6^{\frac{3}{2x}}$

$\frac{1}{(2b)^{3y}}=6$에서 $2b=6^{-\frac{1}{3y}}$이므로 $(2b)^2=6^{-\frac{2}{3y}}$

$6^{\frac{3}{2x}-\frac{2}{3y}}=6^{\frac{3}{2x}}\times 6^{-\frac{2}{3y}}$

$=a^3\times 4b^2$

$=4\times a^3b^2$

$=4\times 9$ ($\because$ (가)에서 $a^3b^2=9$)

$=6^2$

따라서 $\frac{3}{2x}-\frac{2}{3y}=2$

16. [출제의도] 로그를 활용하여 문제해결하기

$U_1=u\log\left(\frac{7.5-0.3}{0.2}\right)=u\log\frac{72}{2}=u\log 6^2$

$U_2=u\log\left(\frac{43.5-0.3}{0.2}\right)=u\log\frac{432}{2}=u\log 6^3$

따라서 $\frac{U_2}{U_1}=\frac{u\log 6^3}{u\log 6^2}=\frac{3u\log 6}{2u\log 6}=\frac{3}{2}$

17. [출제의도] 행렬의 연산을 활용하여 문제해결하기

$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$라 할 때

(가)에서

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ ……㉠

(나)의 양변에 행렬 $A$를 곱하면

$A^2\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}+E\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}=A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ (단, $E$는 단위행렬이다.)

$2AA\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}+E\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}=A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$2A\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}+E\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

$2A\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

$A\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ……㉡

㉠, ㉡에서 $\begin{cases} a+2b=3 \\ c+2d=4 \end{cases}$, $\begin{cases} 3a+4b=1 \\ 3c+4d=2 \end{cases}$

$\therefore\ A=\begin{pmatrix} -5 & 4 \\ -6 & 5 \end{pmatrix}$

따라서 행렬 $A$의 모든 성분의 합은 $-2$

18. [출제의도] 지수함수를 활용하여 문제해결하기

$y=\frac{1}{3}\times 2^x=2^{\log_2\frac{1}{3}}\times 2^x=2^{x-\log_2 3}$이므로

$y=\frac{1}{3}\times 2^x$의 그래프는 $y=2^x$의 그래프를

$x$축의 방향으로 $\log_2 3$만큼 평행이동한 것이다.

그러므로 사각형 ACDB는 평행사변형이고

$\overline{\mathrm{AB}}=\log_2 3$이다.

$S_1=4\times\log_2 3=4\log_2 3$

$\mathrm{B}(b,8)$이라 하면 $8=\frac{1}{3}\times 2^b$이므로 $\mathrm{B}(\log_2 24, 8)$

그러므로 $\mathrm{E}(\log_2 24, 4)$

$\mathrm{D}(d,4)$라 하면 $4=\frac{1}{3}\times 2^d$이므로 $\mathrm{D}(\log_2 12, 4)$

$S_2=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{DE}}\times 4=\frac{1}{2}\times(\log_2 24-\log_2 12)\times 4=2$

$\therefore\ \frac{S_1}{S_2}=\frac{4\log_2 3}{2}=2\log_2 3$

19. [출제의도] 수열의 귀납적 정의를 활용하여 추론하기

주어진 식의 양변을 $2^n$으로 나누면

$2^n a_{n+1}=2^{n-1}a_n+(n+1)$ ……㉠

이다. ㉠의 양변에 2를 곱하면

$2^{n+1}a_{n+1}=2^n a_n+2(n+1)$

이고 $b_n=2^n a_n$이라 하면

$b_{n+1}=b_n+\boxed{\ 2(n+1)\ }$ $(n\geq 1)$

이고, $b_1=2\times a_1=2$이므로

$b_n=b_1+\sum_{k=1}^{n-1}2(k+1)$

$=2+2\times\frac{n(n-1)}{2}+2(n-1)$

$=\boxed{\ n^2+n\ }$ $(n\geq 1)$

이다. 그러므로

$a_n=\frac{1}{2^n}\times\left(\boxed{\ n^2+n\ }\right)$ $(n\geq 1)$

이다.

$\therefore\ f(n)=2n+2,\ g(n)=n^2+n$

따라서 $f(4)+g(6)=10+42=52$

20. [출제의도] 행렬의 연산을 활용하여 추론하기

ㄱ. $A+2B=E$이므로 $A=-2B+E$

$AB=(-2B+E)B=-2B^2+B$

$BA=B(-2B+E)=-2B^2+B$

$\therefore\ AB=BA$ (참)

ㄴ. ㄱ에서 $AB=E$

$(-2B+E)B=E$

$-2B^2+B=E$

$2B^2-B+E=O$ (단, $O$는 영행렬이다.)

$2B^2-B-E=-2E$

$(B-E)(2B+E)=-2E$

$-\frac{1}{2}(B-E)(2B+E)=E$이므로

$B-E$의 역행렬이 존재한다. (참)

ㄷ. $A+2B=E$에서 $A+B=E-B$

$(A+B)^2=(E-B)^2=(-2B^2)^2=4B^4$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. [출제의도] 지수함수를 활용하여 문제해결하기

점 C의 좌표를 $(0,t)$로 놓으면 점 A의 좌표는 $(\log_2 t, t)$이고, 점 B의 좌표는 $(\log_a t, t)$이다.

$\overline{\mathrm{CB}}:\overline{\mathrm{BA}}=1:n$이므로

$\overline{\mathrm{BA}}=n\times\overline{\mathrm{CB}}$

$\log_2 t-\log_a t=n\times\log_a t$

$(n+1)\log_a t=\log_2 t$

$n+1=\frac{\log_2 t}{\log_a t}=\frac{\log t}{\log 2}\times\frac{\log a}{\log t}=\log_2 a$

그러므로 $a=f(n)=2^{n+1}$

$\therefore\ f(1)\times f(2)\times f(3)\times\cdots\times f(10)$

$=2^{2+3+4+\cdots+11}=2^{\frac{10\times(2+11)}{2}}=2^{65}$

따라서 $m=65$

22. [출제의도] 등차수열의 합 이해하기

등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 $a_1$, 공차를 $d$라 하면

$a_2=a_1+d=4$ ……㉠

$a_5=a_1+4d=13$ ……㉡

㉠, ㉡에서 $a_1=1$, $d=3$

$\therefore\ a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=\frac{5\times\{2\times 1+(5-1)\times 3\}}{2}$

$=35$

23. [출제의도] 역행렬과 연립일차방정식 이해하기

$\begin{pmatrix} 1 & -k \\ k-4 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} -1 & -k \\ k-4 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$이

$x=0$, $y=0$ 이외의 해를 가지려면

행렬 $\begin{pmatrix} -1 & -k \\ k-4 & -3 \end{pmatrix}$의 역행렬이 존재하지 않아야 하므로

$3+k(k-4)=0$

$k^2-4k+3=0$

$\therefore\ k=1$ 또는 $k=3$

따라서 모든 실수 $k$의 값의 합은 4

24. [출제의도] 지수방정식 이해하기

$2^x=t$ $(t>0)$라 하면 주어진 방정식은

$2t^2-17t+8=0$

$(2t-1)(t-8)=0$

$t=\frac{1}{2}$ 또는 $t=8$

$2^x=\frac{1}{2}$ 또는 $2^x=8$

$x=-1$ 또는 $x=3$

따라서 모든 실근의 합은 2

25. [출제의도] 여러 가지 수열 이해하기

$a_8 a_{10}=(a_9)^2=100$이므로

$a_9=10$ ……㉠

$a_9+a_{11}=a_9+a_9 r^2=a_9(1+r^2)=30$ ……㉡

㉠, ㉡에서 $1+r^2=3$

그러므로 $r^2=2$

$\therefore\ \sum_{k=5}^{10}a_{2k-1}=a_9+a_{11}+a_{13}+a_{15}+a_{17}+a_{19}$

$=\frac{a_9\{(r^2)^6-1\}}{r^2-1}$

$=\frac{10\times(2^6-1)}{2-1}$

$=630$

26. [출제의도] 알고리즘과 순서도를 활용하여 추론하기

| $n$ | $a$ |
|---|---|
| 1 | 7 |
| 2 | $3\times 7+4=25$ |
| 3 | $3\times 25+4=79$ |
| 4 | $3\times 79+4=241$ |
| 5 | $3\times 241+4=727$ |

따라서 인쇄되는 $a$의 값은 727

27. [출제의도] 상용로그의 지표와 가수 성질 이해하기

$1\leq x\leq 8$이므로 $0\leq\log_2 x\leq 3$

(가)에서 $0\leq\log N\leq 3$

(나)에서 $\log N-\log\frac{1}{N}=2\log N$은 정수이고

$0\leq 2\log N\leq 6$

$2\log N=0,\ 1,\ \cdots,\ 6$

$\log N=0,\ \frac{1}{2},\ \cdots,\ \frac{6}{2}$

$\therefore\ N=1,\ 10^{\frac{1}{2}},\ \cdots,\ 10^{\frac{6}{2}}$

$N$의 모든 값의 곱은

$1\times 10^{\frac{1}{2}}\times 10^{\frac{2}{2}}\times\cdots\times 10^{\frac{6}{2}}=10^{\frac{1}{2}+\frac{2}{2}+\cdots+\frac{6}{2}}$

$=10^{\frac{21}{2}}$

따라서 $m+n=23$

28. [출제의도] $\sum$의 성질을 활용하여 문제해결하기

$\mathrm{A}(a,1)$, $\mathrm{B}(b,0)$이라 하면

$1=\log_2 a$, $0=\log_2 b$이므로

$\mathrm{A}(2,1)$, $\mathrm{B}(1,0)$

$\mathrm{P}_n(p_n,1)$, $\mathrm{Q}_n(q_n,0)$이라 하면

$1=\log_2\frac{p_n}{n}$, $0=\log_2\frac{q_n}{n}$이므로

$\mathrm{P}_n(2n,1)$, $\mathrm{Q}_n(n,0)$

그러므로 $\overline{\mathrm{AP}_n}=2n-2$, $\overline{\mathrm{BQ}_n}=n-1$

$S_n=\frac{1}{2}\times\left(\overline{\mathrm{AP}_n}+\overline{\mathrm{BQ}_n}\right)\times 1$

$=\frac{1}{2}\times\{(2n-2)+(n-1)\}\times 1=\frac{3}{2}(n-1)$

$\therefore\ 2\sum_{n=2}^{10}S_n=3\sum_{n=2}^{10}(n-1)$

$=3\sum_{n=1}^{9}n=3\times\frac{9\times 10}{2}=135$

29. [출제의도] 여러 가지 수열을 활용하여 문제해결하기

$n\geq 2$일 때,

$n$행의 홀수 번째 놓인 원 안에는 $(2n-1)$이 $n$개,

$n$행의 짝수 번째 놓인 원 안에는
$\{2\times(2n-1)+(2n-3)\}$이 $(n-1)$개 쓰여 있다.
$n$행의 모든 수의 합을 $a_n$이라 하면

$$a_n=(2n-1)n+(6n-5)(n-1)$$
$$=8n^2-12n+5\ (n\geq 2)$$

$a_1=1$이므로

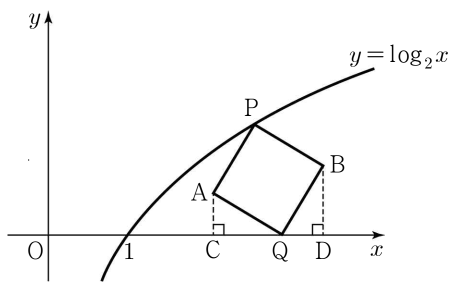
$$a_n=8n^2-12n+5\ (n\geq 1)$$

$$\therefore\ S=\sum_{n=1}^{10}\left(8n^2-12n+5\right)$$
$$=8\sum_{n=1}^{10}n^2-12\sum_{n=1}^{10}n+\sum_{n=1}^{10}5$$
$$=8\times\frac{10\times11\times21}{6}-12\times\frac{10\times11}{2}+5\times10$$
$$=2470$$

따라서 $\frac{S}{10}=247$

**30. [출제의도] 로그함수를 활용하여 문제해결하기**

점 A에서 내린 수선의 발을 점 C, 점 B에서 내린 수선의 발을 점 D라 하자.




$\overline{AQ}=\overline{QB}$, $\angle CAQ=\angle DQB$, $\angle CQA=\angle DBQ$
이므로 삼각형 ACQ와 삼각형 QDB는 합동이다.
$\overline{AC}=\overline{QD}=\frac{1}{2}$, $\overline{CQ}=\overline{DB}=q-2$이므로
$B\left(q+\frac{1}{2},\ q-2\right)$
선분 AB의 중점과 선분 PQ의 중점이 일치하므로

$2+q+\frac{1}{2}=p+q$, $\therefore\ p=\frac{5}{2}$

$\frac{1}{2}+q-2=\log_2 p$, $\therefore\ q=\log_2\frac{5}{2}+\frac{3}{2}$

$$\therefore\ p+q=\frac{5}{2}+\log_2\frac{5}{2}+\frac{3}{2}$$
$$=\log_2 40$$

따라서 $2^{p+q}=40$