

제 2 교시

수학 영역

A형

성명

수험 번호 2

1

- 자신이 선택한 유형('A'형/'B'형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰십시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면, 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1.  $2^{-1} \times 36^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

2. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $2A+B$ 는? [2점]

- ①  $\begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$       ②  $\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$       ③  $\begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$   
 ④  $\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$       ⑤  $\begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$

3. 세 행렬  $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -7 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $A(B+C)$ 는? [2점]

- ①  $\begin{pmatrix} -9 & -17 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$       ②  $\begin{pmatrix} -9 & 17 \\ -7 & 1 \end{pmatrix}$       ③  $\begin{pmatrix} -9 & 17 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$   
 ④  $\begin{pmatrix} 9 & 17 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$       ⑤  $\begin{pmatrix} 9 & 17 \\ -7 & -1 \end{pmatrix}$

4. 행렬  $A = \begin{pmatrix} -1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여  $A^2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ 일 때,  $a^2$ 의 값은? [3점]

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

5. 실수  $x, y$ 에 대하여  $4^x = 32, 8^y = 16$ 일 때,  $2x+3y$ 의 값은?

[3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

6. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 3 & a \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ 가  $A+B^{-1}=E$ 를 만족시킬 때, 실수  $a$ 의 값은? (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [3점]

- ① -3      ② -1      ③ 1      ④ 3      ⑤ 5

7.  $x, y$ 에 대한 연립방정식  $\begin{pmatrix} 5-k & 4 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 이  $x=0, y=0$  이외의 해를 갖도록 하는 상수  $k$ 의 값은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

8. 1이 아닌 양수  $a$ 에 대하여 등식  $\sqrt{a} \times \frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} = \sqrt[n]{a}$ 가 성립할 때, 자연수  $n$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 9

9. 행렬  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 등식  $A^{2012} \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ 이 성립할 때, 두 실수  $p, q$ 의 합  $p+q$ 의 값은? [3점]

- ① -5      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 5

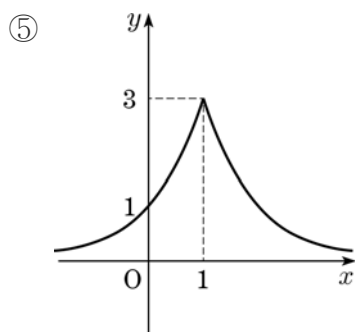
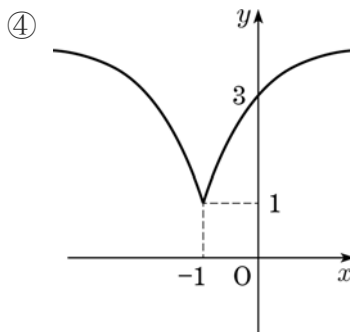
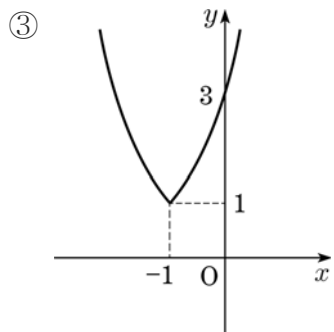
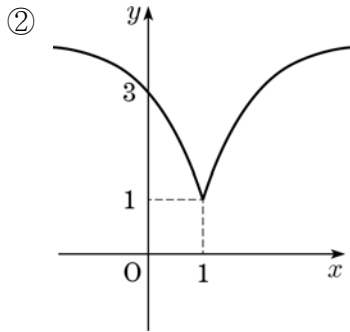
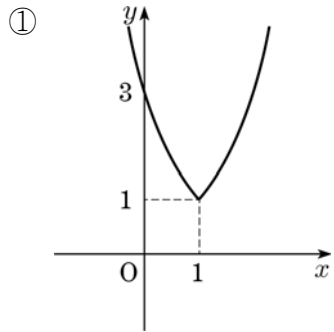
11.  $a=3, b=\sqrt[3]{9}$ 일 때, 세 실수  $a, b, a^b$ 의 대소 관계로 옳은 것은? [4점]

- ①  $a < b < a^b$       ②  $a < a^b < b$       ③  $b < a < a^b$   
 ④  $b < a^b < a$       ⑤  $a^b < b < a$

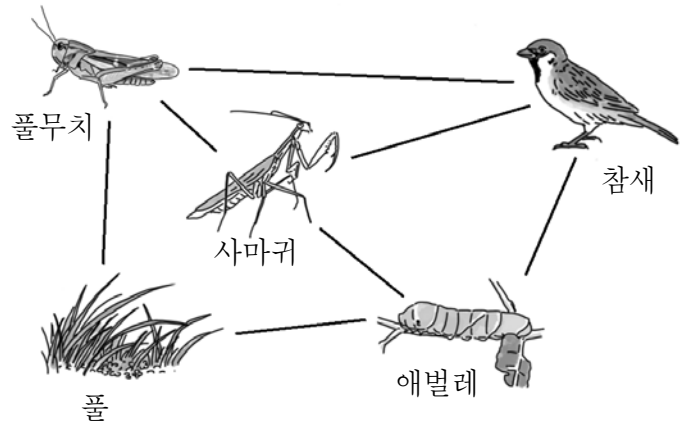
10. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 일 때, 집합  $S$ 를  $S = \{A^n \mid n \text{은 자연수}\}$ 라 하자. 집합  $S$ 의 원소의 개수는? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 8

12. 두 함수  $f(x) = x - 1$ ,  $g(x) = 3^{|x|}$ 에 대하여 합성함수  $y = (g \circ f)(x)$ 의 그래프의 개형은? [4점]



13. 그림은 생태계에서 먹이 사슬 관계에 있는 생물들을 서로 연결하여 나타낸 것이다.



위 그림의 각 생물을 꼭짓점으로 하고 연결선을 변으로 하는 그래프를 나타내는 행렬이 다음과 같다. D는 어떤 생물인가?

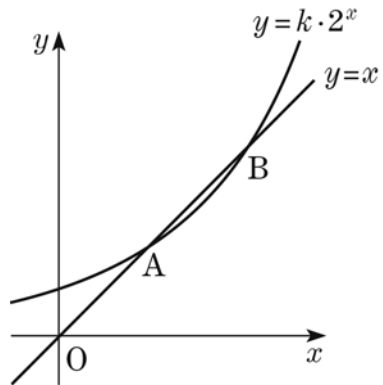
[3점]

	A	B	C	D	E
A	0	1	1	1	0
B	1	0	1	0	1
C	1	1	0	0	1
D	1	0	0	0	1
E	0	1	1	1	0

- ① 풀      ② 참새      ③ 풀무치      ④ 사마귀      ⑤ 애벌레



16. 두 함수  $y=k \cdot 2^x$  과  $y=x$ 의 그래프가 그림과 같이 서로 다른 두 점 A, B에서 만나고, 점 A가 선분 OB의 중점일 때, 상수  $k$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ①  $\frac{1}{6}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{2}{3}$     ⑤  $\frac{5}{6}$

17. 번호가 부여된 4개의 키워드와 이 키워드 중 일부를 포함하고 있는 4권의 책이 다음 표와 같다.

번호	키워드	책번호	포함하고 있는 키워드
1	기초	1	기초, 이론
2	수학	2	기초, 수학, 이론
3	심화	3	심화
4	이론	4	수학, 심화

행렬  $A$ 의  $(i, j)$  성분  $a_{ij}$ 를

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & (i\text{번 책이 } j\text{번 키워드를 포함한다.}) \\ 0 & (i\text{번 책이 } j\text{번 키워드를 포함하지 않는다.}) \end{cases}$$

$(i=1, 2, 3, 4, j=1, 2, 3, 4)$

로 정의하자. 행렬  $A$ 는? [3점]

- ①  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$     ②  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$     ③  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- ④  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$     ⑤  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

18. 어느 회사에서 두 종류의 제품 P, Q를 생산하고 있다. P, Q를 각각 한 개씩 생산할 때 사용되는 금과 은의 양은 다음과 같다.

(단위: g)

제품 \ 소재	금	은
P	4	1
Q	2	3

이 회사에서 금 130g과 은 145g을 모두 사용하여 P, Q를 각각  $x$ 개,  $y$ 개 만들었다. 이때, 등식  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-1 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 13 \\ 29 \end{pmatrix}$ 가 성립한다. 두 실수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① -1    ② 1    ③ 3    ④ 5    ⑤ 7

19.  $1 \leq x \leq 5$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여 행렬  $\begin{pmatrix} x & 2x-k \\ 3 & x-2 \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하도록 하는 10 이하의 자연수  $k$ 의 개수는? [4점]

- ① 6    ② 7    ③ 8    ④ 9    ⑤ 10

20. 실수  $x$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$f(x) =$  (등식  $t^4 = x^2 - 4$ 를 만족시키는 서로 다른 실수  $t$ 의 개수)로 정의하자. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프는? [4점]

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

21. 표는 국악에서 사용하는 한 옥타브의 12음계에 해당하는 율명에 차례로 번호를 붙인 것이다.

번호	1	2	3	4	5	6
율명	황종	대려	태주	협종	고선	중려

번호	7	8	9	10	11	12
율명	유빈	임중	이척	남려	무역	응중

번호가  $n$  ( $n=1, 2, 3, \dots, 12$ )인 율명의 진동수를  $f(n)$ 이라 하면, 등식  $f(n) = C \cdot 2^{\frac{n-1}{12}}$  이 성립한다. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단,  $C$ 는 상수이고, 진동수의 단위는 Hz이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ.  $\frac{f(4)}{f(3)} = 2^{\frac{1}{12}}$

ㄴ. '고선'의 진동수가  $a$ 일 때, '무역'의 진동수는  $\sqrt{2}a$ 이다.

ㄷ. '대려'의 진동수가  $b$ 일 때, '협종'과 '중려'의 진동수의 곱은  $2b^2$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

A형

단답형

22. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 10 & -b \\ 3 & a-b \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2a & a-15 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$ 에 대하여  $A=B$ 가 성립할 때, 두 실수  $a$ ,  $b$ 의 곱  $ab$ 의 값을 구하시오. [3점]

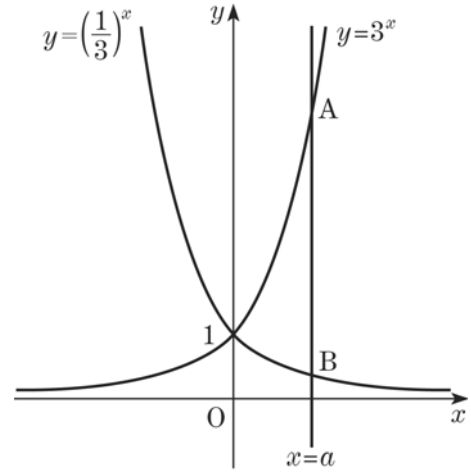
24. 행렬  $A = \begin{pmatrix} -1 & a \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $A^3$ 의 모든 성분의 합이 91일 때, 실수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

23.  $a = \sqrt[3]{2}$ ,  $b = \sqrt[4]{3}$ 일 때, 등식  $6 = a^x b^y$ 이 성립한다. 두 유리수  $x$ ,  $y$ 의 합  $x+y$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 5개의 꼭짓점이 A, B, C, D, E인 어느 그래프의 연결 관계를 다음과 같이 행렬로 나타내었다. 꼭짓점 A에서 출발하여 모든 꼭짓점을 오직 한 번씩만 지나 꼭짓점 A로 되돌아오는 경로의 수를 구하시오. [3점]

	A	B	C	D	E
A	0	1	0	0	1
B	1	0	1	1	0
C	0	1	0	1	1
D	0	1	1	0	1
E	1	0	1	1	0

26. 그림과 같이 직선  $x=a(a>0)$ 가 두 함수  $y=3^x, y=(\frac{1}{3})^x$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 선분 AB의 중점의  $y$ 좌표가  $\sqrt{5}$ 일 때, 선분 AB의 길이를  $l$ 이라 하자.  $l^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



A형

27. 행렬  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $A+E$ 의 역행렬은  $A+2E$ 이다.
- (나)  $(A+3E)\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$a^2+d^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [4점]

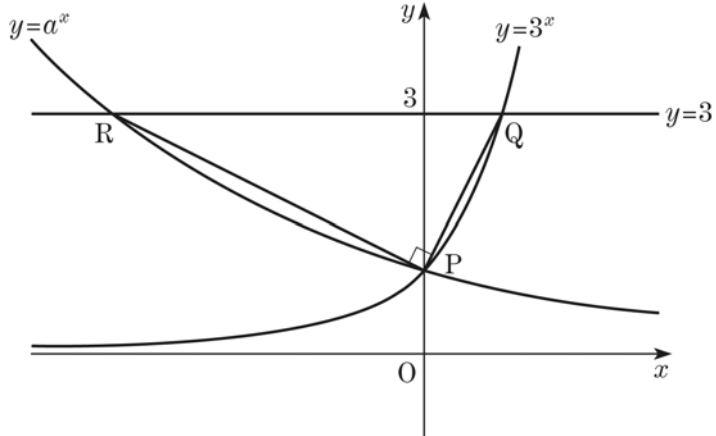
28. 두 집합

$$A = \{x \mid x^2 - (a+b)x + ab < 0\},$$

$$B = \{x \mid 2^{2x+2} - 9 \cdot 2^x + 2 < 0\}$$

에 대하여  $A \subset B$ 일 때,  $b-a$ 의 최댓값을 구하시오. (단,  $a < b$ 이다.) [4점]

29. 그림과 같이 두 곡선  $y=3^x$  과  $y=a^x$  ( $0 < a < 1$ )의 교점을 P라 하고, 직선  $y=3$ 이 두 곡선  $y=3^x$ ,  $y=a^x$ 과 만나는 점을 각각 Q, R라 하자.  $\angle RPQ = 90^\circ$ 일 때,  $\left(\frac{1}{a}\right)^{16}$ 의 값을 구하시오. [4점]



30.  $x, y$ 에 대한 연립방정식  $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가 해  $x=\alpha, y=\beta$ 를 갖는다고 하자.  $\alpha\beta > 0$ 일 때의  $k$ 의 값은  $p$ 이고,  $\alpha\beta < 0$ 일 때의  $k$ 의 값은  $q$ 이다.  $10p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $k$ 는 상수이다.) [4점]

※ 확인 사항  
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.