

2교시 정답 및 해설

• 2교시 수리 영역 •

[가형]

1	3	2	2	3	1	4	4	5	1
6	5	7	3	8	3	9	4	10	4
11	1	12	3	13	2	14	5	15	5
16	4	17	1	18	2	19	5	20	2
21	3	22	3	23	10	24	32	25	16
26	2	27	120	28	24	29	170	30	9

1. [출제의도] 행렬의 덧셈과 곱셈 계산하기

$$AB+B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

따라서 모든 성분의 합은 6

2. [출제의도] 지수와 로그의 성질을 알고 계산하기

$$\log_4 \left(2^{\frac{7}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} \right) = \log_4 2^4 = \log_4 4^2 = 2$$

3. [출제의도] 함수의 극한의 뜻을 이해하기

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x \right\}^{-2} = e^{-2} = \frac{1}{e^2}$$

4. [출제의도] 삼각함수의 덧셈정리를 이해하기

$$y = \frac{\pi}{3} - x \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \sqrt{3} \cos x + 2 \sin \left(\frac{\pi}{3} - x \right) \\ &= 2\sqrt{3} \cos x - \sin x \\ &= \sqrt{13} \sin(\alpha - x) \end{aligned}$$

$$\left(\text{단, } \sin \alpha = \frac{2\sqrt{39}}{13}, \cos \alpha = \frac{\sqrt{13}}{13} \right)$$

따라서 최댓값은 $\sqrt{13}$

5. [출제의도] 무리방정식의 해 구하기

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2+x-1} = t \text{ 라 하면} \\ 2x^2+2x-1 + \sqrt{x^2+x-1} = 2 \text{ 에서} \\ 2t^2+1+t = 2 \text{ 이므로 } (2t-1)(t+1) = 0 \\ \text{그러므로 } t = \frac{1}{2} (\because t \geq 0) \end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{x^2+x-1} = \frac{1}{2} \text{ 에서 } x^2+x-\frac{5}{4} = 0$$

따라서 모든 실근의 곱은 $-\frac{5}{4}$

6. [출제의도] 여러 가지 수열의 일반항 구하기

$$a_{n+1} - a_n = n + 1 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (k+1) \\ &= 1 + \frac{(n-1)(n+2)}{2} \end{aligned}$$

$$\text{따라서 } a_{15} = 1 + \frac{14 \times 17}{2} = 120$$

7. [출제의도] 수열의 합과 일반항 사이의 관계 이해하기

$$a_n = S_n - S_{n-1} = 2n + 2(n \geq 2)$$

$$S_1 = 5 \text{ 이므로 } a_1 = 5$$

$$\text{따라서 } a_1 + a_6 = 5 + 2 \times 6 + 2 = 19$$

8. [출제의도] 도함수를 활용하여 추론하기

함수 $f(x)$ 의 정의역은 $x < 5$ 이다.

$$f'(x) = \frac{-2}{5-x} + \frac{x}{2} = 0 \text{ 에서 } x = 1 \text{ 또는 } x = 4.$$

$$f''(x) = \frac{-2}{(x-5)^2} + \frac{1}{2} = 0 \text{ 에서}$$

$x = 3 (\because x < 5)$ 이므로 함수 $f'(x)$, $f''(x)$, $f(x)$ 를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	...	1	...	3	...	4	...	5
$f'(x)$	-	0	+	+	+	0	-	
$f''(x)$	+	+	+	0	-	-	-	
$f(x)$		\searrow	$f(1)$	\nearrow	$f(3)$	\nearrow	$f(4)$	\searrow

$$\left(\text{단, } f(1) = \frac{1}{4} + 4 \ln 2, f(3) = \frac{9}{4} + 2 \ln 2, \right.$$

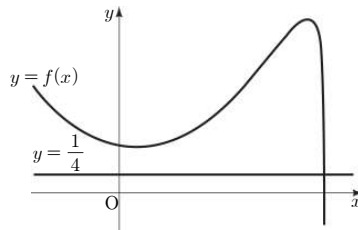
$$\left. f(4) = 4 \right)$$

ㄱ. (참)

ㄴ. 곡선 $y = f(x)$ 의 변곡점의 개수는 1이다. (거짓)

ㄷ. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = \frac{1}{4}$ 은 다음과

같으므로 방정식 $f(x) = \frac{1}{4}$ 의 실근의 개수는 1이다. (참)



따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ

9. [출제의도] 그래프와 행렬의 관계를 이해하기

주어진 그래프를 행렬로 나타내면

$$\begin{matrix} & A & B & C & D & E \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

이므로 $p=1$, $q=0$ 이고 꼭짓점 C에서 다른 한 꼭짓점을 지나 다시 꼭짓점 C로 돌아오는 방법은 CAC, CBC, CDC, CEC이므로 $r=4$ 이다. 따라서 $p+q+r=5$

10. [출제의도] 연립일차방정식과 행렬의 관계를 이해하기

$$\text{연립일차방정식 } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k & 1 \\ 1 & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ 에서}$$

$$\begin{pmatrix} 1-k & 1 \\ 1 & 3-k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \dots \text{ ㉠}$$

㉠이 $x=0$, $y=0$ 이외의 해를 가지므로

$$(1-k)(3-k)-1=0$$

따라서 모든 상수 k 의 값의 합은 4

11. [출제의도] 행렬의 뜻을 알고 추론하기

ㄱ. $A=2B+E$ 이므로

$$\begin{aligned} AB &= (2B+E)B = 2B^2 + EB \\ &= B(2B+E) = BA \text{ (참)} \end{aligned}$$

$$\text{ㄴ. (반례) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ (거짓)}$$

$$\text{ㄷ. (반례) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ (거짓)}$$

따라서 옳은 것은 ㄱ

12. [출제의도] 함수의 극한 이해하기

$$\overline{P_0 P_1} = \overline{P_1 P_2} = \dots = \overline{P_{n-1} P_n} = 2 \sin \frac{\pi}{2n}$$

이므로 각 정삼각형의 넓이는 $\sqrt{3} \sin^2 \left(\frac{\pi}{2n} \right)$ 이다.

$$\begin{aligned} \text{따라서 } \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot S(n) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{3} n^2 \times \sin^2 \left(\frac{\pi}{2n} \right) \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \pi^2 \end{aligned}$$

13. [출제의도] 무한수열의 극한 이해하기

$$f(n) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{n^2+2n} = \frac{2n^2+3n+1}{6n+12}$$

$$\text{따라서 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+3n+1}{6n^2+12n} = \frac{1}{3}$$

14. [출제의도] 정적분을 뜻을 알고 추론하기

$$\text{ㄱ. 구간 } (0, 1) \text{에서 } \frac{d\{f(x)\}}{dx} = 2f(x)f'(x)$$

$$\frac{d^2\{f(x)\}}{dx^2} = 2\{f'(x)\}^2 + 2f(x)f''(x) \text{ 이므로}$$

$$\frac{d^2\{f(x)\}}{dx^2} > 0$$

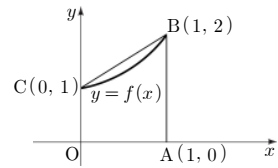
\therefore 함수 $y = \{f(x)\}^2$ 의 그래프는 구간 $(0, 1)$ 에서 아래로 볼록하다. (참)

ㄴ. $1-x=t$ 라 하면

$$\int_0^1 f(1-x) dx = \int_0^1 f(t) dt \text{ 이므로}$$

$$\int_0^1 \{f(x) + f(1-x)\} dx = 2 \int_0^1 f(x) dx$$

조건에 의해 구간 $(0, 1)$ 에서 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 개형은 다음과 같고



$\int_0^1 f(x) dx$ 의 값은 사다리꼴 COAB의 넓이보다 작다.

$$\therefore \int_0^1 \{f(x) + f(1-x)\} dx < 3 \text{ (참)}$$

ㄷ. ㄱ과 ㄴ에 의해

$$\frac{\left\{ f\left(\frac{k-1}{n}\right) \right\}^2 + \left\{ f\left(\frac{k}{n}\right) \right\}^2}{2} \cdot \frac{1}{n} \geq \int_{\frac{k-1}{n}}^{\frac{k}{n}} \{f(x)\}^2 dx$$

이므로

$$\sum_{k=1}^n \frac{\left\{ f\left(\frac{k-1}{n}\right) \right\}^2 + \left\{ f\left(\frac{k}{n}\right) \right\}^2}{2} \cdot \frac{1}{n} \geq \int_0^1 \{f(x)\}^2 dx$$

(참) 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. [출제의도] 미분계수의 정의를 이용하여 문제해결하기

$$\begin{aligned} f'(0) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin 2x}{1 - \cos x} = 0 \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin 2x}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{1 - \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin x \cos x (1 + \cos x)}{\sin^2 x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} 2 \cos x (1 + \cos x) \cdot \frac{x}{\sin x} = 4 \end{aligned}$$

16. [출제의도] 지수방정식을 활용한 실생활문제 해결하기

점 A의 x 좌표를 k 라 하면 점 B의 x 좌표는 $k+2$, 점 C의 x 좌표는 $k+4$ 이다.

$$a^k + 2 = \frac{12}{5} \text{ 에서 } a^k = \frac{2}{5} \dots \text{ ㉠}$$

$$a^{k+2} + 2 = \frac{9}{2} \text{에서 } a^{k+2} = \frac{5}{2} \dots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{C} \text{에 의해 } a^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \text{이므로 } a = \frac{5}{2}$$

$$h = a^{k+4} + 2 = \left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{5}{2}\right)^4 + 2 = \frac{141}{8}$$

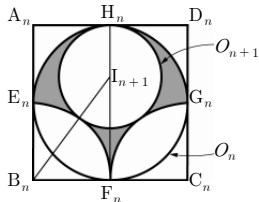
$$\text{따라서 } h = \frac{141}{8}$$

17. [출제의도] 수열의 귀납적 정의를 알고 추론하기

$$f(n) = \frac{n+1}{n}, g(n) = 5n \text{이므로}$$

$$f(5) \times g(10) = 60$$

18. [출제의도] 무한등비급수의 합 구하기



원 O_{n+1} 의 중심을 I_{n+1} 이라 하고 반지름의 길이를 r_{n+1} 이라 하면 직각삼각형 $I_{n+1}B_nF_n$ 에서 피타고라스의 정리에 의해

$$(r_n + r_{n+1})^2 = (2r_n - r_{n+1})^2 + r_n^2$$

$$2r_n r_{n+1} = 4r_n^2 - 4r_n r_{n+1}$$

$$\frac{r_{n+1}}{r_n} = \frac{2}{3} \text{이므로 } \frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{2}{3} \text{이므로 } S_1 = 4 - \left(2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 \pi\right) = 2 - \frac{4}{9} \pi$$

$\therefore \{S_n\}$ 은 첫째항이 $2 - \frac{4}{9} \pi$, 공비가 $\frac{4}{9}$ 인 무한등비수열이다.

$$\text{따라서 } \sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{2 - \frac{4}{9} \pi}{1 - \frac{4}{9}} = \frac{18 - 4\pi}{5}$$

19. [출제의도] 도함수를 활용하여 추론하기

ㄱ. $f(x) = px^3 + qx^2 + rx$ ($p > 0$)라 하고

$g(x) = mx$ ($m \neq 0$)라 하자.

두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = f(x) - g(x)$ 의 변곡점의

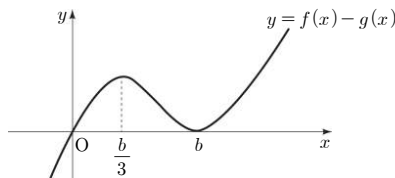
x 좌표는 $-\frac{a}{3p}$ 이므로 곡선 $y = f(x) - g(x)$ 의

변곡점의 x 좌표는 a 이다. (참)

ㄴ. 그림과 같이 함수 $y = f(x) - g(x)$ 의 그래프는

원점을 지나고 $x = b$ 에서 x 축에 접하므로

$f(x) - g(x) = px(x-b)^2$ 이다.



$\{f(x) - g(x)\}' = p(x-b)(3x-b)$ 이므로

함수 $f(x) - g(x)$ 는 $x = \frac{b}{3}$ 에서 극대값을 갖는다. (참)

ㄷ. $h(x) = f(x) - g(x) = px(x-b)^2$

이라 하면 ㄱ에서 $h''(a) = 0$ 이다.

$$\therefore a = \frac{2b}{3} \text{이므로 } \frac{b-a}{a} = \frac{1}{2} \text{ (참)}$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. [출제의도] 매개변수로 나타내어진 함수를 미분하기

$$\frac{dx}{d\theta} = \sec^2 \theta, \frac{dy}{d\theta} = -2\cos\theta \sin\theta \text{ 이고}$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } \theta = \frac{\pi}{4} \text{ 이므로}$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{(1,1)} = \frac{-2\cos\frac{\pi}{4} \sin\frac{\pi}{4}}{\sec^2\frac{\pi}{4}} = -\frac{1}{2}$$

21. [출제의도] 함수의 연속의 뜻을 알고 추론하기

ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)g(x) = f(1)g(1) = 0$ 이므로

$x = 1$ 에서 연속이다. (참)

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0} f(g(x)) = 0$ 이고 $f(g(0)) = -1$ 이므로

$x = 0$ 에서 연속이 아니다. (거짓)

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow -1} g(f(x)) = g(f(-1)) = 1$ 이므로

$x = -1$ 에서 연속이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ

22. [출제의도] 삼각방정식의 해 구하기

$\cos x = t$ ($-1 \leq t \leq 1$)라 하면

$$\cos 2x - 2\cos x = 2t^2 - 2t - 1$$

$2t^2 - 2t - 1 = k$ 가 실근을 갖도록 하는 k 의 값의

$$\text{범위는 } -\frac{3}{2} \leq k \leq 3 \text{이다.}$$

따라서 k 의 최댓값은 3

23. [출제의도] 접선의 방정식 구하기

곡선 $y = 2x^2 + 1$ 위의 점 $(-1, 3)$ 에서의

접선의 방정식은 $y = -4x - 1$ ㉠

직선 ㉠이 곡선 $y = 2x^3 - ax + 3$ 에 접하므로

접점의 x 좌표를 t 라 하면

점 $(t, 2t^3 - at + 3)$ 에서의 접선의 방정식은

$$y = (6t^2 - a)(x - t) + 2t^3 - at + 3$$

$$= (6t^2 - a)x - 4t^3 + 3 \dots \dots \textcircled{C}$$

㉠이 ㉡과 같으므로 $t = 1$

따라서 $a = 10$

24. [출제의도] 연속함수의 뜻 이해하기

$\lim_{x \rightarrow 2} (a\sqrt{x+2} + b) = 0$ 이므로 $2a + b = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{a\sqrt{x+2} - 2a}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{a}{\sqrt{x+2} + 2} = 2$$

따라서 $a = 8, b = -16$ 이므로 $2a - b = 32$

25. [출제의도] 삼각함수의 배각공식을 이해하여 문제 해결하기

$\angle CAD = \angle BAD = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)라 하면

$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2 \theta = \frac{5}{8} \text{이므로 } \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{CD}{AD} = \sin \theta = p\sqrt{3}$$

$$\text{따라서 } \frac{1}{p^2} = 16$$

26. [출제의도] 여러 가지 함수의 정적분 구하기

$$\int_0^1 (1 + 2e^{-x}) dx - \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$$

$$= [x - 2e^{-x}]_0^1 - \left\{ \left[-\frac{\ln x}{x}\right]_1^e - \int_1^e \left(-\frac{1}{x^2}\right) dx \right\}$$

$$= 2$$

27. [출제의도] 여러 가지 수열에 관한 문제해결하기

a_n 부터 a_{n+5} 까지의 항의 값을 3으로 나눈 나머지를

나열하면 1, 1, 2, 2, 0, 0이므로 S_n 부터 S_{n+5}

까지의 항의 값을 3으로 나눈 나머지를 나열하면

1, 2, 1, 0, 0, 0이다. (단 $n = 6k - 5, k$ 는 자연수)

따라서 $40 \times 3 = 120$

28. [출제의도] 도함수를 활용하여 실생활문제 해결하기

잘라낸 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하고

상자의 부피를 $V(x)$ 라 하면

$$V(x) = x(6-2x)(12-2x) \text{ (단, } 0 < x < 3)$$

$$V'(x) = 12(x^2 - 6x + 6) = 0 \text{이므로}$$

$x = 3 - \sqrt{3}$ 에서 최댓값을 갖는다.

$$\text{따라서 } M = 24\sqrt{3} \text{이므로 } \frac{\sqrt{3}}{3}M = 24$$

29. [출제의도] 상용로그의 지표와 기수의 성질을 이용하여 문제해결하기

i) $1 \leq n \leq 9$ 일 때, $[f(2)] \leq 3, [f(3)] > 3$

이므로 $n \geq 3$ 이면 $[f(n)] > 3$

$\therefore [f(n)] \leq 3$ 을 만족시키는 n 은 1, 2이므로

n 의 개수는 2이다.

ii) $10 \leq n \leq 99$ 일 때,

$$[f(25)] \leq 3, [f(26)] > 3 \text{이므로}$$

$n \geq 26$ 이면 $[f(n)] > 3$

$\therefore [f(n)] \leq 3$ 을 만족시키는

n 은 10, 11, 12, ..., 25이므로 n 의 개수는 16이다.

iii) $100 \leq n \leq 999$ 일 때,

$$[f(251)] = 3, [f(252)] = 4 \text{이므로}$$

$n \geq 252$ 이면 $[f(n)] > 3$

$\therefore [f(n)] \leq 3$ 을 만족시키는

n 은 100, 101, 102, ..., 251이므로

n 의 개수는 152이다.

따라서 i), ii), iii)에 의하여 $[f(n)] \leq 3$ 을

만족시키는 자연수 n 의 개수는 170이다.

30. [출제의도] 정적분을 활용하여 문제해결하기

i) $x < 1$ 일 때, $\int_0^x (-t+1) dt = x$ 이므로

$$- \frac{x^2}{2} + x = x \quad \therefore x = 0$$

ii) $x \geq 1$ 일 때,

$$\int_0^1 (-t+1) dt + \int_1^x (t-1) dt = x$$

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{x^2}{2} - x + \frac{1}{2}\right) = x$$

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$\therefore x = 2 + \sqrt{2} \text{ (} \because x \geq 1)$$

i), ii)에 의해 양수인 실근은 $x = 2 + \sqrt{2}$ 이므로

$m = 2, n = 1$ 이다.

따라서 $m^3 + n^3 = 9$

[나형]

7	③	2	②	3	⑤	4	④	5	②
6	⑤	7	③	8	⑤	9	④	10	④
11	①	12	③	13	②	14	①	15	①
16	④	17	①	18	②	19	④	20	③
21	③	22	2	23	6	24	32	25	7
26	15	27	120	28	23	29	170	30	40

1~2. '가'형과 같음

3. [출제의도] 역행렬의 뜻 이해하기

$$AB = \begin{pmatrix} a & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-4 & a \\ -5 & -1+3a \end{pmatrix}$$

행렬 AB 의 역행렬이 존재하지 않으므로
 $(a-4)(-1+3a)+5a=0$
 $3a^2-8a+4=0$

따라서 모든 상수 a 의 값의 합은 $\frac{8}{3}$

4. [출제의도] 등비수열의 뜻 이해하기

$a+b=4, a+b+c=13$ 에서
 $a(1+r)=4, a(1+r+r^2)=13$ 이므로
 $\frac{r^2+r+1}{r+1} = \frac{13}{4}, 4r^2-9r-9=0$
 $\therefore r=3$ 또는 $r=-\frac{3}{4}$
 따라서 모든 항이 양수이므로 $r=3$

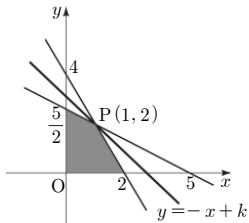
5. [출제의도] 행렬의 곱셈 이해하기

$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}, A^3 = -E$ (단, E 는 단위행렬)
 이므로 $A+A^2+A^3+A^4+A^5+A^6=O$
 $\therefore A+A^2+A^3+\dots+A^{2010}+A^{2011}=A$
 따라서 모든 성분의 합은 7

6~7. '가'형과 같음

8. [출제의도] 지수부등식 해결하기

$x \geq 0, y \geq 0 \dots \textcircled{1}$
 $2^y \leq 4^{2-x}$ 에서 $y \leq -2x+4 \dots \textcircled{2}$
 $\left(\frac{1}{4}\right)^y = \left(\frac{1}{2}\right)^{2y} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{5-x}$ 에서
 $2y \leq -x+5 \dots \textcircled{3}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 을 만족시키는 점 (x, y) 를 좌표평면 위에 나타내면 다음과 같다.



이때, $x+y=k$ 라 하면
 두 직선 $y=-2x+4, y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$ 의
 교점 $P(1, 2)$ 에서 $x+y$ 의 값이 최대이다.
 따라서 $x+y$ 의 최댓값은 3

9~11. '가'형과 같음

12. [출제의도] 로그의 성질을 알고 실생활 문제해결하기

$S_1 = 20 \log \frac{aV_0}{V_0} = 6.02,$
 $S_2 = 20 \log \frac{bV_0}{V_0} = 36.02$ 이므로
 $S_2 - S_1 = 20 \log \frac{b}{a} = 30 \therefore \log \frac{b}{a} = \frac{3}{2}$
 따라서 $\frac{b}{a} = 10^{\frac{3}{2}} = 10\sqrt{10}$

13. '가'형과 같음

14. [출제의도] 무한수열의 극한값 구하기

원점 O 에서 직선 $y=x+\frac{1}{n}$ 에 내린 수선의 발을 H_n 이라 하면

$$(\text{삼각형 } OP_nQ_n \text{의 높이}) = \overline{OH_n} = \frac{\sqrt{2}}{2n},$$

(삼각형 OP_nQ_n 의 밑변의 길이)

$$= 2 \times \overline{P_nH_n} = 2\sqrt{1 - \overline{OH_n}^2} = \frac{\sqrt{4n^2-2}}{n}$$

$$\therefore A_n = \frac{\sqrt{2n^2-1}}{2n^2}$$

$$\text{따라서 } \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot A_n = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

15. [출제의도] 지수방정식의 해 구하기

$2^x = t (t > 0)$ 라 하면
 $2^x - 6 + 2^{3-x} = t - 6 + \frac{8}{t} = 0$ 에서
 $t = 2$ 또는 $t = 4$ 이므로 $\alpha = 1, \beta = 2 (\because \alpha < \beta)$
 따라서 $\alpha + 2\beta = 5$

16~18. '가'형과 같음

19. [출제의도] 함수의 극한값 구하기

$\overline{OP} = \sqrt{t^2+2t}$ 이므로 $S(t) = (t^2+2t)\pi$
 원 C 위의 점 P 에서의 접선의 방정식이
 $tx + \sqrt{2t}y = t^2+2t$ 이므로 $Q(t+2, 0)$
 $\overline{OQ} = t+2, \overline{PQ} = \sqrt{2t+4}$ 이므로
 $\lim_{t \rightarrow +0} \frac{S(t)}{\overline{OQ} - \overline{PQ}} = \lim_{t \rightarrow +0} \frac{(t^2+2t)\pi}{(t+2) - \sqrt{2t+4}} = 4\pi$
 따라서 $\lim_{t \rightarrow +0} \frac{S(t)}{\overline{OQ} - \overline{PQ}} = 4\pi$

20. [출제의도] 무한급수의 뜻을 알고 추론하기

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$
 $= \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - 1) = \infty$
 $\therefore \sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 은 발산 (참)
 \therefore (반례) $a_n = \frac{1}{3^n}, b_n = 2$ (거짓)
 $\therefore a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{1}{n+1} a_n$ 이므로
 $a_2 = \frac{1}{2} a_1, a_3 = \frac{1}{3} a_2, \dots, a_n = \frac{1}{n} a_{n-1}$
 $\therefore a_n = \frac{1}{2 \times 3 \times 4 \times \dots \times n} a_1 = \frac{1}{n!}$ 이므로
 $\frac{a_{n+2}}{a_n} = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}$
 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{n+2}}{a_n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) = \frac{1}{2}$ (참)
 따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ

21. '가'형과 같음

22. [출제의도] 무한수열의 극한값 구하기

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{\sqrt{n^2+3n+2}-n}$
 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3(\sqrt{n^2+3n+2}+n)}{(\sqrt{n^2+3n+2}-n)(\sqrt{n^2+3n+2}+n)}$
 $= 2$

23. [출제의도] 로그함수의 그래프의 성질을 이해하기

$\overline{BC} = \log_a 4 - \log_b 4 = 2 \dots \textcircled{1}$
 점 A, B 의 y 좌표가 같으므로
 $\log_a 2 = \log_b 4 \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의하여

$\log_a 4 - \log_a 2 = \log_a 2 = 2$ 에서 $a = \sqrt{2}, b = 2$
 따라서 $a^2 + b^2 = 6$

24. '가'형과 같음

25. [출제의도] 함수의 극한에 관한 성질을 알고 추론하기

조건 (가)에 의해 $f(x) - 3x^3 = 2x^2 + ax + b$ 라 하면
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 + 2x^2 + ax + b}{x} = 2$ 이므로
 $a = 2, b = 0$
 따라서 $f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 2x$ 이므로 $f(1) = 7$

26. [출제의도] 역행렬의 뜻 이해하기

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 라 할 때,
 행렬 A 는 역행렬을 갖지 않으므로 $ad = bc$
 i) $a = b = c = d$ 인 경우 3가지
 ii) $ad = bc = 2$ 인 경우 4가지
 iii) $ad = bc = 3$ 인 경우 4가지
 iv) $ad = bc = 6$ 인 경우 4가지
 따라서 행렬 A 의 개수는 15

27. '가'형과 같음

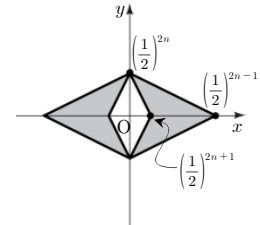
28. [출제의도] 로그방정식의 해 구하기

$\log_3 x \cdot \log_2 y = \frac{\log_2 x}{\log_2 3} \cdot \frac{\log_3 y}{\log_3 2} = 6$
 $\log_2 x = X, \log_3 y = Y$ 라 하면
 $\begin{cases} X+Y=5 \\ XY=6 \end{cases}$ 이므로
 $\begin{cases} X=2 \\ Y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} X=3 \\ Y=2 \end{cases}$
 $\therefore \begin{cases} x=4 \\ y=27 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=8 \\ y=9 \end{cases}$
 따라서 $\beta - \alpha$ 의 최댓값은 23

29. '가'형과 같음

30. [출제의도] 등비수열의 합 구하기

점 (x, y) 가 나타내는 영역은 두 대각선의 길이가
 각각 $2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2n-1}, 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2n}$ 인 마름모의 내부와
 두 대각선의 길이가 각각 $2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2n+1}, 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2n}$ 인
 마름모의 외부의 공통 부분(어두운 부분)이므로
 $a_n = 3 \times \left(\frac{1}{16}\right)^n$



$S_{10} = 3 \sum_{k=1}^{10} \left(\frac{1}{16}\right)^k = \frac{3}{5} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{16}\right)^{10} \right\}$
 따라서 $\log_2 \left(1 - 5S_{10} \right) = 40$