

제 2 교시

수리 영역 (나형)

성명		수험 번호					2			
----	--	-------	--	--	--	--	---	--	--	--

- 자신이 선택한 유형('가'형 / '나'형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\log_4 \sqrt{8} - \log_{\frac{1}{2}} 4$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{7}{4}$ ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$2A + 3X = A + 3B + X$ 를 만족시키는 행렬 X 는? [2점]

- ① $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 9 & -7 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}$
 ④ $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$

3. $\sqrt[3]{243} \times \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

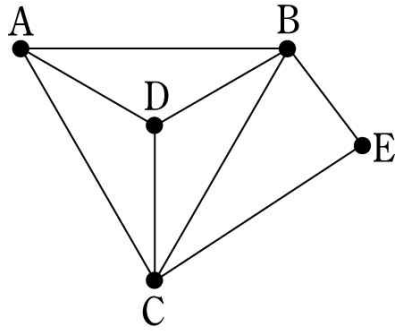
- ① $3^{\frac{1}{3}}$ ② $3^{\frac{2}{3}}$ ③ 3 ④ $3^{\frac{4}{3}}$ ⑤ $3^{\frac{5}{3}}$

4. 이차정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 를 이차함수

$y = x^2 - 2(i+j)x + 9$ 의 그래프와 x 축이 만나는 점의 개수로 정의할 때, 행렬 A 는? [3점]

- ① $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
 ④ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

5. 다음 그래프의 연결 상태를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은?
[3점]



- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

6. 두 이차정사각행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & x \\ 2y & -3 \end{pmatrix}$ 이
 $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ 을 만족시킬 때, $x+y$ 의 값은?
[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

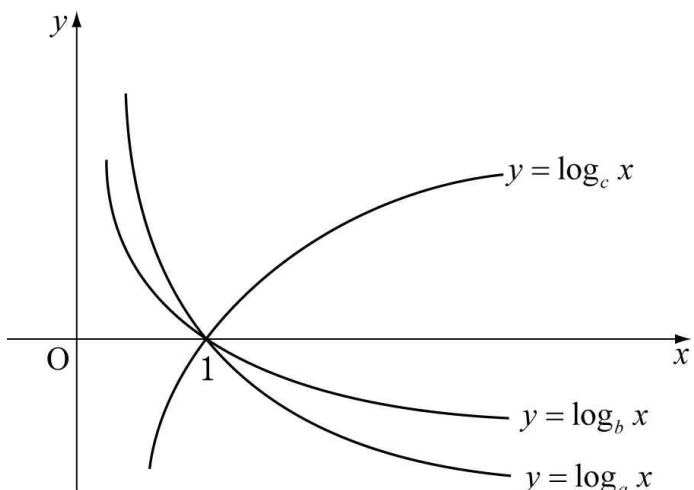
7. 양수 a 가 $2^a + 2^{-a} = 3$ 을 만족시킬 때, $\frac{8^a + 8^{-a}}{2^a + 2^{-a}}$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

8. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 일 때,
 $\log_2 \sin A - \log_2 \cos B - \log_2 \sin C$
의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

9. 그림은 세 양수 a, b, c 를 밑으로 하는 로그함수의 그래프이다.



$a^{x_1} = b^{x_2} = c^{x_3} > 1$ 일 때, x_1, x_2, x_3 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은? [4점]

- ① $x_1 > x_2 > x_3$ ② $x_2 > x_1 > x_3$ ③ $x_2 > x_3 > x_1$
- ④ $x_3 > x_1 > x_2$ ⑤ $x_3 > x_2 > x_1$

10. 다음은 꼭짓점이 A, B, C, D 인 그래프의 연결 상태를 행렬로 나타낸 것이다.

	A	B	C	D
A	0	□	□	0
B	1	0	1	1
C	1	1	0	□
D	0	□	0	0

꼭짓점 B에서 변을 두 번 거쳐 꼭짓점 B로 되돌아오는 방법의 수는? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

11. 어느 고등학교 A 와 B 에서는 체육활동으로 테니스와 배드민턴을 배우고 있다. 두 학교 A, B 의 1학년과 2학년의 학생 수는 <표1>과 같다. 두 학교 모두 <표2>와 같이 1학년 학생의 70%는 테니스를, 30%는 배드민턴을 배우고, 2학년 학생의 60%는 테니스를, 40%는 배드민턴을 배운다고 한다.

(단위 : 명)

	(단위 : 명)	
학교	A	B
학년		
1학년	300	200
2학년	250	150

< 표1 >

(단위 : %)

	(단위 : %)	
학년	1학년	2학년
활동		
테니스	70	60
배드민턴	30	40

< 표2 >

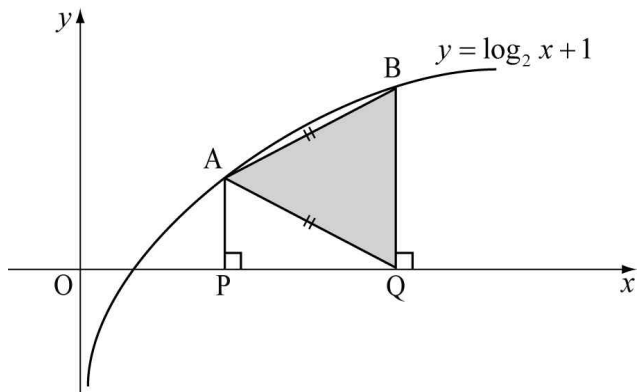
<표1>과 <표2>를 각각 행렬 $P = \begin{pmatrix} 300 & 200 \\ 250 & 150 \end{pmatrix}$,

$Q = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.6 \\ 0.3 & 0.4 \end{pmatrix}$ 로 나타낼 때, A 학교에서 배드민턴을 배우는

학생 수를 나타낸 것은? [3점]

- ① PQ의 (1, 2) 성분
- ② PQ의 (2, 1) 성분
- ③ QP의 (1, 2) 성분
- ④ QP의 (2, 1) 성분
- ⑤ QP의 (2, 2) 성분

12. 함수 $y = \log_2 x + 1$ 의 그래프 위의 서로 다른 두 점 A, B 에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 하자. 점 P 의 좌표가 $(\frac{3}{2}, 0)$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AQ}$ 일 때, $\triangle ABQ$ 의 넓이는? [4점]



- ① $2\log_2 3$ ② $\frac{5}{2}\log_2 3$ ③ $3\log_2 3$
- ④ $\frac{7}{2}\log_2 3$ ⑤ $4\log_2 3$

13. 자연수 A 에 대하여 A^{100} 이 234 자리의 수일 때, A^{20} 은 몇 자리의 수인가? [3점]

- ① 45 ② 47 ③ 49 ④ 51 ⑤ 53

14. 자연수 a, n 에 대하여 $a \uparrow n$ 을

$$a \uparrow n = \underbrace{a^{a^{a^{\dots^a}}}}_{a \text{가 } n \text{개}}$$

라고 정의하자. 예를 들어, $2 \uparrow 3 = 2^{2^2} = 16$ 이다. <보기>에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $\log 2 = 0.3010$) [4점]

<보 기>

ㄱ. $3 \uparrow 2 = 27$
 ㄴ. $a \uparrow (n+1) = a^{(a \uparrow n)}$
 ㄷ. $4 \uparrow 3$ 은 155 자리의 수이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 철수가 인터넷 중고 쇼핑물을 통해 카메라의 가격을 알아보았더니 카메라의 가격은 전월 대비 매월 일정한 비율로 하락하여 현재 가격이 5개월 전보다 20% 하락되었다는 사실을 알았다. 매월 이와 같은 비율로 카메라의 가격이 계속 하락한다고 할 때, 현재 100만 원인 카메라의 가격이 50만 원 이하가 되려면 최소한 몇 개월이 지나야 하는가? (단, $\log 2 = 0.3010$) [4점]

- ① 16개월 ② 17개월 ③ 18개월
- ④ 19개월 ⑤ 20개월

16. 다음은 $A \neq kE$ 인 모든 이차정사각행렬 A 에 대하여 행렬 X 가 $AX=XA$ 를 만족하면, 항상 $X=mA+nE$ 형태로 나타낼 수 있음을 증명한 것이다. (단, 행렬 A, X 의 모든 성분과 k, m, n 은 실수이다.)

<증명>
 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$ 라 두면 $AX=XA$ 이므로 $bz = \boxed{\text{(가)}}$, $(a-d)y = b(x-w), (a-d)z = c(x-w)$ 이다.
 (i) $a-d=0$ 인 경우
 $A \neq kE$ 에서 $b \neq 0$ 또는 $c \neq 0$ 이므로 $x=w$ 이다.
 ㉠ $b \neq 0$ 이면 $z = \frac{\boxed{\text{(가)}}}{b}$ 이므로
 $X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & x \end{pmatrix} = \boxed{\text{(나)}} A + \left(x - \frac{a}{b}y\right) E$
 ㉡ $c \neq 0$ 이면 $y = \frac{bz}{c}$ 이므로
 $X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & x \end{pmatrix} = \frac{z}{c} A + \left(x - \frac{a}{c}z\right) E$
 (ii) $a-d \neq 0$ 인 경우
 $y = \frac{b(x-w)}{a-d}, z = \frac{c(x-w)}{a-d}$ 이므로
 $X = \frac{x-w}{a-d} A + \boxed{\text{(다)}} E$ 이다.
 (i)과 (ii)에 의해 이차정사각행렬 X 는 $X=mA+nE$ 형태로 나타낼 수 있다.

위의 증명에서 (가), (나), (다) 에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	ax	$\frac{y}{b}$	$\frac{bz-cy}{a-d}$
②	ax	$\frac{a}{b}$	$\frac{dx-aw}{a-d}$
③	cy	$\frac{y}{b}$	$\frac{bz-cy}{a-d}$
④	cy	$\frac{a}{b}$	$\frac{aw-dx}{a-d}$
⑤	cy	$\frac{y}{b}$	$\frac{aw-dx}{a-d}$

17. 이차정사각행렬 A 와 단위행렬 E 에 대하여 $A+E$ 의 역행렬이 $2A-E$ 라 할 때, $2A+E$ 의 역행렬은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}A$ ② $\frac{1}{2}A$ ③ A ④ $\frac{3}{2}A$ ⑤ $2A$

18. 2 이상의 자연수 k 에 대하여

집합 $A_k = \{x \mid \log_k x \text{가 유리수}, 2 \leq x \leq 100 \text{인 자연수}\}$ 라 할 때, <보기>에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $n(A)$ 는 집합 A 의 원소의 개수이다.) [4점]

<보 기>
 ㄱ. $n(A_2) = 6$
 ㄴ. $n(A_3) + n(A_9) + n(A_{27}) + n(A_{81}) = 16$
 ㄷ. $A_m \cap A_n \neq \emptyset$ 이면 $A_m = A_n$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

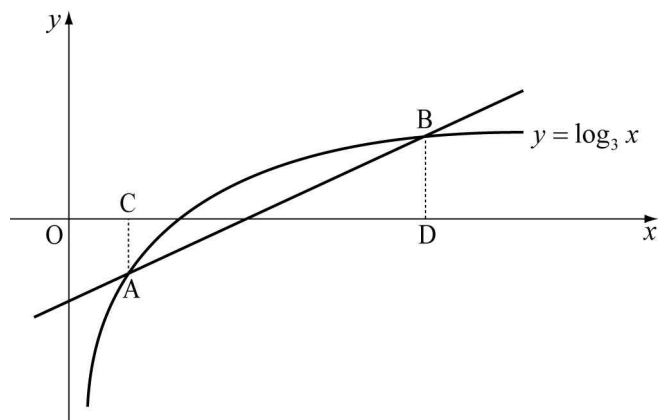
단답형(22~30)

22. 두 행렬 A, B 에 대하여 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $A+B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 일 때,
 A^2+AB 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

23. 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & a+1 \\ a-1 & a \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A^2+(A^{-1})^2$ 의 모든 성분의 합이 124 일 때, a^2 의 값을 구하시오. [3점]

24. x 에 대한 이차방정식 $x^2-4x-\log_2 a=0$ 이 $4 < x < 5$ 에서 한 개의 실근을 갖도록 하는 자연수 a 의 개수를 구하시오. [3점]

25. 그림과 같이 곡선 $y = \log_3 x$ 와 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인 직선이 두 점 A, B 에서 만나고 점 A, B 에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 하자. $\overline{OC} : \overline{OD} = 1:9$ 일 때, 선분 CD 의 길이를 구하시오. [3점]



26. x, y 에 관한 연립일차방정식 $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ 2x \end{pmatrix}$ 의 해 중에 방정식 $x - y + 5 = 0$ 을 만족시키는 해가 존재할 때, $9k$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2-x & y+1 \\ y+1 & x-2 \end{pmatrix}$ 가 있다. $A^2 = 25E$ 를 만족시키는 x, y 에 대하여 점 (x, y) 를 좌표평면 위에 나타낼 때 만들어지는 도형을 S 라 하자. 도형 S 위의 점에서 직선 $x-y+9=0$ 까지의 거리의 최솟값을 m , 최댓값을 M 이라 할 때, mM 의 값을 구하시오. [4점]

28. 이차정사각행렬 A 가 $A + A^{-1} = E$ 와 $A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + A^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 을 만족시킬 때, 행렬 A 의 모든 성분의 합을 구하시오. [4점]

29. $x \geq 3, y \geq 3$ 인 x, y 가 $(\log_3 x)^2 + (\log_3 y)^2 = 10$ 을 만족시킬 때, $\log_x y$ 가 최대가 되는 x, y 의 값을 각각 α, β 라 하자. $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 정수 부분이 세 자리인 두 실수 x, y 가 다음 두 조건을 만족한다.

- (가) $\log x + \log y$ 는 정수이다.
(나) $\log x - \log y = 0.4$

x 의 최고 자리의 숫자를 a, y 의 최고 자리의 숫자를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, $\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771$) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.