2011학년도 11월 고2 전국연합학력평가
정답 및 해설

• 2교시 수리 영역 •

[나 형]

1	④	**2**	①	**3**	③	**4**	④	**5**	②
6	②	**7**	③	**8**	⑤	**9**	⑤	**10**	⑤
11	②	**12**	③	**13**	④	**14**	①	**15**	②
16	③	**17**	②	**18**	①	**19**	⑤	**20**	③
21	①	**22**	21	**23**	14	**24**	125	**25**	10
26	829	**27**	2	**28**	100	**29**	20	**30**	19

1. '가'형과 같음

2. [출제의도] 행렬과 그 연산 이해하기

$A-(A-2B)=2B=\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$이므로

$B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

따라서 행렬 B의 모든 성분의 합은 0

3. '가'형과 같음

4. '가'형과 같음

5. [출제의도] 지수함수의 그래프 이해하기

함수 $y=a^x$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동시킨 후, x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 함수 $y=-a^{(x-1)}+2$의 그래프가 된다.

함수 $y=-a^{(x-1)}+2$의 그래프가 점 $(3,-3)$을 지나므로 $a=\sqrt{5}\,(\because a>0)$

6. [출제의도] 연립일차방정식과 행렬을 활용하여 문제 해결하기

문제의 조건을 만족시키는는

연립방정식$\begin{cases} 20x+10y=1000 \\ 50x+30y=2600 \end{cases}$을 행렬로 나타내면

$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 100 \\ 260 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 100 \\ 260 \end{pmatrix}$

$\therefore a=-1,\ b=-5$

따라서 $a-b=4$

7. '가'형과 같음

8. '가'형과 같음

9. [출제의도] 등비수열 이해하기

첫째항 a, 공비 r인 등비수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$a_n=ar^{n-1}$이다.

$ar=64,\ ar^2+ar^3=48$이므로 $64(r+r^2)=48$

$4r^2+4r-3=0$

$\therefore r=\dfrac{1}{2}\,(\because r>0),\ a=128$

따라서 $a_7=128\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^6=2$

10. [출제의도] 지수함수의 그래프를 이해하여 추론하기

ㄱ. $2^0<f(0)=2^k<2^1$ (참)

ㄴ. $\dfrac{f(1)}{f(-1)}=\dfrac{2^{1+k}}{2^{-1+k}}=4$ (참)

ㄷ. 함수 $y=2^{x+k}$의 그래프를 x축의 방향으로 $k-\log_2 3$만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동하여 함수 $y=3\cdot2^x+1$의 그래프를 얻을 수 있다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. [출제의도] 여러 가지 수열 이해하기

$S_n=\dfrac{1}{2}\times1\times\left(2^n-2^{-n}\right)$

$\displaystyle\sum_{n=1}^{10}S_n=\sum_{n=1}^{10}\left(2^{n-1}-2^{-n-1}\right)$

$=\dfrac{2^{10}-1}{2-1}-\dfrac{\frac{1}{4}\times\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right\}}{1-\frac{1}{2}}$

$=2^{10}-1-\dfrac{1}{2}+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{11}$

$=2^{10}+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{11}-\dfrac{3}{2}$

12. [출제의도] 수열의 귀납적 정의 이해하기

$a_{n+1}=2a_n-1$

$a_{n+1}-1=2(a_n-1)$

$a_n-1=(a_1-1)\times2^{n-1}$

$a_n=2^{n-1}+1$

$2^{n-1}+1=1025$

$2^{n-1}=1024=2^{10}$

따라서 $n=11$

13. '가'형과 같음

14. '가'형과 같음

15. '가'형과 같음

16. [출제의도] 계차수열을 이해하여 추론하기

ㄱ. $a_3=a_2+b_2=a_1+b_1+b_2$ (참)

ㄴ. 첫째항 a, 공비 r인 등비수열 $\{a_n\}$의 일반항

$a_n=ar^{n-1}$이므로

$b_n=a_{n+1}-a_n$
$=ar^n-ar^{n-1}$
$=a(r-1)r^{n-1}$

$\therefore$ 수열 $\{b_n\}$은 첫째항이 $a(r-1)$, 공비가 r인 등비수열이다. (참)

ㄷ. $a_{n+1}=a_n+b_n=a_n+a_n=2a_n$이므로

$\log a_{n+1}=\log 2a_n=\log a_n+\log 2$

$\therefore$ 수열 $\{\log a_n\}$은 공차가 $\log 2$인 등차수열이다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ

17. '가'형과 같음

18. '가'형과 같음

19. [출제의도] 등비수열을 활용하여 문제해결하기

첫째항 a_1, 공비 r인 등비수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$a_n=a_1r^{n-1}$이다.

$a_1=2a_{13}=2a_1r^{12}$

$\therefore r=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{12}}$

$a_1\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{12}(n-1)}<\dfrac{3}{5}a_1$

$\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\frac{1}{12}(n-1)}<\dfrac{3}{5}$

$-\dfrac{1}{12}(n-1)\log 2<\log 3-(1-\log 2)$

$n>\dfrac{12(1-\log 2-\log 3)}{\log 2}+1$

$\therefore n>9.8$

따라서 n의 최솟값은 10

20. [출제의도] 등차수열의 합 이해하기

$\mathrm{P}_{20}(1+2+4+\cdots+20,\ 1-(3+5+\cdots+19))$

$\mathrm{P}_{20}\left(1+\dfrac{10(2+20)}{2},\ 1-\dfrac{9(3+19)}{2}\right)$

따라서 $a+b=13$

21. '가'형과 같음

22. [출제의도] 등차중항 계산하기

b는 1과 13의 등차중항이므로

$2b=a+c=14$

$\therefore b=7$

따라서 $a+b+c=14+7=21$

23. [출제의도] 행렬과 그 연산 이해하기

$A\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}=A\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}=A^{-1}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$이므로 $A\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$라 하면

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$-a+2b=0,\ -c+2d=1,\ b=2,\ d=3$

$\therefore A=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$

따라서 행렬 A의 모든 성분의 합은 14

24. [출제의도] 로그방정식 이해하기

$\log_3(\log_5 8)+\log_3(\log_2 x)=\log_3 9$

$(\log_5 8)(\log_2 x)=9$

$\log_2 x=9\log_8 5=3\log_2 5$

따라서 $\alpha=5^3=125$

25. '가'형과 같음

26. [출제의도] 여러 가지 수열을 활용하여 문제해결하기

$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=830n$ …… ㉠

$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+(n-1)a_{n-1}=830(n-1)$ …… ㉡

㉠−㉡을 하면,

$na_n=830n-830(n-1)$
$=830\ (n\ge2)$

$a_1=830$

$\therefore a_n=\dfrac{830}{n}\ (n\ge1)$

$\displaystyle\sum_{k=1}^{829}\frac{a_k}{k+1}=\sum_{k=1}^{829}\frac{830}{k(k+1)}$

$=830\left\{\left(1-\dfrac{1}{2}\right)+\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}\right)+\cdots+\left(\dfrac{1}{829}-\dfrac{1}{830}\right)\right\}$

$=829$

27. '가'형과 같음

28. '가'형과 같음

29. '가'형과 같음

30. [출제의도] 로그함수의 그래프를 활용하여 문제해결하기

함수 $y=\log_2(x-1)$의 역함수 $g(x)=2^x+1$이다.

역함수 $y=g(x)$의 그래프가 점 $(2,b)$를 지나므로

$b=g(2)=2^2+1=5$

함수 $y=\log_2(x-1)$의 그래프가 점 $(c,5)$를 지나므로

$5=\log_2(c-1)$, $c-1=2^5$ $c=2^5+1=33$

역함수 $y=g(x)$의 그래프가 점 $(33,d)$를 지나므로

$d=g(33)=2^{33}+1$

따라서 $\log_{(b-1)}(c-1)(d-1) = \log_4(2^5 \cdot 2^{33})$

$= \log_4 4^{19}$

$= 19$