

제 2 교시

수리 영역 (나형)

성명		수험 번호					2			
----	--	-------	--	--	--	--	---	--	--	--

- 자신이 선택한 유형('가'형/'나'형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면, 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

3. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A - A^{-1}$ 은? [2점]

- ① $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ ④ $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

1. $(\sqrt{2})^6 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 16 ② 8 ③ 4 ④ 2 ⑤ 1

2. $5^{2\log_5 3}$ 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

4. $2^x = 3$, $3^y = 5$ 일 때, 2^{xy} 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

5. 이차정사각행렬 A 에 대하여 $A^2 = 2A - E$, $A \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 를

만족할 때, 행렬 $A^2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ 은? [3점]

- ① $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ ④ $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. 이차방정식 $x^2 - 5x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하자. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & \beta \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 AB 의 모든 성분의 합은? [3점]

- ① -4 ② -5 ③ -6 ④ -7 ⑤ -8

7. 세 수 $A = \sqrt[3]{\frac{1}{4}}$, $B = \sqrt[4]{\frac{1}{6}}$, $C = \sqrt[3]{\sqrt{\frac{1}{15}}}$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? [3점]

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
 ④ $B < C < A$ ⑤ $C < A < B$

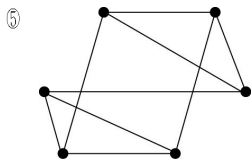
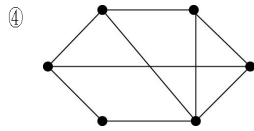
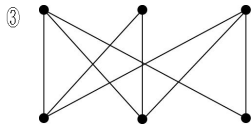
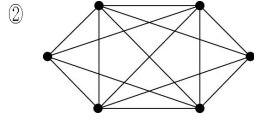
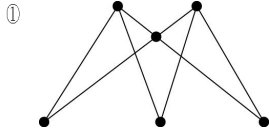
8. $x = \sqrt{\log_2 3}$, $y = \sqrt{\log_2 6}$ 일 때,

$(x^2 + 2xy + y^2)(x^2 - 2xy + y^2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\log_2 3$ ③ 2 ④ $\log_2 6$ ⑤ 3

9. 다음 행렬이 나타내는 그래프는? [3점]

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



10. 집합 $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \mid a, b \text{는 } 0 \text{이 아닌 실수} \right\}$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

- ㄱ. $A \in M, B \in M$ 이면 $AB = BA$ 이다.
- ㄴ. $A \in M$ 이고 행렬 C 에 대하여 $AC = O$ 이면 $C = O$ 이다.
- ㄷ. $A \in M$ 이고 $A^3 - A^2 - 2A = O$ 를 만족하는 행렬 A 의 개수는 2개이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 행렬 $A = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$ 일 때, $E + A^2 + A^4 + A^6 + \dots + A^{100}$ 을 간단히 하면? [3점]

- ① E ② A ③ O ④ $-A$ ⑤ $-2A$

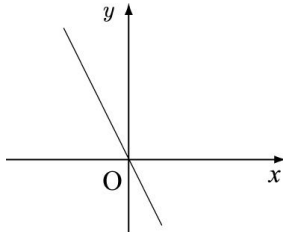
12. 과학전문 학술지에 ‘공룡의 속도 측정’이라는 논문이 발표됐다. 이 논문에서는 중력가속도를 g , 공룡이 달릴 때의 보폭을 s , 공룡의 다리 길이를 h 라 할 때, 공룡이 달리는 속도 v 가 다음과 같다고 주장했다.

$$v = 0.25g^{0.5}s^{1.67}h^{-1.17}$$

위의 식을 이용하여 보폭이 8이고 다리 길이가 4인 공룡의 달리는 속도 v 를 구할 때, $\log v^{1000}$ 의 값은? (단, 중력가속도 $g = 10$, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.) [3점]

- ① 601 ② 651 ③ 701 ④ 751 ⑤ 801

13. x, y 에 대한 연립일차방정식 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 점 (x, y) 가 나타내는 도형이 그림과 같을 때, 상수 k 의 값은? [4점]



- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 5

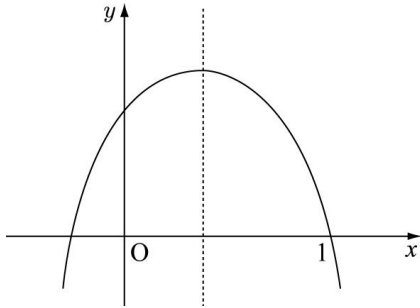
14. 다음은 두 이차정사각행렬 A 와 B 에 대하여 $AB+A=E$, $AB+BA=A+B$ 일 때, B^{-1} 을 구하는 과정이다.

$AB+A=E$ 에서 $A(B+E)=E$ 이므로 $(B+E)A=E$
 $\therefore AB-BA=\boxed{\text{(가)}} \dots\dots\dots \text{①}$
 ①에 의하여
 $AB+BA=A+B$
 $\Leftrightarrow \boxed{\text{(나)}}=A$
 $\Leftrightarrow \boxed{\text{(나)}}+AB=A+AB$
 $\Leftrightarrow \boxed{\text{(다)}}\times B=E$
 그러므로 $B^{-1}=\boxed{\text{(다)}}$

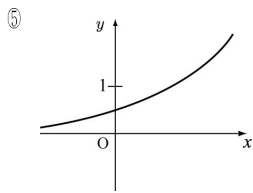
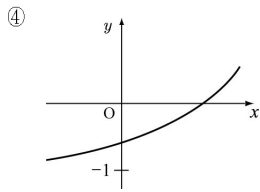
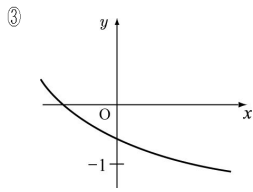
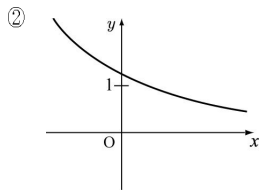
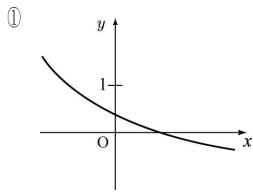
위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|-----|---------|----------|
| ① | O | $BA-B$ | $(2A-E)$ |
| ② | O | $2AB-B$ | $(3A-E)$ |
| ③ | O | $2AB-B$ | $(2A-E)$ |
| ④ | A | $2AB-B$ | $(3A-E)$ |
| ⑤ | A | $BA-B$ | $(2A-E)$ |

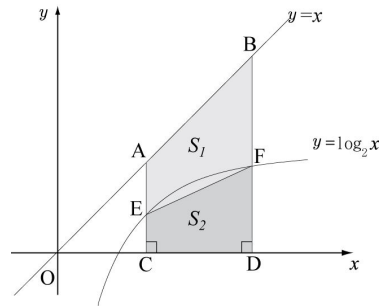
15. 이차함수 $y = ax^2 - bx + c$ 의 그래프가 그림과 같다.



이 때, 지수함수 $y = \left(\frac{b}{a}\right)^x + \left(\frac{c}{a}\right)$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은? [4점]



16. 그림과 같이 직선 $y = x$ 위의 두 점 $A(a, a)$, $B(b, b)$ 에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C , D 라 하고, 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프가 \overline{AC} , \overline{BD} 와 만나는 점을 각각 E , F 라 하자. $\square AEFB$ 의 넓이 S_1 과 $\square ECDF$ 의 넓이 S_2 의 비가 4:3이고 $a + b = 7$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, $a > 1$) [4점]



- ① 35 ② 33 ③ 31 ④ 29 ⑤ 27

17. 연립부등식

$$\begin{cases} (\sqrt{2})^y \leq 4 \\ 0 \leq \log_2 x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq 1 \end{cases}$$

이 나타내는 영역의 넓이는? [4점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

18. 함수 $f(x) = 2^{|x|}$ 일 때, x 에 대한 방정식 $f(f(x+2)) = 4$ 의 모든 실근의 합은? [4점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

19. 양의 실수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 하자. 집합 $S = \{(x, y) | f(x) + f(y) = 1\}$ 일 때, 양의 실수 a, b, c 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $(a, \frac{1}{a}) \in S$

ㄴ. $(a, \frac{1}{b}) \in S$ 이면 $(b, \frac{1}{a}) \in S$

ㄷ. $(a, \frac{1}{b}) \in S$ 이고 $(b, \frac{1}{c}) \in S$ 이면 $(a, \frac{1}{c}) \in S$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 전체 인구가 500만 명인 A시는 저탄소 녹색성장 정책에 힘입어 2010년 초 자동차 보유 인구가 전체 인구의 16%를 차지하였다. 이 도시에서는 2010년 초에 5개년 계획을 세워 자동차 보유 인구를 전년도에 비해 28%씩 증가시킨다고 한다. 계획대로 진행된다면 5년 후 자동차 보유 인구는 전체 인구의 약 몇 %인가? (단, 인구변동은 고려하지 않으며 $\log 1.28 = 0.108$, $\log 3.50 = 0.540$ 으로 계산한다.) [4점]

- ① 44 ② 48 ③ 52 ④ 56 ⑤ 60

21. 행렬 $\begin{pmatrix} |x|-2 & \sqrt{3}+y \\ \sqrt{3}-y & |x| \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않도록 하는 실수 x, y 에 대하여 점 $P(x, y)$ 를 좌표평면 위에 나타낼 때, $x^2 + y^2$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M+m$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

단답형(22~30)

22. 세 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $(A-B)C$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

23. $\log_2 9 \times \log_{\sqrt{3}} 16$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 그래프를 나타내는 행렬이 다음과 같다.

$$\begin{matrix} & A & B & C & D \\ A & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ B \\ C \\ D \end{matrix}$$

이 때, 이 그래프의 꼭짓점 A 를 출발하여 중간에 두 꼭짓점을 거쳐 꼭짓점 B 로 가는 방법의 수를 구하시오. (단, 한 번 지난 꼭짓점을 다시 지날 수 있다.) [3점]

25. $\log_2 \sin \theta + \log_2 \cos \theta = -4$ 일 때,

$\log_2(\sin \theta + \cos \theta) = \frac{1}{2}(\log_2 x - 4)$ 를 만족하는 x 의 값을 구하시오. [3점]

26. 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 와 행렬 B 의 (i, j) 성분 b_{ij} 가 각각 $a_{ij} = a_{ji}$, $b_{ij} = -b_{ji}$ 를 만족한다. $A+B = \begin{pmatrix} 8 & 15 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}$ 일 때, $a_{21} + a_{22}$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 정수부분이 k 자리인 양수의 상용로그의 지표와 가수가 각각 n, α 이다. 방정식 $x^3 - \frac{29}{4}x^2 + \frac{55}{4}x - p = 0$ 의 세 근이 k, n, α 일 때, $p+k$ 의 값을 구하시오. [3점]
28. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 (x \geq 0)$ 의 그래프가 두 점 $A(a, 2^b)$, $B(c, 4^d)$ 을 지나고 $b+2d=12$ 일 때, ac 의 값을 구하시오. [4점]
29. $x \geq 1, y \geq 1$ 일 때, $[\log_2 x] + [\log_2 y] = 1$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 점 (x, y) 가 존재하는 영역의 넓이를 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않는 최대의 정수이다.) [4점]
30. 이차함수 $y = x^2 + 1$ 위의 점 $A(a, b)$ 와 원 $(x+2)^2 + (y+2)^2 = r^2$ 의 내부의 점 $B(c, d)$ 에 대하여 행렬 $M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 라 정의하자.
 $y = x^2 + 1$ 위의 임의의 점 A 와 원 $(x+2)^2 + (y+2)^2 = r^2$ 의 내부의 임의의 점 B 에 대하여 행렬 M 의 역행렬이 항상 존재하도록 r 의 값을 정할 때, $50r^2$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.