2010학년도 6월 고2 전국연합학력평가 정답 및 해설

수리'나'형 정답

1	①	*2*	⑤	*3*	③	*4*	③	*5*	②
6	④	*7*	②	*8*	①	*9*	⑤	*10*	②
11	④	*12*	⑤	*13*	③	*14*	①	*15*	②
16	③	*17*	①	*18*	④	*19*	②	*20*	④
21	①	*22*	49	*23*	44	*24*	15	*25*	10
26	40	*27*	16	*28*	4	*29*	11	*30*	39

1. [출제의도] 집합의 연산 계산하기

각 집합을 원소나열법으로 나타내면 다음과 같다.

$U=\{1,2,3,\cdots,16\}$

$A=\{1,2,4,8,16\}$

$B=\{1,3,5,7,9,11,13,15\}$

$A-B^c=A\cap B=\{1\}$

따라서 $A-B^c$의 원소의 개수는 1 이다.

2. '가'형과 동일

3. [출제의도] 이차정사각행렬의 상등을 이용하여 계산하기

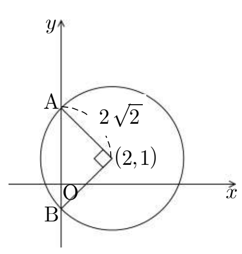
행렬의 상등에 의해서 $x+y=3$, $xy=2$ 이므로

$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=27-6\times 3=9$

4. '가'형과 동일

5. '가'형과 동일

6. [출제의도] 원의 방정식을 이해하여 현의 길이 구하기



그림에서 $\overline{AB}=4$ 이고 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{5-k}=2\sqrt{2}$ 이므로 $k=-3$ 이다.

따라서 $\overline{AB}+k=1$

7. '가'형과 동일

8. [출제의도] 행렬의 곱셈을 이용하여 행렬의 수학 외적 문제 해결하기

수요일의 번호가 1125 이므로

목요일의 번호는

$\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\2&5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1\\4&7\end{pmatrix}$ 이므로 1147이고,

금요일의 번호는

$\begin{pmatrix}1&0\\2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&1\\4&7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1\\6&9\end{pmatrix}$ 이므로 1169이고,

2행3열과 2행4열의 성분은 2씩 증가하므로 다음 주 월요일의 번호가 처음 설정한 번호와 일치한다.

9. [출제의도] 삼각함수의 법칙을 이용하여 원 문제 해결하기

코사인법칙에 의하여

$\overline{BC}^2=6^2+2^2-2\times 6\times 2\times\cos\frac{\pi}{3}=28$ 이므로 $\overline{BC}=2\sqrt{7}$

사인법칙에 의하여 $\frac{\overline{BC}}{\sin\angle A}=2R$ 에서

$R=\frac{2}{3}\sqrt{21}$. 원 O_1의 중심을 P 라 하면

$\overline{PA}=\overline{PC}=r_1$, $\angle A=\frac{\pi}{3}$

$\triangle PAC$ 는 정삼각형이므로 $r_1=2$ 이다.

$\overline{AB}=2r_1+2r_2=6$ 이므로 $r_2=1$ 이다.

$\therefore 3R^2+r_1^{\,2}+r_2^{\,2}=33$

10. [출제의도] 행렬의 곱셈의 성질 이해하기

$A+B=-E$, $AB=E$ 이므로, $A(-E-A)=E$,

$\therefore A^2+A+E=O$

같은 방법으로 $B^2+B+E=O$

한편, $A^3=A^2A=(-A-E)A=-A^2-A=E$

같은 방법으로 $B^3=E$

$(A+B)+(A^2+B^2)+\cdots+(A^{2011}+B^{2011})$

$=(A+A^2+A^3+\cdots+A^{2011})+(B+B^2+B^3+\cdots+B^{2011})$

$=A+B=-E$

11. '가'형과 동일

12. '가'형과 동일

13. [출제의도] 그래프의 성질을 이해하여 추론하기

ㄱ. 모든 변은 꼭짓점을 항상 2개씩 가진다. (참)

ㄴ. 각 팀을 꼭짓점으로, 시합을 변으로 생각하면 대진표는 그래프가 된다. 홀수 점의 수가 짝수 개이어야 하므로 7개 팀이 모두 홀수 번 시합하는 것은 불가능하다. (거짓)

ㄷ. 꼭짓점 주위의 변의 수와 연결 상태를 살펴보면 두 그래프는 같다. (참)

14. [출제의도] 절댓값이 포함된 일차부등식을 이용하여 이차부등식 문제 해결하기

$|2x+a|\le 3$ 에서 $-3\le 2x+a\le 3$

$\frac{-3-a}{2}\le x\le\frac{3-a}{2}$ 이므로

$x^2+x+b=0$ 의 두 근은 $\frac{-3-a}{2}$, $\frac{3-a}{2}$ 이다.

근과 계수와의 관계에 의해서

$a=1$, $b=-2$

$\therefore ab=-2$

15. '가'형과 동일

16. [출제의도] 행렬의 연산과 역행렬을 이해하여 추론하기

조건에서 곱셈에 대한 교환법칙 $AB=BA$ 가 성립하므로 $(A+B)(A-2B)=A^2-AB-2B^2$

조건 (가), (나)에 의해서

$A^2-AB-2B^2=E-2B^2=3E$

$\therefore (A+B)^{-1}=\frac{1}{3}A-\frac{2}{3}B$

$\therefore p+q=-\frac{1}{3}$

17. [출제의도] 복소수의 성질을 이용하여 이차방정식 문제 해결하기

α가 허근이므로 $\beta=\overline{\alpha}$ 이다.

$\frac{\alpha^2}{\beta}$ 이 실수이므로 $\frac{\alpha^2}{\beta}=\overline{\left(\frac{\alpha^2}{\beta}\right)}=\frac{\overline{\alpha^2}}{\overline{\beta}}=\frac{\beta^2}{\alpha}$ 에서

$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^3=1$ 이다.

18~22. '가'형과 동일

23. [출제의도] 선분의 내분점, 외분점 계산하기

$A(-1,1)$, $B(4,6)$ 일 때, 점 P의 좌표는 $(1,3)$ 이고, 점 Q의 좌표는 $(19,21)$ 이므로, $a+b+c+d=44$ 이다.

24. '가'형과 동일

25. [출제의도] 연립일차방정식의 해의 조건 이해하기

$\begin{pmatrix}k-a&0\\2k&b\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&-1\\2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}k-a&1\\2k-2&b-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$

$x=0$, $y=0$ 이외의 해를 가지려면

$(k-a)(b-1)-(2k-2)=0$

$(b-3)k-ab+a+2=0$

모든 실수 k에 대하여 성립하기 위해 $a=1$, $b=3$

$\therefore a^2+b^2=10$

26. [출제의도] 이차정사각행렬의 연산을 이해하기

$A+kB=\begin{pmatrix}2&2\\1&3\end{pmatrix}$, $A+B=E$ 을 연립하면

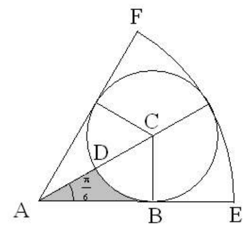
$(k-1)B=\begin{pmatrix}1&2\\1&2\end{pmatrix}$ 이다.

$(k-1)^2B^2=\begin{pmatrix}1&2\\1&2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2\\1&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&6\\3&6\end{pmatrix}=3\begin{pmatrix}1&2\\1&2\end{pmatrix}=3(k-1)B$

이고, $B^2=B$ 이므로 $(k-1)^2B=3(k-1)B$ 이다.

$B\ne O$, $k\ne 1$ 이므로 $k=4$ 이다. $\therefore 10k=40$

27. [출제의도] 삼각함수의 성질을 이해하여 도형의 넓이 구하기



부채꼴 AEF 의 내접원의 반지름을 r 라 하면

직각$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC}=2r$, $\overline{AB}=\sqrt{3}r$ 이고

$2r+r=3r=6$ 에서 $r=2$

(어두운 부분의 넓이)

$=$ ($\triangle ABC$ 의 넓이) $-$ (부채꼴 BCD 의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2-\frac{1}{2}\times 4\times\frac{\pi}{3}=2\sqrt{3}-\frac{2\pi}{3}$

따라서 구하는 어두운 부분의 넓이는

$12\left(2\sqrt{3}-\frac{2\pi}{3}\right)=24\sqrt{3}-8\pi$

$\therefore 24\sqrt{3}-8\pi=p\sqrt{3}+q\pi$ 에서 $p+q=24-8=16$

28. [출제의도] 행렬의 연산을 이해하여 규칙성 추론하기

$AB+A=O$ 에 대입하여 정리하면

$\begin{pmatrix}1&-a+b+1\\1&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a&-1\\1&b\end{pmatrix}$, $a=1$, $b=-1$ 이므로

$A=\begin{pmatrix}1&-1\\1&-1\end{pmatrix}$ 이고 $A^2=O$ 이다.

따라서 $A+A^2+\cdots+A^{2010}=A=\begin{pmatrix}1&-1\\1&-1\end{pmatrix}$ 이므로

$p=1$, $q=-1$, $r=1$, $s=-1$

따라서 $p^2+q^2+r^2+s^2=4$ 이다.

29. '가'형과 동일

30. '가'형과 동일