

5. 2000 보다 크고 7000 보다 작은 짝수 중에서 각 자리의 숫자가 모두 다른 수의 개수는? [3점]

- ① 1230 ② 1232 ③ 1234 ④ 1236 ⑤ 1238

6. y 축과 서로 다른 두 점 A, B에서 만나는 원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + k = 0$ 의 중심을 C라 하자. $\angle ACB = 90^\circ$ 일 때, $\overline{AB} + k$ 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

7. 이차정사각행렬 A, B 에 대하여, 옳은 내용만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [3점]

<보 기>

ㄱ. $AC = B$ 인 이차정사각행렬 C 가 항상 존재한다.
 ㄴ. $A + B = E$ 이면 $A^2 - B^2 = A - B$ 이다.
 ㄷ. $AB = E$ 이면 $A + B$ 의 역행렬이 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

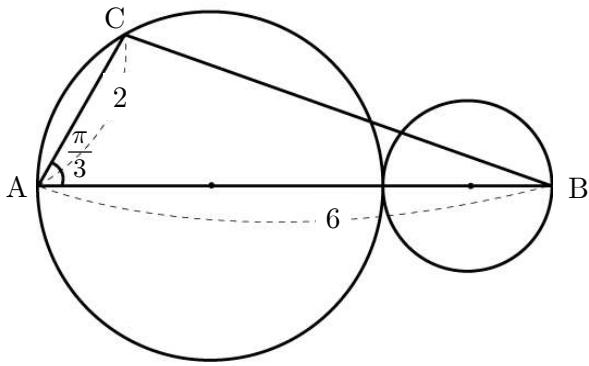
8. 어느 식품회사의 숙성창고 출입문은 다음 규칙에 따라 생성되는 번호 $\boxed{a}\boxed{b}\boxed{c}\boxed{d}$ 에 의해 작동된다.

(가) 출입문 번호 $\boxed{a}\boxed{b}\boxed{c}\boxed{d}$ 는 다음 날 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a' & b' \\ c' & d' \end{pmatrix}$ 에 의해 얻어지는 새로운 수 a', b', c', d' 의 각각의 일의 자리숫자로 구성된 $\boxed{p}\boxed{q}\boxed{r}\boxed{s}$ 로 자동으로 바뀐다.
 (나) 출입문 번호는 (가)에 따라 매일 한 번씩 바뀐다.
 (다) 처음 설정한 번호가 $\boxed{a}\boxed{b}\boxed{c}\boxed{d}$ 일 때, 바뀐 번호가 다시 $\boxed{a}\boxed{b}\boxed{c}\boxed{d}$ 가 되는 날 숙성창고 출입문이 처음으로 열린다.

예를 들어, 어느 날 번호가 $\boxed{3}\boxed{8}\boxed{2}\boxed{4}$ 이면 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 8 & 20 \end{pmatrix}$ 이므로 다음날 번호는 $\boxed{3}\boxed{8}\boxed{8}\boxed{0}$ 으로 자동으로 바뀐다. 수요일에 처음 설정한 번호가 $\boxed{1}\boxed{1}\boxed{2}\boxed{5}$ 일 때, 숙성창고 출입문이 처음으로 열리는 요일은? [3점]

- ① 월요일 ② 화요일 ③ 수요일
 ④ 목요일 ⑤ 금요일

9. 그림과 같이 $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=2$, $\angle A = \frac{\pi}{3}$ 인 $\triangle ABC$ 의 선분 AB 위에 중심이 있는 서로 외접하는 두 원을 각각 O_1, O_2 라 하자. 점 A, C는 원 O_1 위에, 점 B는 원 O_2 위에 있다. $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이를 R , 원 O_1 의 반지름의 길이를 r_1 , 원 O_2 의 반지름의 길이를 r_2 라 할 때, $3R^2+r_1^2+r_2^2$ 의 값은? [4점]



- ① 21 ② 24 ③ 27 ④ 30 ⑤ 33

10. 이차정사각행렬 A, B 가 $A+B = -E$, $AB = E$ 를 만족시킬 때, $(A+B) + (A^2+B^2) + \dots + (A^{2011}+B^{2011})$ 을 간단히 한 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [3점]

① $-2E$ ② $-E$ ③ E ④ $2E$ ⑤ $3E$

11. 좌표평면 위의 점들의 집합

$A = \{(x, y) \mid |x| + |y| \leq 2, x \text{와 } y \text{는 정수}\}$ 의 원소에 대하여 옳은 내용만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기>
- ㄱ. A 의 원소의 개수는 13이다.
 ㄴ. A 의 원소를 연결하여 만들 수 있는 직선의 개수는 28이다.
 ㄷ. A 의 원소를 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는 256이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

12. 함수 $f(x) = x|x| + px + q$ (단, p, q 는 실수)에 대하여 옳은 내용만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기>
- ㄱ. $f(-x) = -f(x)$ 는 $q=0$ 이기 위한 필요충분조건이다.
 ㄴ. $p=0$ 이면 방정식 $f(x)=0$ 의 실근은 1개이다.
 ㄷ. 방정식 $f(x)=0$ 의 실근은 많아야 3개이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

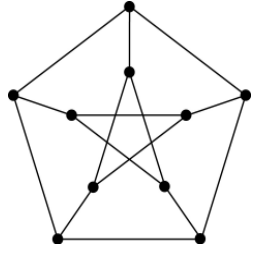
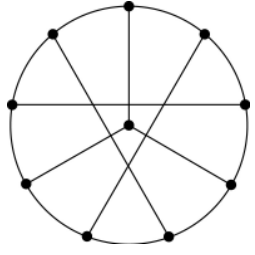
13. 그래프와 행렬에 대하여 옳은 설명만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 그래프를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합은 변의 개수의 2배이다.

ㄴ. 7개 팀이 출전하는 어떤 축구 경기에서 모든 팀이 홀수 번 경기하도록 대진표를 짤 수 있다.

ㄷ. 두 그래프

는 서로 같은 그래프이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. x 에 대한 두 부등식 $|2x+a| \leq 3$, $x^2+x+b \leq 0$ 의 해가 같도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, ab 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

15. 다음은 k 가 실수일 때, x 에 대한 이차방정식 $x^2-x-k=0$ 의 두 근 α, β 와 $x^2+kx-1=0$ 의 두 근 γ, δ 에 대하여 $(\alpha-\gamma)(\beta-\gamma)(\alpha-\delta)(\beta-\delta)$ 의 값을 구하는 과정이다.

$$\begin{aligned}
 & f(x) = x^2 + kx - 1 \text{ 이라 할 때, } f(x) = 0 \text{ 의 두 근이 } \gamma, \delta \text{ 이므로} \\
 & (\alpha - \gamma)(\beta - \gamma)(\alpha - \delta)(\beta - \delta) \\
 & = \boxed{\text{가}} \\
 & = \{(\boxed{\text{나}})\alpha + k - 1\} \{(\boxed{\text{나}})\beta + k - 1\} \\
 & = (\boxed{\text{나}})^2 \alpha\beta + (\boxed{\text{나}})(k-1)(\alpha + \beta) + (k-1)^2 \\
 & = \boxed{\text{다}} \\
 & \text{이다.}
 \end{aligned}$$

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

- | | <u>(가)</u> | <u>(나)</u> | <u>(다)</u> |
|---|----------------------|------------|-------------|
| ① | $f(\alpha)f(\beta)$ | $k+1$ | $k(k^2+3)$ |
| ② | $f(\alpha)f(\beta)$ | $k+1$ | $-k(k^2+3)$ |
| ③ | $f(\alpha)f(\beta)$ | $-k-1$ | $k(k^2+3)$ |
| ④ | $f(\gamma)f(\delta)$ | $-k-1$ | $-k(k^2+3)$ |
| ⑤ | $f(\gamma)f(\delta)$ | $-k-1$ | $k(k^2+3)$ |

16. 이차정사각행렬 A, B 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $A^2 - AB = E$ (나) $B^2 = -E$

$(A+B)^{-1} = pA+qB$ 일 때, 상수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값은?
(단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

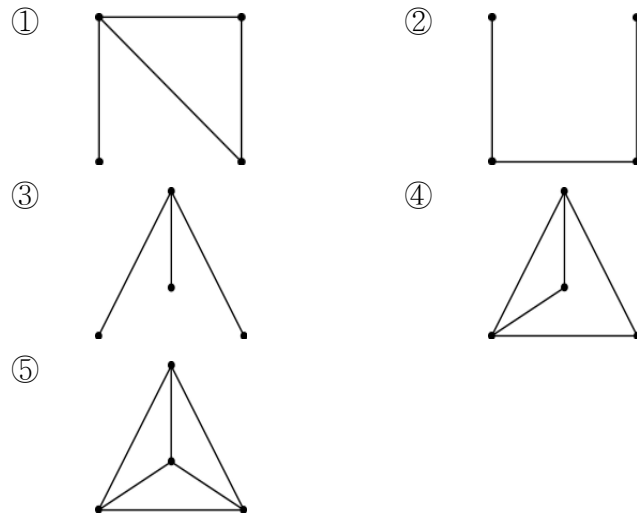
- ① -1 ② $-\frac{2}{3}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

17. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근을 α, β 라 하자. α 가 허수이고 $\frac{\alpha^2}{\beta}$ 이 실수일 때,

$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^3$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [3점]

- ① 1 ② -1 ③ i ④ $-i$ ⑤ $1+i$

18. 행렬 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 이 나타내는 그래프는? [3점]



19. x 에 대한 다항식 A 를 x^2+1 로 나눈 나머지를 $R(A)$ 라 할 때, 옳은 내용만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $R(x^{10}-x+1) = -x$

ㄴ. $R(x^9+x+1) = R(x^5+x+1)$

ㄷ. 자연수 k 에 대하여 $n=4k+3$ 이면 $R(x^n+x+1) = -1$ 이다.

- ① ㄷ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 두 함수 $y=4\sin 3x$, $y=3\cos 2x$ 의 그래프가 x 축과 만나는

점을 각각 $A(a, 0)$, $B(b, 0)$ (단, $0 < a < \frac{\pi}{2} < b < \pi$)라 하자.

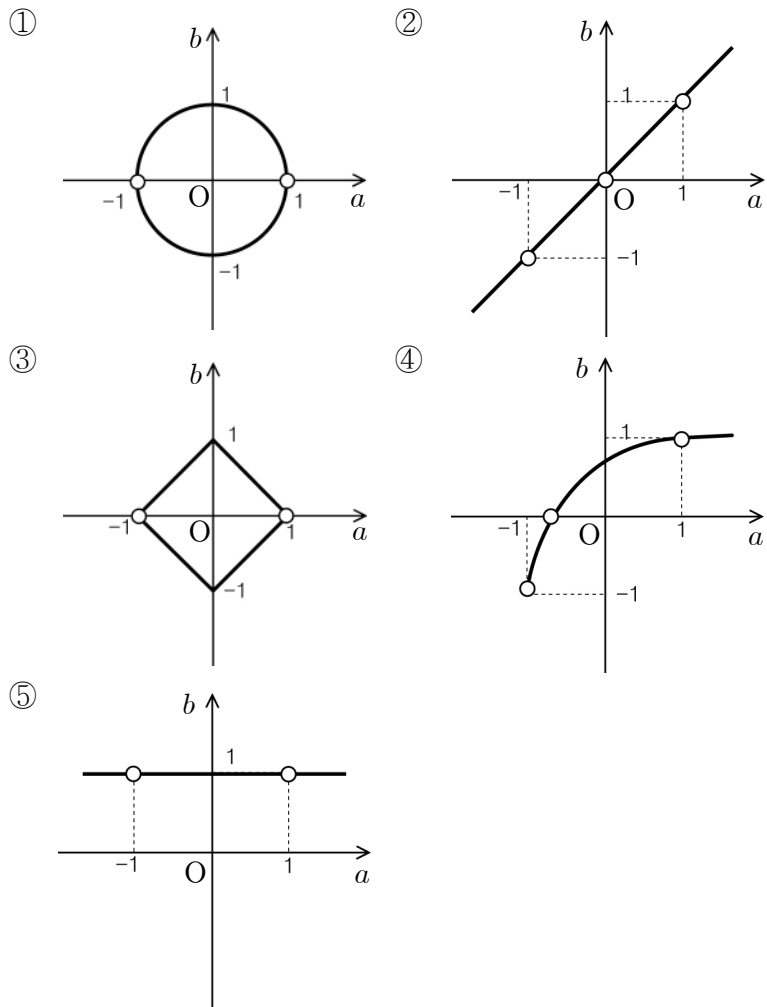
$y=4\sin 3x$ 의 그래프 위의 임의의 점 P 에 대하여 $\triangle ABP$ 의 넓이의 최댓값은? [3점]

- ① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{2\pi}{3}$ ④ $\frac{5\pi}{6}$ ⑤ π

21. 허수부분이 0 이 아닌 복소수 $a+bi$ 에 대하여

$a+bi = \frac{x+i}{x-i}$ 를 만족시키는 실수 x 가 존재할 때, 점 (a, b) 가

그리는 도형은? (단, a, b 는 실수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [4점]

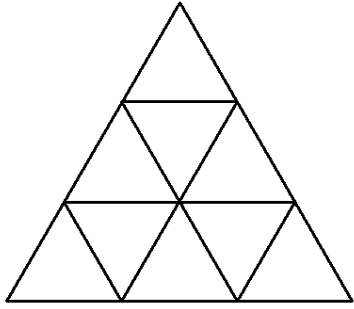


단답형(22~30)

22. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $A^2 + AB$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

23. 두 점 $A(-1, 1)$, $B(4, 6)$ 에 대하여, 선분 AB 를 2:3 으로 내분하는 점을 $P(a, b)$, 선분 AB 를 4:3 으로 외분하는 점을 $Q(c, d)$ 라 할 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형 9 개를 이어 붙여 만든 도형이 있다. 이 도형의 선들로 이루어지는 평행사변형의 개수를 구하시오. [3점]



25. 모든 실수 k 에 대하여 x, y 에 대한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} k-a & 0 \\ 2k & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{가 } x=0, y=0 \text{ 이외의 해를 가질 때,}$$

a^2+b^2 의 값을 구하시오. [3점]

26. 이차정사각행렬 A, B 와 실수 k 에 대하여

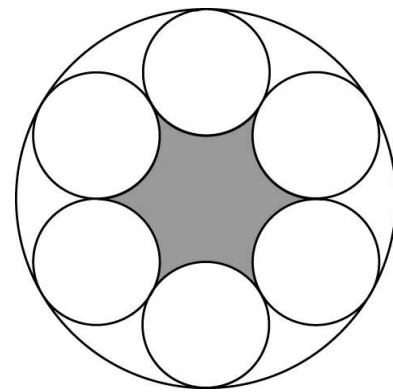
$$A+kB = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, A+B=E, B^2=B$$

가 성립할 때, $10k$ 의 값을 구하시오. (단, E 는 단위행렬이다.)

[4점]

27. 그림과 같이 반지름의 길이가 6 인 원에 내접하는 크기가 같은 6 개의 원이 서로 외접하고 있다. 어두운 부분의 넓이가 $S = p\sqrt{3} + q\pi$ (단, p, q 는 정수)일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

[4점]



28. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & -1 \\ 1 & b \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여

$$AB + A = O \text{를 만족시킬 때, } A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2010} = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$$

이다. $p^2 + q^2 + r^2 + s^2$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 영행렬이다.)

[4점]

29. 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ 0 \leq x \leq 1 \text{ 일 때, } f(x) = \frac{2x}{x+1}$$

$$(나) \ f(x) = f(-x)$$

$$(다) \ f(x) = f(x+2)$$

함수 $g(x) = \frac{1}{6}|x|$ 에 대하여 방정식 $f(x) - g(x) = 0$ 의 실근의 개수를 구하시오. [4점]

30. 자연수 a, b 는 7로 나누면 나머지가 각각 5, 6이다.

x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 9이하의 자연수가 되도록 하는 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.