

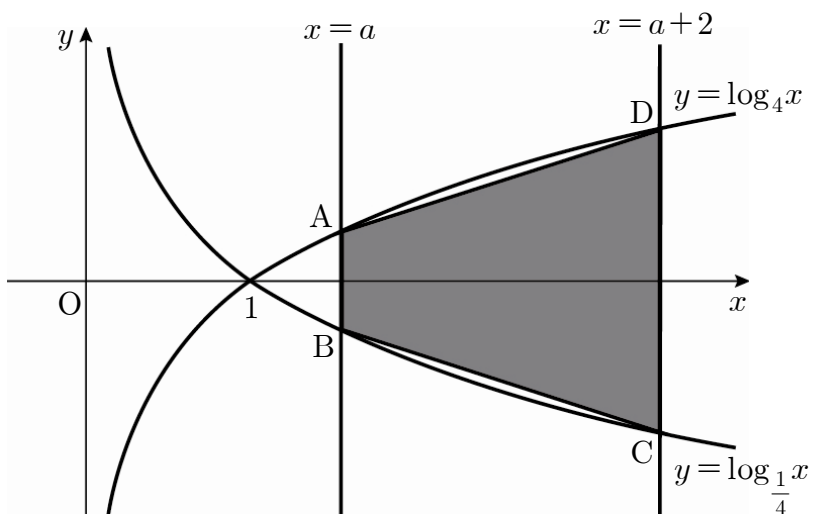
6. 연립일차방정식 $\begin{pmatrix} 2^a - 1 & 2 \\ 3 & 2^a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 실수 a 의 값은? [3점]

- ① $\log_2 3$ ② 2 ③ $\log_2 5$
- ④ $\log_2 6$ ⑤ $\log_2 7$

7. 그림과 같이 두 곡선 $y = \log_4 x, y = \log_{\frac{1}{4}} x$ 와 두 직선

$x = a, x = a + 2$ 가 만나는 점을 각각 A, B, C, D라 하자.
사각형 ABCD의 넓이가 3일 때, 상수 a 의 값은? (단, $a > 1$)

[3점]



- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2
- ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

8. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 등식

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+2) \cdot k!} = \frac{1}{2} - \frac{1}{(n+2)!}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(i) $n = 1$ 일 때, (좌변) = $\boxed{\text{(가)}}$, (우변) = $\boxed{\text{(가)}}$ 이므로
주어진 등식은 성립한다.

(ii) $n = m$ 일 때, 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m \frac{1}{(k+2) \cdot k!} = \frac{1}{2} - \frac{1}{(m+2)!}$$

이다.

$n = m + 1$ 일 때,

$$\sum_{k=1}^{m+1} \frac{1}{(k+2) \cdot k!} = \sum_{k=1}^m \frac{1}{(k+2) \cdot k!} + \boxed{\text{(나)}}$$

$$= \frac{1}{2} - \boxed{\text{(다)}}$$

그러므로 $n = m + 1$ 일 때도 주어진 등식이 성립한다.

따라서 모든 자연수 n 에 대하여 주어진 등식이 성립한다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

	(가)	(나)	(다)
①	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{(m+2) \cdot m!}$	$\frac{1}{(m+2)!}$
②	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{(m+3) \cdot (m+1)!}$	$\frac{1}{(m+3)!}$
③	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{(m+2) \cdot m!}$	$\frac{1}{(m+2)!}$
④	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{(m+3) \cdot (m+1)!}$	$\frac{1}{(m+3)!}$
⑤	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{(m+3) \cdot (m+1)!}$	$\frac{1}{(m+2)!}$

9. 다음은 5 개의 꼭짓점이 A, B, C, D, E인 그래프를 행렬로 나타낸 것이다.

	A	B	C	D	E
A	0	1	1	1	0
B	1	0	1	0	0
C	1	1	0	1	1
D	1	0	1	0	1
E	0	0	1	1	0

이 그래프에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

< 보기 >

- ㄱ. 변의 개수는 7이다.
- ㄴ. 꼭짓점 C에 연결된 변의 개수는 3이다.
- ㄷ. 꼭짓점 A에서 꼭짓점 C로 가는 두 개의 변으로 구성된 경로의 수는 2이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 이차정사각행렬 A, B에 대하여 $A^2B + A^2 + B = O$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이고 O는 영행렬이다.) [3점]

< 보기 >

- ㄱ. $A^2 + E$ 의 역행렬이 존재한다.
- ㄴ. $A^2B = BA^2$
- ㄷ. $A^2B^2 = B^2A^2$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x)$ 이다.

(나) $f(x) = \begin{cases} 4^{-x+1} - 1 & (0 \leq x < 1) \\ 4^{x-1} - 1 & (1 \leq x < 2) \end{cases}$

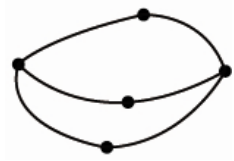
함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 함수 $y = \log_2 x + 1$ 의 그래프와 만나는 점의 개수는? [4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
- ④ 7 ⑤ 8

12. 연립부등식 $\begin{cases} \log_3(x-2) \leq 2 \\ \log_3 x + \log_3(x-6) \geq 3 \end{cases}$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 합은? [4점]

- ① 30 ② 31 ③ 32
- ④ 33 ⑤ 34

13. 꼭짓점과 변의 연결 상태가 변하지 않도록 하면서 꼭짓점의 위치를 바꾸거나 변의 모양 또는 길이를 변형하여 같은 도형으로 만들 수 있는 두 그래프는 서로 같다고 한다.
아래에 주어진 그래프와 서로 같은 그래프만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]



< 보기 >

ㄱ.

ㄴ.

ㄷ.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 기체의 압력이 P_0 일 때 온도가 T_0 이고 압력이 P 일 때 온도가 T 이면 온도와 압력의 관계는

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{P}{P_0}\right)^{1-\frac{1}{\gamma}}$$

이다. (단, γ 는 비열비이고, 압력의 단위는 atm, 온도의 단위는 K이다.)
 표는 어떤 기체의 압력에 따른 온도를 나타낸 것이다.

압력(atm)	온도(K)
$P_0 = 81$	$T_0 = 900$
$P = 3$	$T = 300$

이때, 이 기체의 비열비 γ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{6}{5}$ ② $\frac{13}{10}$ ③ $\frac{7}{5}$
 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{8}{5}$

15. 방정식 $|\log_2 x - 1| = |\log_2 x - 2|$ 의 해는? [4점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② 4 ③ 8
 ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $8\sqrt{2}$

16. $\log x$ 의 지표가 2이고 $\log x$ 와 $\log \sqrt[3]{x^2}$ 의 가수의 합이 1일 때, $\log x^5$ 의 값은? [4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11
 ④ 12 ⑤ 13

17. 다음은 이차방정식 $5x^2+5x+1=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, 행렬 $A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta-\alpha \\ \alpha & \alpha^2+\alpha\beta \end{pmatrix}$ 에 대하여 A^n (n 은 자연수)을 구하는 과정이다.

$5x^2+5x+1=0$ 의 두 근 α, β 에 대하여
 $\alpha+\beta=-1, \alpha\beta=\frac{1}{5}$ 이므로
 행렬 $A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta-\alpha \\ \alpha & \boxed{\text{(가)}} \end{pmatrix}$ 이다.
 $A^2 = \begin{pmatrix} \alpha & \beta-\alpha \\ \alpha & \boxed{\text{(가)}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha & \beta-\alpha \\ \alpha & \boxed{\text{(가)}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha\beta & 0 \\ 0 & \boxed{\text{(나)}} \end{pmatrix}$
 이므로 자연수 n 에 대하여
 n 이 홀수일 때, $A^n = \boxed{\text{(다)}}$ 이고
 n 이 짝수일 때, $A^n = \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{n}{2}} E$ 이다. (단, E 는 단위행렬이다.)

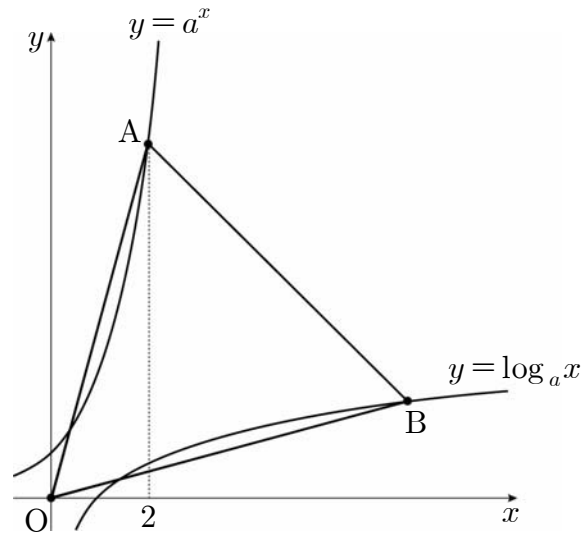
위 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|-----------|------------------|--|
| ① | α | $\alpha^2-\beta$ | $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{n-1}{2}} A$ |
| ② | α | $\alpha^2-\beta$ | $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{n}{2}} A$ |
| ③ | $-\alpha$ | $\alpha^2-\beta$ | $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{n-1}{2}} A$ |
| ④ | $-\alpha$ | $\alpha\beta$ | $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{n}{2}} A$ |
| ⑤ | $-\alpha$ | $\alpha\beta$ | $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{n-1}{2}} A$ |

18. 다섯 개의 양수 $a, x, b, 2x, c$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $\frac{c}{a}$ 의 값은? [3점]

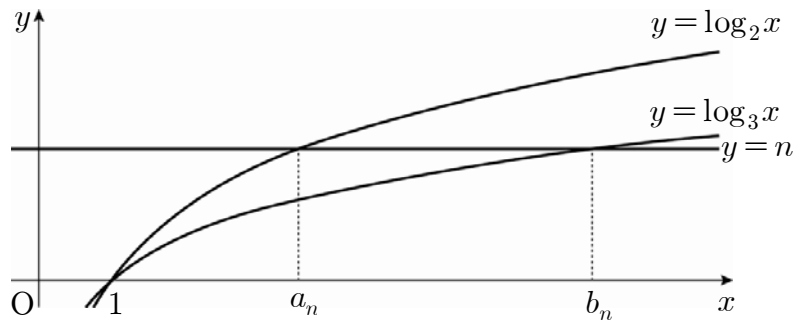
- | | | |
|-----------------|-----------------|-----|
| ① 3 | ② $\frac{7}{2}$ | ③ 4 |
| ④ $\frac{9}{2}$ | ⑤ 5 | |

19. 그림과 같이 1보다 큰 양수 a 에 대하여 지수함수 $y=a^x$ 의 그래프 위의 점 A와 로그함수 $y=\log_a x$ 의 그래프 위의 점 B가 제1사분면 위에 있다. 점 A의 x 좌표가 2일 때, $\triangle OAB$ 가 정삼각형이 되도록 하는 a 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- | | | |
|-----------------|-----------------|----------------|
| ① $2\sqrt{2}-1$ | ② $2\sqrt{3}-1$ | ③ $\sqrt{3}+1$ |
| ④ $2\sqrt{2}$ | ⑤ $2\sqrt{3}$ | |

20. 자연수 n 에 대하여 직선 $y = n$ 이 두 로그함수 $y = \log_2 x$, $y = \log_3 x$ 의 그래프와 만나는 점의 x 좌표를 각각 a_n, b_n 이라 하자. $a_n \leq p \leq b_n$ 을 만족시키는 자연수 p 의 개수를 c_n 이라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} c_k$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{2}(3^{10} - 2^{11} + 21)$
- ② $\frac{1}{2}(3^{11} - 2^{12} + 21)$
- ③ $\frac{1}{2}(3^{11} - 2^{11} + 21)$
- ④ $\frac{1}{2}(3^{11} + 2^{11} - 21)$
- ⑤ $\frac{1}{2}(3^{11} + 2^{12} - 21)$

21. 지수방정식 $2^{2x} - (a+6)2^x - 2a(a-6) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 양수가 되도록 하는 정수 a 의 개수는? [4점]

- ① 1
- ② 3
- ③ 5
- ④ 7
- ⑤ 9

단답형

22. 공차가 6인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 세 항 a_2, a_4, a_8 이 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, a_{11} 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{(2k+1)(2k+3)} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

24. 두 양수 a, b 에 대하여 $\log_2 ab = 4$, $\log_2 \frac{a}{b} = 2$ 일 때,
 $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 로그함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼,
 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 후, 직선 $y = x$ 에 대하여
 대칭이동한 그래프가 점 $(5, k)$ 를 지날 때, 상수 k 의 값을 구하시오.
 [4점]

26. 문항에 따라 배점이 3점 또는 4점인 어느 과목 시험에서 값이
 맞힌 문항의 개수는 19이고, 점수는 72이었다. 값이 맞힌 3점
 문항의 개수를 x , 4점 문항의 개수를 y 라 할 때,

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & -1 \\ -3 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 19 \\ 72 \end{pmatrix}$$

가 성립한다.

이때, 상수 a, b 에 대하여 $10a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 그림과 같이 (6×6) 개의 칸에 $1, 3, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5$ 을 적어 넣었다.
 모든 칸에 적힌 수들의 합을 S 라 할 때, $\log_3 \frac{S-1}{5}$ 의 값을 구하시오.
 [4점]

1	3	3^2	3^3	3^4	3^5
3	3	3^2	3^3	3^4	3^5
3^2	3^2	3^2	3^3	3^4	3^5
3^3	3^3	3^3	3^3	3^4	3^5
3^4	3^4	3^4	3^4	3^4	3^5
3^5	3^5	3^5	3^5	3^5	3^5

28. x 에 대한 부등식 $\left(\frac{1}{4}\right)^{x^2} > 2^{-ax}$ 을 만족시키는 정수의 개수가 5일 때, 양수 a 의 최댓값을 구하시오. [4점]

29. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = p, a_2 = q, a_{n+2} = a_{n+1} - a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

을 만족시킬 때, $a_{39} = 201$ 이고 $\sum_{k=1}^{100} a_k = \sum_{k=1}^{200} a_k$ 이다.

이때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 상수이다.) [4점]

30. 두 자리의 자연수 a, b 에 대하여 $\log 2a$ 와 $\log 3b$ 의 지표가 다르고, 가수는 같을 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.