

제 2 교시

수리 영역(나형)

1. $\log_4 2 + \log_4 8$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

2. $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ 에 대하여 $AX=B$ 를 만족시키는 행렬 X 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 4^n + 3}{4^{n+1} + 2^n}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

4. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 a_6 = 0$, $a_2 a_5 = 36$ 일 때, $a_3 a_4$ 의 값은? [3점]

- ① 46 ② 48 ③ 50 ④ 52 ⑤ 54

5. 이차정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} ($i=1, 2, j=1, 2$)를 직선 $y = x + (i+j)$ 와 원 $x^2 + y^2 = 8$ 이 만나는 점의 개수로 정의할 때, 행렬 A 는? [3점]

- ① $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
 ④ $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

6. 수렴하는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6+2a_n}{3a_n-1} = \frac{3}{2}$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 세 사건 A, B, C 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}, P(C) = \frac{1}{12}$

(나) 두 사건 A, B 는 서로 독립이다.

(다) 사건 $A \cup B$ 와 사건 C 는 서로 배반이다.

이때, 확률 $P(A \cup B \cup C)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

8. n 이 2 이상의 자연수일 때, n 의 n 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 하자. $\sum_{n=2}^m f(n) = 33$ 을 만족시키는 자연수 m 의 값은? [3점]

- ① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

9. 표는 $k=0, 1, 2, 3, 4$ 일 때, $p_k = {}_{30}C_k \left(\frac{1}{6}\right)^k \left(\frac{5}{6}\right)^{30-k}$ 의 값을 소수점 아래 셋째자리까지 나타낸 것이다.

k	0	1	2	3	4
p_k	0.004	0.025	0.073	0.137	0.185

주사위를 30번 던져 1의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 할 때, 위의 표를 이용하여 $\sum_{r=3}^{30} r P(X=r)$ 의 값을 구한 것은?

[4점]

- ① 4.765 ② 4.829 ③ 4.902
④ 4.946 ⑤ 4.971

10. 세 자연수 a, b, c 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a \log_{500} 2 + b \log_{500} 5 = c$

(나) a, b, c 의 최대공약수는 2이다.

이때, $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 30

수리 영역(나형)

3

11. 지호는 여행 비용을 마련하기 위하여 다음 조건으로 저축을 시작하였다.

- (가) 2009년 1월부터 2010년 12월까지 매달 초에 입금한다.
- (나) 첫째 달은 10만원을, 두 번째 달부터는 바로 전 달보다 0.8% 증가한 금액을 입금한다.
- (다) 매번 입금한 금액에 대하여 입금한 날로부터 24개월까지는 월이율 1.1%의 복리로 매달 계산하고, 그 이후에는 월이율 0.8%의 복리로 매달 계산한다.

이와 같은 조건으로 저축하였을 때, 2012년 12월 말의 원리합계는? (단, $1.008^{24} = 1.2$, $1.011^{24} = 1.3$ 으로 계산한다.) [4점]

- ① 368만 4천 원 ② 370만 4천 원 ③ 372만 4천 원
- ④ 374만 4천 원 ⑤ 376만 4천 원

12. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 가수를 $f(x)$ 라 하자. a, b 가 두 자리 자연수일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

- < 보 기 >
- ㄱ. $f(ab) = f(b)$ 이면 $f(a) = 0$ 이다.
 - ㄴ. $f(a^2) = f(a)$ 를 만족시키는 a 는 1개이다.
 - ㄷ. $f(ab) = 0$ 을 만족시키는 순서쌍 (a, b) 는 4개이다.

- ① ㄴ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 다음은 등식

$$\sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2)(k+3) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}{5}$$

가 성립함을 증명한 것이다.

[증명]

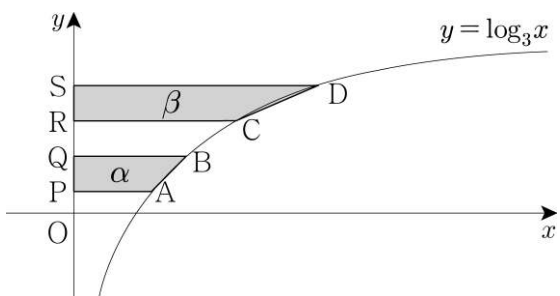
$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2)(k+3) \\ &= \sum_{k=1}^n \boxed{\text{(가)}} \\ &= 4! \left\{ \frac{4!}{4!0!} + \frac{5!}{4!1!} + \dots + \frac{(n+3)!}{4!(n-1)!} \right\} \\ &= 4! \cdot \sum_{k=1}^n \boxed{\text{(나)}} \\ &= 4! \cdot \boxed{\text{(다)}} \\ &= \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}{5} \end{aligned}$$

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

- | (가) | (나) | (다) |
|---------------------------|----------|----------|
| ① $\frac{(k+2)!}{(k-1)!}$ | $k+2C_3$ | $n+3C_4$ |
| ② $\frac{(k+2)!}{(k-1)!}$ | $k+2C_3$ | $n+4C_5$ |
| ③ $\frac{(k+3)!}{(k-1)!}$ | $k+2C_3$ | $n+3C_4$ |
| ④ $\frac{(k+3)!}{(k-1)!}$ | $k+3C_4$ | $n+3C_4$ |
| ⑤ $\frac{(k+3)!}{(k-1)!}$ | $k+3C_4$ | $n+4C_5$ |

수리 영역(나형)

14. 그림과 같이 함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프 위의 서로 다른 네 점 A, B, C, D에서 y축에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R, S라 하자. 두 사각형 ABQP, CDSR의 넓이를 각각 α , β 라 하고, 네 점 P, Q, R, S의 y좌표를 각각 p , q , r , s 라 하자. p, q, r, s 가 이 순서대로 등차수열을 이루고, $\beta = 3\alpha$ 일 때, $s-p$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ 2
- ⑤ $\frac{5}{2}$

15. 이차정사각행렬 M 에 대하여 $d(M)$ 을

$M^n = E$ 인 자연수 n 이 존재하면 n 의 최솟값,

$M^n = E$ 인 자연수 n 이 존재하지 않으면 0

이라 하자. 예를 들어 $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 이면 $P^2 = E$ 이므로 $d(P) = 2$,

$Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 이면 $Q^n = E$ 인 자연수 n 이 존재하지 않으므로 $d(Q) = 0$ 이다.

이때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, A, B 는 이차정사각행렬이고, E 는 단위행렬이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 이면 $d(A) = 3$ 이다.

ㄴ. A 의 역행렬이 존재하면 $d(A) \neq 0$ 이다.

ㄷ. $AB = BA$ 이고 $d(A) = 2, d(B) = 3$ 이면 $d(AB) = 6$ 이다.

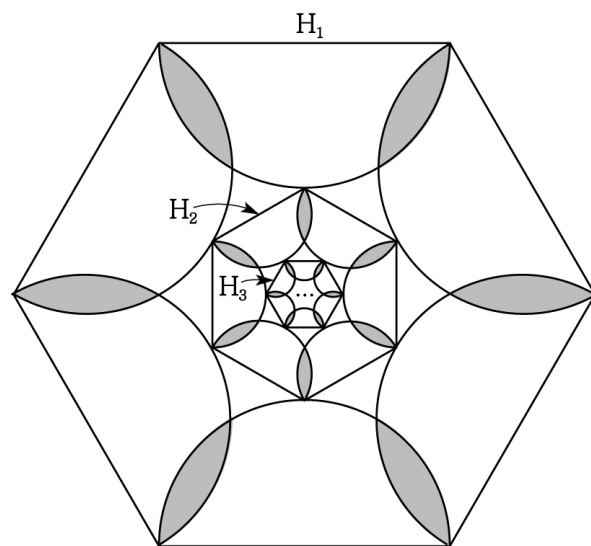
- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 그림과 같이 정육각형 H_1 의 각 변을 지름으로 하는 반원을 정육각형 H_1 의 내부에 그리고, 반원이 겹쳐지는 어두운 부분의 넓이의 합을 S_1 , 각 반원의 호의 길이를 이등분하는 점을 꼭짓점으로 하는 정육각형을 H_2 라 하자.

정육각형 H_2 의 각 변을 지름으로 하는 반원을 정육각형 H_2 의 내부에 그리고, 반원이 겹쳐지는 어두운 부분의 넓이의 합을 S_2 , 각 반원의 호의 길이를 이등분하는 점을 꼭짓점으로 하는 정육각형을 H_3 이라 하자.

이와 같은 방법으로 정육각형 H_n 의 각 변을 지름으로 하는 반원을 정육각형 H_n 의 내부에 그리고, 반원이 겹쳐지는 어두운 부분의 넓이의 합을 S_n , 각 반원의 호의 길이를 이등분하는 점을 꼭짓점으로 하는 정육각형을 H_{n+1} 이라 하자.

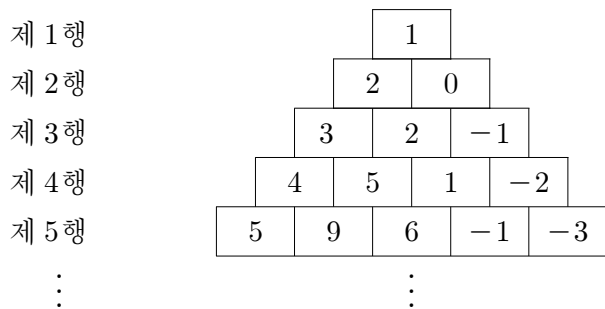
이때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값을 S_1 을 이용하여 나타낸 것은? [4점]



- ① $\frac{2\sqrt{3}}{3} S_1$
- ② $\frac{3-\sqrt{3}}{3} S_1$
- ③ $\frac{4\sqrt{3}}{3} S_1$
- ④ $\frac{3+\sqrt{3}}{3} S_1$
- ⑤ $2\sqrt{3} S_1$

17. 그림과 같이 제 1행에는 1개, 제 2행에는 2개, ..., 제 n 행에는 n 개의 직사각형을 나열하고 그 안에 다음과 같은 규칙으로 수를 적었다.

- (가) 제 1행의 직사각형에는 1을 적는다.
- (나) 제 $n+1$ 행의 왼쪽 끝 직사각형에는 제 n 행의 왼쪽 끝 직사각형에 적힌 수보다 1이 큰 수를 적는다.
- (다) 제 $n+1$ 행의 오른쪽 끝 직사각형에는 제 n 행의 오른쪽 끝 직사각형에 적힌 수보다 1이 작은 수를 적는다.
- (라) 제 $n+1$ 행의 안쪽 직사각형에는 그 직사각형에 인접한 제 n 행의 두 직사각형에 적힌 수의 합을 적는다.



제 n 행의 맨 왼쪽으로부터 k 번째 직사각형에 적힌 수를 $\langle n, k \rangle$ 로 나타내자. 예를 들어 $\langle 4, 2 \rangle = 5$ 이다. 이때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

- < 보 기 > —
- ㄱ. $\langle 10, 1 \rangle + \langle 10, 10 \rangle = 2$
 - ㄴ. $\langle 11, 2 \rangle + \langle 11, 10 \rangle = 20$
 - ㄷ. $\langle 12, 3 \rangle + \langle 12, 4 \rangle + \dots + \langle 12, 10 \rangle = 2024$

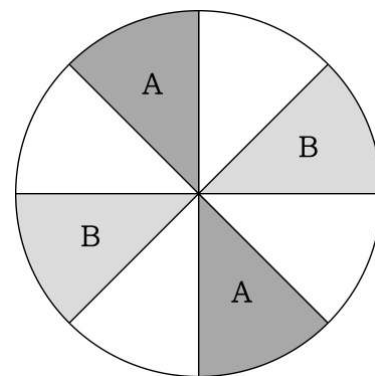
- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

18. $(x - \frac{3}{x})^6$ 의 전개식에서 x^2 의 계수를 구하시오. [3점]

19. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + 3a_2 = 0$, $a_1 + a_2 + a_3 = 28$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 8등분된 원판에 A, B, C, D, E, F의 6가지 색을 모두 사용하여 영역을 구분하려고 한다. 그림과 같이 A, B 두 가지 색은 이미 칠해져 있을 때, 칠해져 있지 않은 영역에 칠할 수 있는 방법의 수를 구하시오. (단, 한 영역에는 한 가지 색을 칠하고, 회전하여 같은 경우에는 한 가지 방법으로 한다.) [3점]



수리 영역(나형)

21. 두 정수 a, b 가 다음 조건을 만족시킬 때, 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [4점]

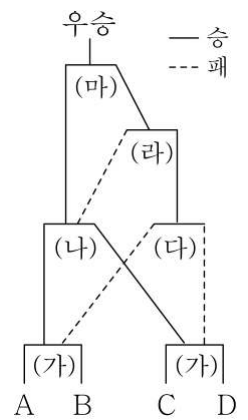
- (가) $b \leq a+7$
 (나) x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix} a+1 & b \\ 1 & a+3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ 이 해를 갖지 않는다.

22. 각 면에 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 정사면체 모양의 상자 2개를 동시에 던졌을 때 바닥에 닿은 면에 적혀 있는 두 눈의 수의 곱이 홀수인 사건을 A 라 하자. 이 시행을 1200번 하였을 때 사건 A 가 일어나는 횟수가 270 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 값을 p 라 하자. $1000p$ 의 값을 구하시오. [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477
2.5	0.494

23. 4개의 야구팀 A, B, C, D가 다음과 같은 방법으로 우승팀을 결정하기로 하였다.

- (가) A 팀과 B 팀이 경기를 하고, C 팀과 D 팀이 경기를 한다.
 (나) (가)에서 이긴 팀끼리 경기를 한다.
 (다) (가)에서 진 팀끼리 경기를 한다.
 (라) (나)에서 진 팀과 (다)에서 이긴 팀이 경기를 한다.
 (마) (나)에서 이긴 팀과 (라)에서 이긴 팀이 경기를 한다.
 (바) (마)에서 이긴 팀이 우승팀이 된다.



매 경기에서 각 팀이 이길 확률은 모두 $\frac{1}{2}$ 로 같다고 하자.

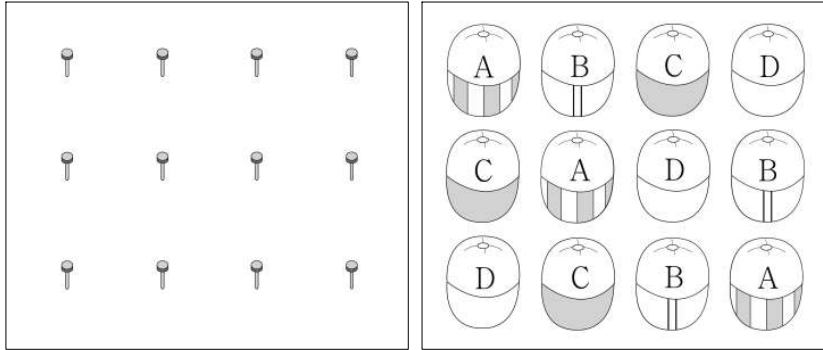
A 팀이 우승했을 때, A 팀이 (가)에서 이겼을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다.

이때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 두 자연수이다.) [4점]

24. 두 함수 $f(x)=2^x$ 과 $g(x)=x-[x]$ 에 대하여 합성함수 $y=(f \circ g)(x)$ 의 그래프와 직선 $y=-\frac{1}{n}x+2$ ($n=1, 2, 3, \dots$)의 교점의 개수를 a_n 이라 하자. 이때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

수리 영역(나형)

25. 서로 다른 네 종류의 모자 A, B, C, D가 각각 3개씩 모두 12개 있다. 12개의 모자를 <그림1>과 같이 일정한 간격으로 배열된 12개의 모자걸이에 각각 걸려고 한다. 이때, 모든 가로 방향과 모든 세로 방향에 서로 다른 종류의 모자가 걸리도록 하려고 한다. <그림2>는 이와 같은 방법으로 모자를 건 예이다.



<그림1>

<그림2>

이와 같은 방법으로 12개의 모자를 모자걸이에 걸 수 있는 방법의 수를 모두 구하시오. (단, 같은 종류의 모자끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

5지선다형

26. n 이 자연수일 때, 점 $A_n(n, \sqrt{3}n)$ 과 원 $x^2 + y^2 = 4n^2 + 3n$ 위의 점 P 에 대하여 선분 PA_n 의 길이의 최솟값을 a_n 이라 하자. 이때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

27. 어떤 회사에서 새로 추진하려는 사업에 대하여 전체 사원을 대상으로 세 차례에 걸쳐 찬반 의견을 조사하였다. 1차 조사 결과 찬성이 60%, 반대가 40%였다. 아래 표는 사업 설명회 이후 2차 조사 결과 1차 조사와 달리 찬반 의견을 바꾼 비율과 사원 토론회 이후 3차 조사 결과 2차 조사와 달리 찬반 의견을 바꾼 비율을 각각 나타낸 것이다.

변화 조사	직전조사에서 찬성한 사원 중 반대로 의견을 바꾼 비율	직전조사에서 반대한 사원 중 찬성으로 의견을 바꾼 비율
2차 조사 결과	20%	30%
3차 조사 결과	10%	40%

$A = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$ 일 때, 3차 조사 결과 전체 사원 중에서 찬성하는 사원들의 비율을 나타내는 것은? (단, 기권한 사원은 없다.) [4점]

- ① ABC 의 (1, 1) 성분 ② ABC 의 (1, 2) 성분
 ③ ACB 의 (1, 1) 성분 ④ ACB 의 (1, 2) 성분
 ⑤ AB^2 의 (1, 1) 성분

28. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1=2, a_2=3,$

$$\log_2 a_n + \log_2 a_{n+1} + \log_2 a_{n+2} = 1 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

을 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $a_6 = \frac{1}{3}$

ㄴ. $\sum_{k=1}^{10} a_k = 18$

ㄷ. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{3n} a_k = \frac{16}{3}$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 어느 지역에서 생산되는 꿀의 당도는 평균이 m 이고 표준편차가 1.5 인 정규분포를 따른다고 한다. 표는 이 지역에서 생산된 꿀 중에서 임의로 9 개를 추출하여 당도를 측정한 결과를 나타낸 것이다.

당도	10	11	12	13	계
꿀의 개수	4	2	2	1	9

이 결과를 이용하여 이 지역에서 생산되는 꿀의 당도의 평균 m 을 신뢰도 95 %로 추정할 신뢰구간은?
 (단, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 이고 당도의 단위는 브릭스이다.)

[3점]

- ① $10.02 \leq m \leq 11.98$ ② $9.77 \leq m \leq 12.23$
 ③ $9.53 \leq m \leq 12.47$ ④ $9.35 \leq m \leq 12.65$
 ⑤ $9.04 \leq m \leq 12.96$

단답형

30. 보리, 쌀, 수수, 조, 콩의 다섯 가지 잡곡 중 한 가지 이상의 잡곡과 쌀을 섞어서 모든 종류의 잡곡밥을 지었다. 이 중 임의로 하나의 잡곡밥을 선택할 때 2 가지 잡곡만 들어간 잡곡밥을 선택할 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. 서로소인 두 자연수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 각 잡곡밥을 선택할 확률은 모두 같고 잡곡이 섞인 비율은 무시한다.) [4점]

※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.