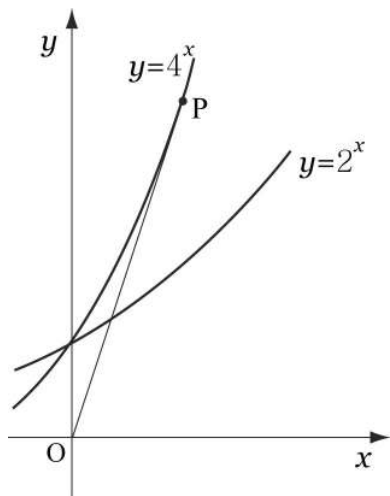


5. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & m \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 이차정사각행렬 X 는 $BX = AB$ 가 성립한다. X^{10} 의 모든 성분의 합이 52일 때, m 의 값은? [3점]

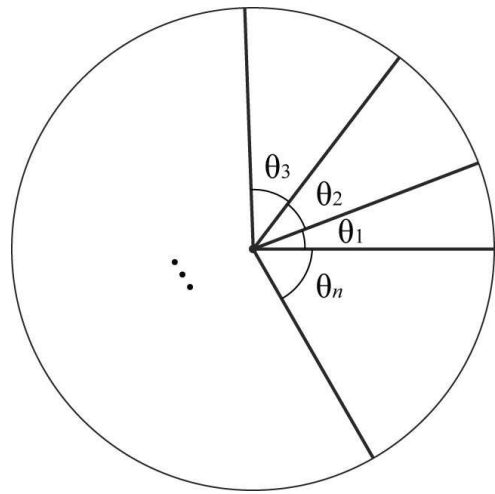
- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

6. 원점 O 에서 함수 $f(x) = 4^x$ 위의 한 점 P 를 잇는 선분 OP 가 있다. 함수 $g(x) = 2^x$ 의 그래프가 선분 OP 를 1:3으로 내분할 때, 점 P 의 x 좌표는? [3점]



- ① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{5}{7}$ ③ $\frac{6}{7}$ ④ 1 ⑤ $\frac{8}{7}$

7. 넓이가 A 인 원을 중심각이 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n$ 인 n 개의 부채꼴로 나누고 중심각이 $\theta_k (k=1, 2, \dots, n)$ 인 부채꼴의 넓이를 A_k 이라 하자. 수열 $\{\theta_n\}$ 이 등차수열을 이루고, $\sum_{k=1}^n \theta_k = 2\pi$ 이다. $A_1 + A_n = \frac{1}{5}A$ 일 때, n 의 값은? [3점]



- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

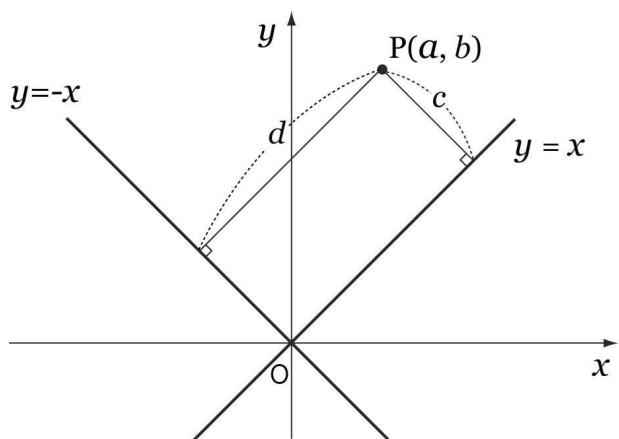
8. $\log x$ 의 지표를 $f(x)$, 가수를 $g(x)$ 라 할 때, <보기>에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, m, n 은 1보다 큰 자연수) [3점]

<보 기>

ㄱ. $f(x^{m+n}) = f(x^m) + f(x^n)$
 ㄴ. 모든 짝수 a 에 대하여 $g(a \cdot 5^n) = 0$ 이 되는 자연수 n 이 존재한다.
 ㄷ. $g(x) + g(x^2) + \dots + g(x^n) = 1$ 이면 $\frac{n(n+1)}{2} \log x = f(x) + f(x^2) + \dots + f(x^n) + 1$ 이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 두 부등식 $x > 0, y > x$ 의 영역에 속하는 점 $P(a, b)$ 에서 두 직선 $y=x, y=-x$ 에 이르는 거리를 각각 c, d 라 하자. 이차정사각행렬 M 이 $M \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ 를 만족할 때, 행렬 $M+M^{-1}$ 의 모든 성분의 합은? [3점]



- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

10. 세 양수 a, b, c 가 $a^x = b^{2y} = c^{3z} = 7, abc = 49$ 를 만족할 때, $\frac{6}{x} + \frac{3}{y} + \frac{2}{z}$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

11. 자연수 N 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 을 $a_n = n(n+1)(n+2)\cdots(n+N-1)$ 이라 하자. 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{N+n}{N+1} a_n \cdots \cdots (\star)$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(1) $n=1$ 일 때,

$$\text{(좌변)} = \sum_{k=1}^1 a_k = a_1 = \boxed{\text{(가)}}$$

$$\text{(우변)} = \frac{N+1}{N+1} a_1 = a_1 = \boxed{\text{(가)}}$$

이므로 (\star) 이 성립한다.

(2) $n=m$ 일 때, (\star) 이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m a_k = \frac{N+m}{N+1} a_m \text{이다.}$$

$n=m+1$ 일 때, (\star) 이 성립함을 보이자.

$$\sum_{k=1}^{m+1} a_k = \frac{N+m}{N+1} a_m + \boxed{\text{(나)}}$$

$$= \frac{1}{N+1} \times \frac{(m+N)!}{(m-1)!} + \boxed{\text{(나)}}$$

$$= \frac{1}{N+1} \{ \boxed{\text{(다)}} \}$$

$$= \frac{N+m+1}{N+1} a_{m+1}$$

그러므로 $n=m+1$ 일 때도 (\star) 이 성립한다.

따라서 모든 자연수 n 에 대하여 (\star) 이 성립한다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

- | | | | |
|---|----------|-----------------------|-----------------------|
| | (가) | (나) | (다) |
| ① | $N!$ | $\frac{(m+N)!}{m!}$ | $\frac{(m+N-1)!}{m!}$ |
| ② | $(N+1)!$ | $\frac{(m+N-1)!}{m!}$ | $\frac{(m+N)!}{m!}$ |
| ③ | $N!$ | $\frac{(m+N)!}{m!}$ | $\frac{(m+N+1)!}{m!}$ |
| ④ | $(N+1)!$ | $\frac{(m+N)!}{m!}$ | $\frac{(m+N+1)!}{m!}$ |
| ⑤ | $N!$ | $\frac{(m+N-1)!}{m!}$ | $\frac{(m+N)!}{m!}$ |

12. 다음 조건을 만족하는 상자가 $n(n \geq 2)$ 개 있다.

- [상자1] 흰 구슬 1개, 검은 구슬 $n-1$ 개
- [상자2] 흰 구슬 2개, 검은 구슬 $n-2$ 개
- [상자3] 흰 구슬 3개, 검은 구슬 $n-3$ 개
- ⋮
- [상자 n] 흰 구슬 n 개, 검은 구슬 0개

n 개의 상자에서 임의로 한 상자를 택하여 2개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 모두 흰 구슬이 나올 확률을 P_n 이라 하자. P_{10} 의 값은? [4점]

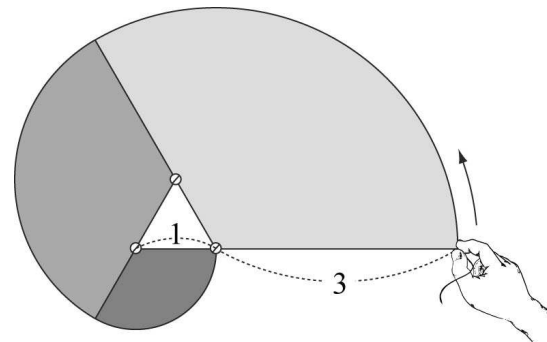
- ① $\frac{19}{60}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{7}{20}$ ④ $\frac{11}{30}$ ⑤ $\frac{23}{60}$

13. 정의역이 $x < 4$ 인 두 함수 $f(x) = 2^x$, $g(x) = x^2$ 의 그래프가 만나는 두 점을 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $x_1 < x_2$) [3점]

- <보 기>
- ㉠. $x_1 + x_2 > 0$
 - ㉡. $x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 < 0$
 - ㉢. $|x_1 \cdot y_2| - |x_2 \cdot y_1| > 0$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

14. 한 변의 길이가 1인 정 n 각형의 꼭짓점에 못을 박아 놓는다. 실을 한 꼭짓점에 고정시켜 길이가 n 이 되도록 잡고 한 변의 연장선 방향으로 팽팽하게 당긴 후 실의 끝의 이동거리가 최소가 되도록 정 n 각형의 둘레로 한 바퀴 돌릴 때, 실이 움직인 영역의 넓이를 S_n 이라 하자. 예를 들어 S_3 은 그림과 같이 정삼각형의 한 꼭짓점에 고정시킨 길이가 3이 되도록 실을 잡고 정삼각형 둘레로 한 바퀴 돌릴 때 실이 움직인 영역의 넓이를 나타낸다. 이 때, S_{20} 의 값은? (단, 실과 못의 굵기는 고려하지 않는다.) [4점]



- ① $\frac{287}{2}\pi$ ② $\frac{289}{2}\pi$ ③ $\frac{291}{2}\pi$
 ④ $\frac{293}{2}\pi$ ⑤ $\frac{295}{2}\pi$

15. $2^4 \times 3^3$ 의 서로 다른 모든 양의 약수의 곱을 A 라 할 때, A 는 n 자리 정수이다. $\left\lfloor \frac{A}{10^{n-1}} \right\rfloor$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수, $\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771$) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. A 대학교에서는 수시 입학 전형에 위한 입학사정관을 선정하기 위하여 공모한 결과 남자 5명과 여자 3명이 응모하였다. 남녀 혼성으로 4명의 입학사정관을 선정하여 4가지 업무를 한 가지씩 4명에게 모두 배정하는 경우의 수는? [4점]

- ① 1080 ② 1200 ③ 1320
 ④ 1440 ⑤ 1560

17. 기울기가 0이 아닌 두 직선 $y = ax + b, y = cx + d$ 에 대하여 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 라고 정의할 때, <보기>에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 두 직선이 만나지 않으면 행렬 A 의 역행렬이 존재한다.
 ㄴ. 두 직선이 일치하면 행렬 A 의 역행렬이 존재하지 않는다.
 ㄷ. 두 직선이 x 축 위에서 만나면 행렬 A 의 역행렬이 존재하지 않는다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

18. $a > 0, a \neq 1$ 에 대하여 $\left\{ \frac{\sqrt{a^3}}{\sqrt[3]{a^4}} \times \sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^{-4}} \right\}^6 = a^k$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

19. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 은 $b_n = a_{3n-2} + 2a_{3n-1} + a_{3n}$ 이다. $\sum_{k=1}^n a_k = A_n, \sum_{k=1}^n b_k = B_n$ 일 때 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{B_n}{A_n}$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{a_n} = \frac{15}{14}$ 이다. r 의 값을 구하시오. [3점]

21. 좌표평면 위의 네 점

$A(3, -1)$, $B(5, -1)$, $C(5, 2)$, $D(3, 2)$ 를 연결하여 만든 직사각형이 있다. 로그함수 $y = \log_a(x-1) - 4$ 가 직사각형 ABCD와 만나기 위한 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 N 이라 할 때, $\left(\frac{M}{N}\right)^{12}$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} 2^x - 3^{y-1} = 5 \\ 2^{x+1} - 3^y = -17 \end{cases}$ 을 만족하는 해를 $x = a, y = b$ 라 하자. a, b 의 곱 ab 의 값을 구하시오. [3점]

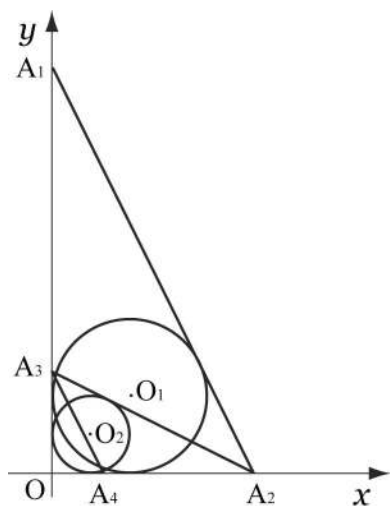
23. 수진이가 10가지 종류의 놀이기구 중 서로 다른 놀이기구의 이용권을 8장 구입하여 3장, 3장, 2장으로 나누는 후, 수진, 현아, 원일 세 사람이 나누어 갖는 경우의 수를 x 라 할 때, $\frac{x}{100}$ 의 값을 구하시오. [3점]



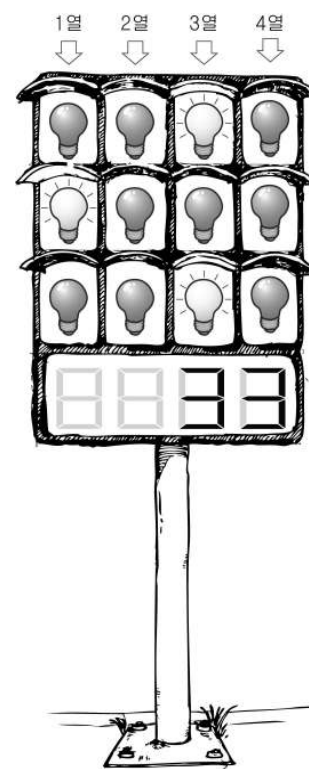
24. 그림과 같이 세 점 $O(0, 0)$, $A_1(0, 4)$, $A_2(2, 0)$ 으로 이루어진 $\triangle OA_1A_2$ 에 내접하는 원을 O_1 이라 하자. y 축 위의 점 A_3 이 선분 A_1A_2 의 기울기와 선분 A_2A_3 의 기울기의 곱이 1이 되도록 하는 점일 때, $\triangle OA_2A_3$ 에 내접하는 원을 O_2 라 하자. x 축 위의 점 A_4 가 선분 A_2A_3 의 기울기와 선분 A_3A_4 의 기울기의 곱이 1이 되도록 하는 점일 때, $\triangle OA_3A_4$ 에 내접하는 원을 O_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 생기는 $\triangle OA_nA_{n+1}$ 에 내접하는 원을 O_n 이라 하고, O_n 의 반지름의 길이를 r_n 이라

할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} r_n = a - 2\sqrt{b}$ (a, b 는 자연수)이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]



25. 그림과 같이 12개의 전구와 전광판으로 이루어진 신호기가 있다. m 열의 전구가 n 개 켜져 있는 경우 $n \cdot 4^{m-1}$ 으로 계산되고, 네 개의 열이 계산된 수의 합이 전광판에 나타난다. 예를 들어 1열에서 1개, 3열에서 2개의 전구가 켜진 경우, 전광판에 33이 나타난다. 12개의 전구 중 임의로 2개를 켜 때, 전광판에 짝수가 나타날 확률을 $\frac{q}{p}$ (p, q 는 서로소)라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]

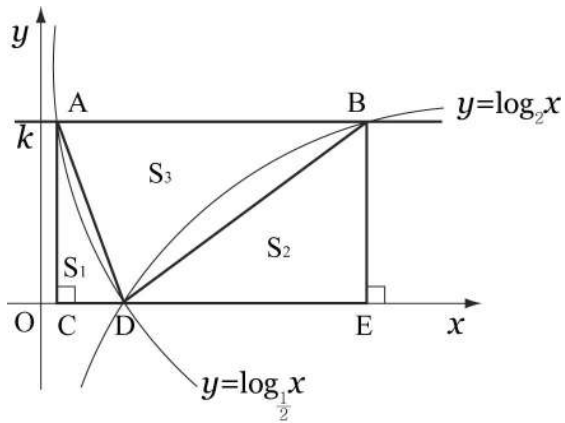


5지선다형

26. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $k \cdot 2^x \leq 4^x - 2^x + 4$ 가 성립하도록 하는 실수 k 값의 범위는? [3점]

- ① $k \leq -1$
- ② $-4 \leq k \leq 3$
- ③ $-1 \leq k \leq 3$
- ④ $k \leq 3$
- ⑤ $k \geq 0$

27. 그림과 같이 두 함수 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 와 $y = \log_2 x$ 가 직선 $y = k$ 와 만나는 두 점 A, B에서 x 축에 내린 수선의 발을 각각 C, E라 하자. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 와 $y = \log_2 x$ 의 교점 D에 대하여 $\triangle ACD$, $\triangle BDE$, $\triangle ADB$ 의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 이라 할 때, S_1 , S_2 , S_3 은 이 순서대로 등차수열을 이룬다. 양수 k 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{3}{4}$
- ③ 1
- ④ $\frac{5}{4}$
- ⑤ $\frac{3}{2}$

28. 수열 $\{a_n\}$ 은

$$a_1 = 5 \times 6^5 + 5 \times 6^4 + 5 \times 6^3 + 5 \times 6^2 + 5 \times 6 + 5,$$

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{6}a_n & (a_n \text{이 } 6 \text{의 배수일 때}) \\ a_n - 1 & (a_n \text{이 } 6 \text{의 배수가 아닐 때}) \end{cases}$$

이다. $a_k = 1$ 일 때, k 의 값은? [4점]

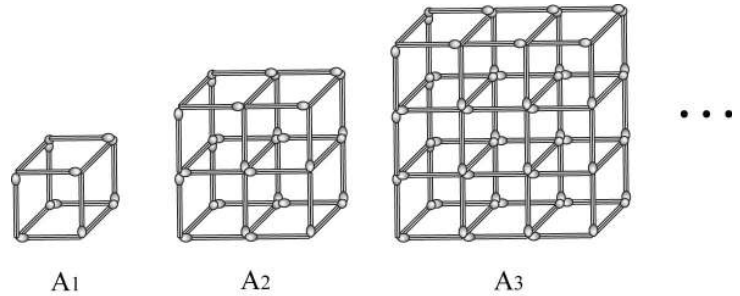
- ① 34
- ② 35
- ③ 36
- ④ 37
- ⑤ 38

29. 어느 고등학교의 3학년 학생들을 대상으로 주거형태를 조사한 결과 A형과 B형 두 가지였다. 주거형태가 B형인 남학생의 수는 주거형태가 A형인 여학생수의 2배이고, 주거형태가 A형인 학생 중 여학생의 비율은 40%이다. 3학년 학생 중 임의로 한명을 뽑았더니 남학생이었다. 이 학생의 주거형태가 A형일 확률은? [4점]

- ① $\frac{2}{7}$
- ② $\frac{3}{7}$
- ③ $\frac{4}{7}$
- ④ $\frac{5}{7}$
- ⑤ $\frac{6}{7}$

단답형

30. 그림과 같이 길이가 1인 성냥개비를 이용하여 가로, 세로의 길이가 n , 세로의 길이가 1, 높이가 n 인 직육면체 모양의 A_n 을 계속 만들자.



직육면체 모양의 A_n 을 만드는데 필요한 성냥개비의 개수와 겉넓이를 각각 a_n , b_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n b_n}{n^4}$ 의 값을 구하시오. (단, 성냥개비의 두께는 무시한다.) [4점]

* 확인 사항
 ◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.