

5. 부등식 $x^3 - 6x^2 + 3x + 10 \leq 0$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

[3점]

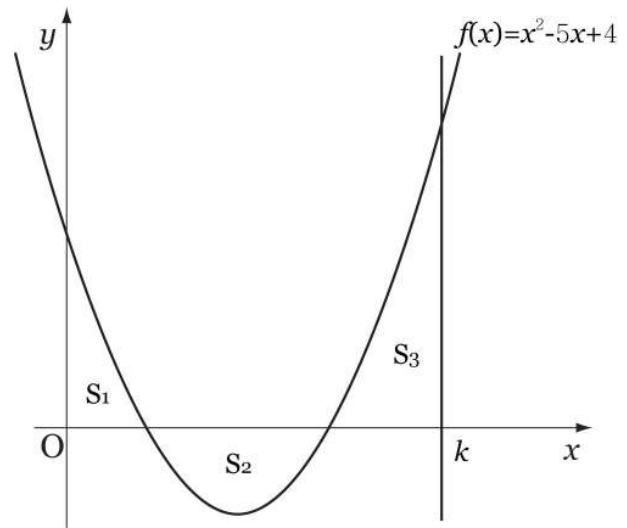
- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

6. 어느 공장에서 생산되는 농구공 무게는 평균이 600g, 표준편차가 20g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 농구공 n 개를 임의추출하여 무게를 달아 보았을 때, 평균이 595g이상 610g이하일 확률이 0.8185이다. n 의 값은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 16 ② 25 ③ 36 ④ 49 ⑤ 64

7. 그림과 같이 곡선 $f(x) = x^2 - 5x + 4$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 , 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축 및 $x = k (k > 4)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_3 이라 하자. S_1, S_2, S_3 이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $\int_0^k f(x)dx$ 의 값은? [3점]



- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

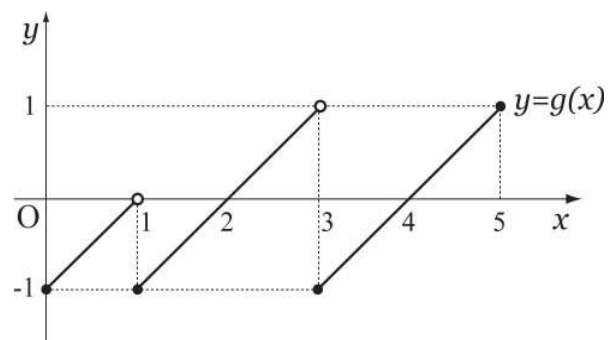
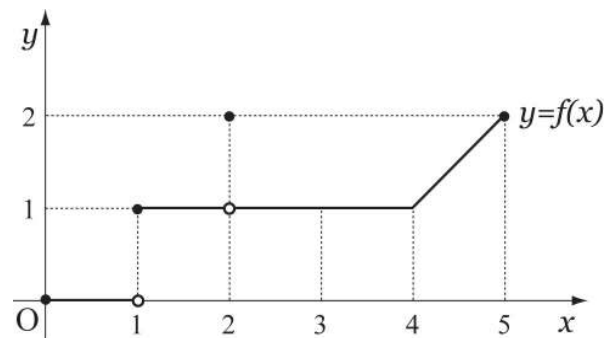
8. 모든 실수 x 에 대하여

부등식 $3x^4 - 8x^3 - 6x^2 + 24x \geq k - 2\sin\frac{\pi}{2}x$ 가 성립할 때,

상수 k 의 최댓값은? [3점]

- ① -23 ② -22 ③ -21 ④ -20 ⑤ -19

9. 그림과 같이 구간 $[0, 5]$ 를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

- ㄱ. 함수 $\frac{g(x)}{f(x)}$ 는 $x=2$ 에서 연속이다.
- ㄴ. 함수 $(g \circ f)(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.
- ㄷ. 함수 $f(x)g(x)$ 는 $x=4$ 에서 미분가능하다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x)$ 인 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = -2 \left| x - \frac{1}{2} \right| + 1 \quad \left(-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} \right) \text{ 이고}$$

$$\text{함수 } g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\{1+f(x)\}^n - 1}{\{1+f(x)\}^{n+1} - 1} \text{ 일 때,}$$

$g(10\sqrt{2}) - g(\sqrt{3})$ 의 값은? [4점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

11. 자연수 N 에 대하여

수열 $\{a_n\}$ 을 $a_n = n(n+1)(n+2)\cdots(n+N-1)$ 이라 하자.

모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k = \frac{N+n}{N+1} a_n \cdots \cdots (\star)$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(1) $n=1$ 일 때,

$$\text{(좌변)} = \sum_{k=1}^1 a_k = a_1 = \boxed{\text{(가)}}$$

$$\text{(우변)} = \frac{N+1}{N+1} a_1 = a_1 = \boxed{\text{(가)}}$$

이므로 (\star) 이 성립한다.

(2) $n=m$ 일 때, (\star) 이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m a_k = \frac{N+m}{N+1} a_m \text{ 이다.}$$

$n=m+1$ 일 때, (\star) 이 성립함을 보이자.

$$\sum_{k=1}^{m+1} a_k = \frac{N+m}{N+1} a_m + \boxed{\text{(나)}}$$

$$= \frac{1}{N+1} \times \frac{(m+N)!}{(m-1)!} + \boxed{\text{(나)}}$$

$$= \frac{1}{N+1} \{ \boxed{\text{(다)}} \}$$

$$= \frac{N+m+1}{N+1} a_{m+1}$$

그러므로 $n=m+1$ 일 때도 (\star) 이 성립한다.

따라서 모든 자연수 n 에 대하여 (\star) 이 성립한다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	$N!$	$\frac{(m+N)!}{m!}$	$\frac{(m+N-1)!}{m!}$
②	$(N+1)!$	$\frac{(m+N-1)!}{m!}$	$\frac{(m+N)!}{m!}$
③	$N!$	$\frac{(m+N)!}{m!}$	$\frac{(m+N+1)!}{m!}$
④	$(N+1)!$	$\frac{(m+N)!}{m!}$	$\frac{(m+N+1)!}{m!}$
⑤	$N!$	$\frac{(m+N-1)!}{m!}$	$\frac{(m+N)!}{m!}$

12. 다음 조건을 만족하는 상자가 $n(n \geq 2)$ 개 있다.

- [상자1] 흰 구슬 1개, 검은 구슬 $n-1$ 개
- [상자2] 흰 구슬 2개, 검은 구슬 $n-2$ 개
- [상자3] 흰 구슬 3개, 검은 구슬 $n-3$ 개
- ⋮
- [상자 n] 흰 구슬 n 개, 검은 구슬 0개

n 개의 상자에서 임의로 한 상자를 택하여 2개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 모두 흰 구슬이 나올 확률을 P_n 이라 하자. P_{10} 의 값은? [4점]

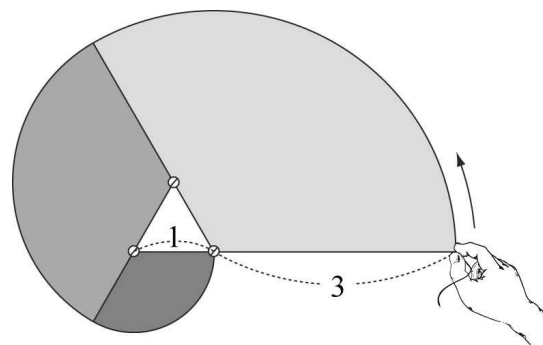
- ① $\frac{19}{60}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{7}{20}$
- ④ $\frac{11}{30}$
- ⑤ $\frac{23}{60}$

13. 정의역이 $x < 4$ 인 두 함수 $f(x) = 2^x$, $g(x) = x^2$ 의 그래프가 만나는 두 점을 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $x_1 < x_2$) [3점]

- <보 기>
- ㄱ. $x_1 + x_2 > 0$
 - ㄴ. $x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 < 0$
 - ㄷ. $|x_1 \cdot y_2| - |x_2 \cdot y_1| > 0$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 한 변의 길이가 1인 정 n 각형의 꼭짓점에 못을 박아 놓는다. 실을 한 꼭짓점에 고정시켜 길이가 n 이 되도록 잡고 한 변의 연장선 방향으로 팽팽하게 당긴 후 실의 끝의 이동거리가 최소가 되도록 정 n 각형의 둘레로 한 바퀴 돌릴 때, 실이 움직인 영역의 넓이를 S_n 이라 하자. 예를 들어 S_3 은 그림과 같이 정삼각형의 한 꼭짓점에 고정시킨 길이가 3이 되도록 실을 잡고 정삼각형 둘레로 한 바퀴 돌릴 때 실이 움직인 영역의 넓이를 나타낸다. 이 때, S_{20} 의 값은? (단, 실과 못의 굵기는 고려하지 않는다.) [4점]



- ① $\frac{287}{2}\pi$
- ② $\frac{289}{2}\pi$
- ③ $\frac{291}{2}\pi$
- ④ $\frac{293}{2}\pi$
- ⑤ $\frac{295}{2}\pi$

15. $2^4 \times 3^3$ 의 서로 다른 모든 양의 약수의 곱을 A 라 할 때, A 는 n 자리 정수이다. $\left\lfloor \frac{A}{10^{n-1}} \right\rfloor$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3 = 0.4771$) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

16. 함수 $f(x) = \sqrt{[x]+1 - (x-[x])^2}$ ($x \geq 0$)과 직선 $x=n-1$, $x=n$ 및 x 축으로 둘러싸인 도형을 x 축 둘레로 회전시킨 도형의 부피를 V_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n V_k}{n^2}$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수) [4점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3\pi}{2}$ ④ 2π ⑤ $\frac{5\pi}{2}$

17. 기울기가 0이 아닌 두 직선 $y = ax + b$, $y = cx + d$ 에 대하여 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 라고 정의할 때, <보기>에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 두 직선이 만나지 않으면 행렬 A 의 역행렬이 존재한다.
 ㄴ. 두 직선이 일치하면 행렬 A 의 역행렬이 존재하지 않는다.
 ㄷ. 두 직선이 x 축 위에서 만나면 행렬 A 의 역행렬이 존재하지 않는다.

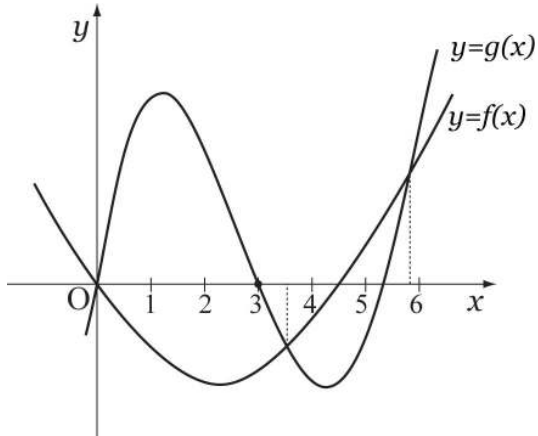
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

18. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3x^2}{\sqrt{4x-3} - \sqrt{2x+3}}$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 직선 $x = a$ 가 곡선 $f(x) = x^3 - ax^2 - 100x + 10$ 의 극대가 되는 점과 극소가 되는 점 사이를 지날 때, 정수 a 의 개수를 구하시오. [3점]

20. 그림은 이차함수 $y=f(x)$ 와 삼차함수 $y=g(x)$ 의 그래프이다. $x > 0$ 일 때 부등식 $\left\{\frac{f(x)}{g(x)}\right\}^2 - \frac{g(x)}{f(x)} \geq 0$ 을 만족하는 모든 정수해의 곱을 구하시오. [3점]

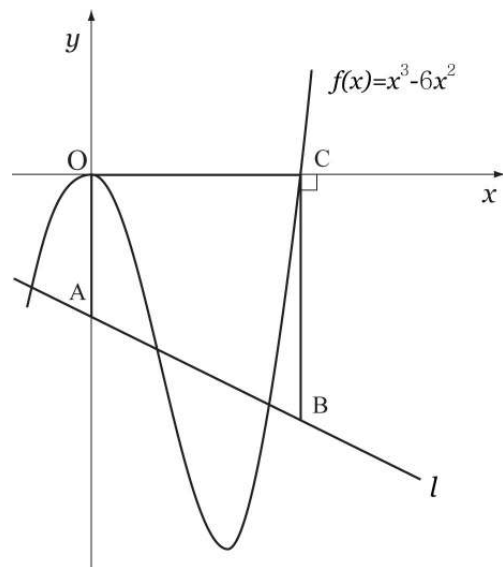


21. 좌표평면 위의 네 점

$A(3, -1)$, $B(5, -1)$, $C(5, 2)$, $D(3, 2)$ 를 연결하여 만든 직사각형이 있다. 로그함수 $y = \log_a(x-1) - 4$ 가 직사각형 ABCD와 만나기 위한 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 N 이라 할 때, $\left(\frac{M}{N}\right)^{12}$ 의 값을 구하시오. [3점]

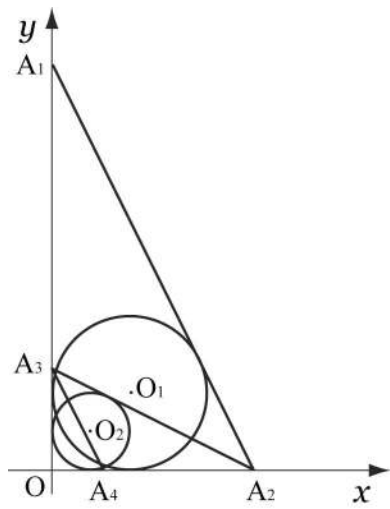
22. 흐르지 않는 물 위에서 배 A의 최대 속력은 배 B의 최대 속력의 2배이다. 시속 2km/h 로 일정하게 흐르는 강의 상류를 향해 A, B가 같은 지점에서 최대 속력으로 동시에 출발하였다. B가 20km 운항 후 고장이 나서 그 순간부터 B는 강물의 빠르기로 하류를 향해 표류하기 시작하였고, 동시에 A는 B를 구조하기 위해 선회해서 B를 향해 운항하였다. A가 선회 후 1시간 만에 B를 만났다면, 흐르지 않는 물 위에서 배 A, B의 최대 속력(km/h)의 합을 구하시오. (단, A의 선회 시간과 배의 크기는 고려하지 않는다.) [3점]

23. 그림과 같이 임의로 그은 직선 l 이 y 축과 만나는 점을 A, 점 $C(6, 0)$ 을 지나고 y 축과 평행하게 그은 직선과의 교점을 B라 하자. 사다리꼴 OABC의 넓이가 곡선 $f(x) = x^3 - 6x^2$ 과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이와 같을 때, 임의의 직선 l 은 항상 일정한 점 D를 지난다. 이 때, $\triangle ODC$ 의 넓이를 구하시오. (단, \overline{AB} 는 \overline{OC} 아래에 있다.) [4점]

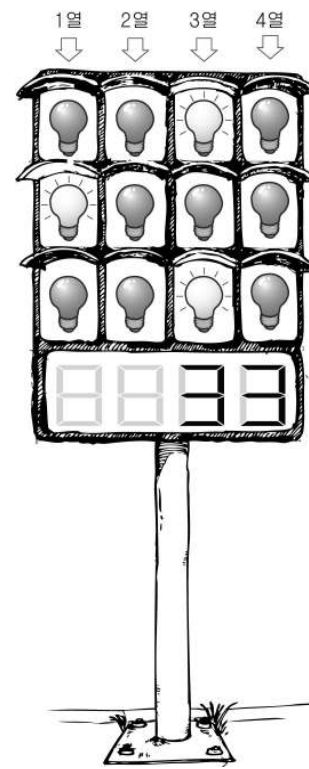


24. 그림과 같이 세 점 $O(0, 0)$, $A_1(0, 4)$, $A_2(2, 0)$ 으로 이루어진 $\triangle OA_1A_2$ 에 내접하는 원을 O_1 이라 하자. y 축 위의 점 A_3 이 선분 A_1A_2 의 기울기와 선분 A_2A_3 의 기울기의 곱이 1이 되도록 하는 점일 때, $\triangle OA_2A_3$ 에 내접하는 원을 O_2 라 하자. x 축 위의 점 A_4 가 선분 A_2A_3 의 기울기와 선분 A_3A_4 의 기울기의 곱이 1이 되도록 하는 점일 때, $\triangle OA_3A_4$ 에 내접하는 원을 O_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 생기는 $\triangle OA_nA_{n+1}$ 에 내접하는 원을 O_n 이라 하고, O_n 의 반지름의 길이를 r_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} r_n = a - 2\sqrt{b}$ (a, b 는 자연수)이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]



25. 그림과 같이 12개의 전구와 전광판으로 이루어진 신호기가 있다. m 열의 전구가 n 개 켜져 있는 경우 $n \cdot 4^{m-1}$ 으로 계산되고, 네 개의 열이 계산된 수의 합이 전광판에 나타난다. 예를 들어 1열에서 1개, 3열에서 2개의 전구가 켜진 경우, 전광판에 33이 나타난다. 12개의 전구 중 임의로 2개를 켜 때, 전광판에 짝수가 나타날 확률을 $\frac{q}{p}$ (p, q 는 서로소)라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]



26번부터 30번까지는 선택과목 문항입니다. 선택한 과목의 문제를 풀기 바랍니다.

미분과 적분

26. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x + b}{\ln(x+1)} = \ln 3$ ($a > 0, a \neq 1$)을 만족하는 상수 $a-b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

27. $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$), $\cos \beta = \frac{1}{2}$ ($0 < \beta < \frac{\pi}{2}$)이고 $\sin(\alpha + \beta), \sin(\alpha - \beta)$ 를 두 근으로 하는 이차방정식이 $x^2 + \frac{a}{3}x + \frac{b}{36} = 0$ 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은? [3점]

- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

28. 함수 $f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x + \cos x - 2}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

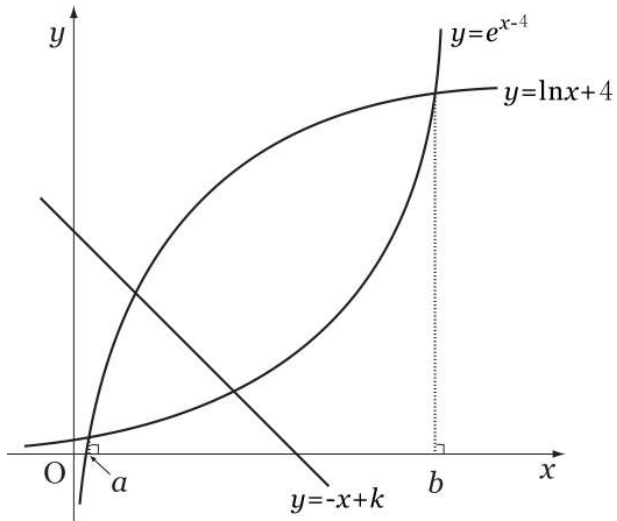
ㄱ. 최솟값은 $-1 - \sqrt{2}$ 이다.

ㄴ. $x = \frac{\pi}{4}$ 에서 최댓값을 갖는다.

ㄷ. $x = \frac{5}{4}\pi$ 에서 극댓값을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 그림과 같이 함수 $y = \ln x + 4$, $y = e^{x-4}$ 의 그래프의 두 교점의 x 좌표를 각각 a, b 라 하자. 일차함수 $y = -x + k$ 의 그래프가 $a \leq x \leq b$ 에서 두 함수의 그래프와 만나는 두 점 사이의 거리가 최대가 될 때, 상수 k 의 값은? [4점]



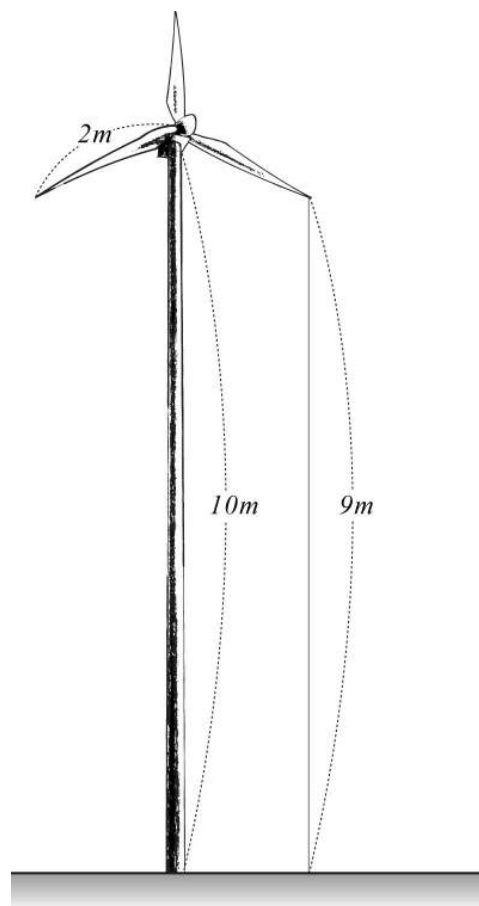
- ① $\frac{7}{2}$
- ② 4
- ③ $\frac{9}{2}$
- ④ 5
- ⑤ $\frac{11}{2}$

단답형

30. 지면에서 회전 중심축까지의 높이가 $10m$ 이고, 길이가 $2m$ 인 풍력 발전기의 날개가 축을 중심으로 일정한 속력으로 시계반대방향으로 돌고 있다. 지면에서 날개 끝까지의 높이가 $9m$ 가 될 때, 시간(초)에 따른 높이의 변화율이 $4\pi(m/s)$ 이고, 풍력 발전기의 날개가 한 바퀴 도는데 걸리는 시간을 k 초라 하자.

$k^2 = \frac{q}{p}$ (p, q 는 서로소)일 때, $10(p+q)$ 의 값을 구하시오.

(단, 축은 지면과 평행하고 축과 날개의 두께는 고려하지 않는다.) [4점]



* 확인 사항

◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

확률과 통계

26. 어느 야구 선수가 매일 100 개씩 10 일 동안 연습투구를 하였다. 다음은 하루에 던진 스트라이크 개수를 조사하여 십의 자리의 수를 줄기로, 일의 자리의 수를 잎으로 하여 줄기와 잎 그림으로 나타낸 것이다. 10 일 동안 던진 스트라이크 개수의 평균이 83 일 때, a 의 값은? [3점]

줄기	잎
7	1 a 6 6
8	a 6 6 8
9	0 7

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

27. 어느 자판기에서는 고급커피, 일반커피, 유자차, 울무차 4종류의 제품을 판매한다. 한 잔에 고급커피는 300원, 일반커피는 250원, 유자차와 울무차는 각각 100원씩 판매하고 있다. 서로 다른 두 종류의 제품을 한 잔씩 구입할 때, 필요한 금액의 평균은? [3점]

- ① 300원 ② 325원 ③ 350원
 ④ 375원 ⑤ 400원

28. 이산확률변수 X 에 대한

확률질량함수 $P(X=x) = \frac{k}{x(x+1)}$ ($x=1, 2, 3, \dots, 10$)이

정의되도록 하는 상수 k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{9}{10}$ ② 1 ③ $\frac{11}{10}$ ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{13}{10}$

29. 확률변수 X, Y 의 평균이 각각 $m, 2m(m > 0)$ 이고 표준편차가 각각 $2\sigma, \sigma$ 인 정규분포를 따를 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $P(X \leq 0) = P\left(Y \geq \frac{5}{2}m\right)$

ㄴ. $P(m \leq X \leq 2m) = \frac{1}{2}P(2m \leq Y \leq 3m)$

ㄷ. 상수 a, b 에 대하여
 $P(X \geq a) + P(Y \leq b) = 1$ 일 때, $b = \frac{a+3m}{2}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

30. 어느 배구선수의 공격이 성공하는 횟수를 확률변수 X 라 하면, n 번 공격했을 때 k 번 성공할 확률은 다음과 같다.

$$P(X=k) = {}_n C_k \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

이 때, $\sum_{k=0}^n (k+1)^2 \cdot P(X=k) = 451$ 을 만족하는 n 의 값을 구하시오. [4점]

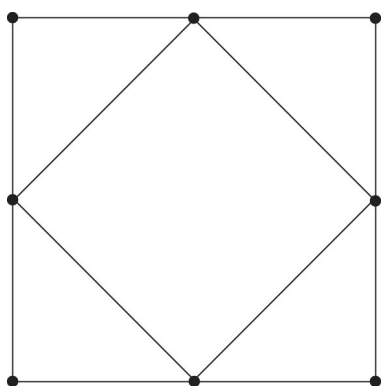
* 확인 사항
 ◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이산수학

26. 숫자 1, 2, 2, 3, 3, 3을 일렬로 배열할 때, 짝수는 반드시 앞에서부터 짝수 번째 자리에 오는 경우의 수는? [3점]

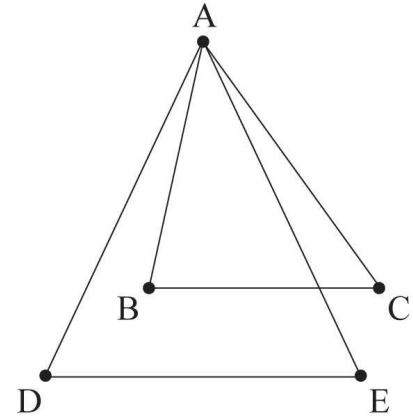
- ① 8
- ② 9
- ③ 10
- ④ 11
- ⑤ 12

27. 그림과 같이 꼭짓점이 8개인 그래프에서 변을 지워 수형도를 만들 때, 지워야 하는 변의 개수는? [3점]



- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

28. 그림은 꼭짓점이 A, B, C, D, E인 그래프이다. 이 그래프에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]



<보 기>

ㄱ. 그래프는 평면그래프이다.
 ㄴ. 그래프는 오일러회로가 있는 그래프이다.
 ㄷ. 그래프에서 해밀턴경로는 3개이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 수열 $\{a_n\}$ 이 점화 관계

$$\begin{cases} a_1 = 2, a_2 = 3 \\ a_{n+2} = a_n \cdot a_{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 일의 자리의 수는? [4점]

- ① 0 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

단답형

30. 다섯 개의 문자 a, b, c, d, e 를 모두 사용하여 만든 다섯 자리 문자열 중에서 다음 세 조건을 만족시키는 문자열의 개수를 구하시오. (예를 들어 $cedba$ 는 조건을 만족시키지만 $cabed$ 는 조건을 만족시키지 않는다.) [4점]

- (가) 문자 a 의 바로 다음 자리에 문자 b 가 올 수 없다.
 (나) 문자 b 의 바로 다음 자리에 문자 c 가 올 수 없다.
 (다) 문자 c 의 바로 다음 자리에 문자 a 가 올 수 없다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.