2009학년도 4월 고3 전국연합학력평가
정답 및 해설

• 2교시 수리 영역 •

[가 형]

1	①	**2**	①	**3**	④	**4**	⑤	**5**	④
6	②	**7**	③	**8**	③	**9**	④	**10**	⑤
11	⑤	**12**	③	**13**	②	**14**	③	**15**	②
16	③	**17**	①	**18**	76	**19**	65	**20**	207
21	84	**22**	23	**23**	75	**24**	211	**25**	59

1. [출제의도] 로그의 성질을 이해하고 계산하기

[해설] $\log\dfrac{\left(\frac{3}{5}\right)^2\times\frac{1}{2}}{18}=\log\dfrac{1}{100}=-2$

2. [출제의도] 행렬의 연산 성질을 이해하고 계산하기

[해설] $X=3A-B=\begin{pmatrix}6&-3\\0&3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}4&0\\2&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&-3\\-2&0\end{pmatrix}$

3. [출제의도] 함수의 극한값 구하기

[해설] $\displaystyle\lim_{x\to-1}\frac{(x+1)(x-1)(x-2)}{(x+1)}=6$

4. [출제의도] 행렬의 성질 이해하기

[해설] ㄱ. $A^{-1}B=A^{-1}(ABA^{-1})=BA^{-1}$ (참)

ㄴ. $B^3=(ABA^{-1})(ABA^{-1})(ABA^{-1})$
$=AB^3A^{-1}$
$(B^3)^{-1}=(AB^3A^{-1})^{-1}=A(B^{-1})^3A^{-1}$ (참)

ㄷ. $ABA^{-1}A=BA$에서 $AB=BA$이므로
$(A+B)(A-B)=A^2-B^2$이다. (참)

5. [출제의도] 사차부등식의 해를 이해하기

[해설] $(x-1)(x+2)(x^2-mx+m)>0$에서
이차방정식 $x^2-mx+m=0$의 근을 분류하면
ⅰ) 허근일 경우
주어진 사차부등식의 해를 만족한다.
$D=m^2-4m<0$ $\therefore 0<m<4$
ⅱ) 중근일 경우
주어진 사차부등식의 해를 만족하기 위해서는 중근이 $x<-2$ 또는 $x>1$에 포함되지 않아야 한다.
$D=0$일 때, $m=0$이면 중근이 0이고 $m=4$이면 중근이 2이다. $\therefore m=0$
ⅲ) 서로 다른 두 실근일 경우
주어진 사차부등식의 해를 만족하지 않는다.
ⅰ), ⅱ), ⅲ)에 의하여 $0\le m<4$이다.
따라서 모든 정수 m의 개수는 4개이다.

6. [출제의도] 행렬을 실생활에 적용하여 문제해결하기

[해설] $p+q=5$, $p+r=6\cdots$①, $q+r=7\cdots$②
①-②에서 $p-q=-1$이다. 따라서 $\begin{pmatrix}1&1\\1&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&a\\b&-1\end{pmatrix}$
이므로 $a+b=2$이다.

7. [출제의도] 무한급수의 수렴조건 이해하기

[해설] ㄱ. 공비가 $-\dfrac{1}{2}$이므로 수렴한다.

ㄴ. (준식)$=\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=1$ $\therefore$ 수렴

ㄷ. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n}\right)=1\ne0$ $\therefore$ 발산

8. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 수의 대소 비교하기

[해설] $8^A=27$, $9^B=25$, $7^C=27$
ⅰ) $8^A>9^B>8^B$ $\therefore A>B$
ⅱ) $7^C>9^B>7^B$ $\therefore C>B$
ⅲ) $7^C=8^A>7^A$ $\therefore C>A$
ⅰ), ⅱ), ⅲ)에 의하여 $B<A<C$이다.

9. [출제의도] 수학적귀납법으로 증명하기

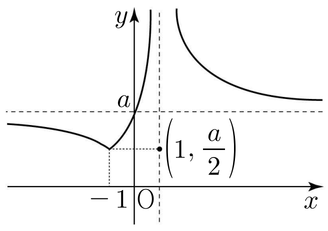
[해설] (가) $\boxed{\dfrac{1}{2}}$, (나) $\boxed{\dfrac{1}{2k+1}-\dfrac{1}{2k+2}}$,
(다) $\boxed{\dfrac{1}{k+1}-\dfrac{1}{2k+2}}$

10. [출제의도] 확률밀도함수를 이용하여 확률값 구하기

[해설] 함수 $f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 1이므로 $(\pi+2)r^2=1$이다.
따라서 $r=\dfrac{1}{\sqrt{\pi+2}}$이므로
$\mathrm{P}(0\le X\le r)=\dfrac{\pi r^2}{4}+r^2=\dfrac{\pi+4}{4\pi+8}$이다.

11. [출제의도] 함수의 연속성 이해하기

[해설] ⅰ) $a=0$인 경우, $f(x)=0$
ⅱ) $a>0$인 경우



ⅲ) $a<0$인 경우
ⅱ)의 그래프를 x축으로 대칭이동한 그래프이다.

ㄱ. $\displaystyle\lim_{x\to-1}f(x)=f(-1)=\frac{a}{2}$ (참)

ㄴ. $a=0$일 때, 함수 $f(x)=0$이므로 모든 실수에서 연속이다. (참)

ㄷ. $y=f(x)$의 그래프는 직선 $y=a$와 오직 한 점에서 만난다. (참)

12. [출제의도] 주어진 수열의 특징을 이해하고 합 구하기

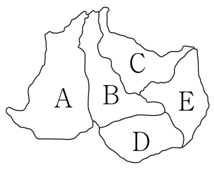
[해설] ㄱ. $m=2$일 때, $a_5=\left[\dfrac{5}{2}\right]=2$이다. (참)

ㄴ. $m=3$일 때,
$\displaystyle\sum_{k=1}^{100}\left[\frac{k}{3}\right]=3\sum_{k=1}^{32}k+33+33=1650$이다. (거짓)

ㄷ. $\displaystyle\sum_{k=1}^{mn}\left[\frac{k}{m}\right]=m\sum_{k=1}^{n-1}k+n$
$=\dfrac{n(mn-m+2)}{2}$ (참)

13. [출제의도] 경우의 수 구하기

[해설]



지도에서 B지역→E지역→C지역→D지역→A지역 순으로 색을 칠하는 경우의 수는
$4\times3\times2\times2\times3=144$가지이다.
[다른풀이] B지역→C지역→D지역→E지역→A지역
ⅰ) C, D지역에 같은 색을 칠할 경우
$4\times3\times1\times2\times3=72$
ⅱ) C, D지역에 다른 색을 칠할 경우
$4\times3\times2\times1\times3=72$

14. [출제의도] 분수방정식의 근 이해하기

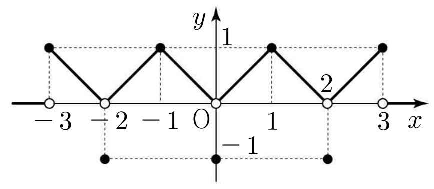
[해설] ㄱ. $a=0$일 때, $\dfrac{1}{x(x+2)}=1$이다.
$x^2+2x-1=0$ 이므로 $x=-1\pm\sqrt{2}$ 이다.
두 실근의 합은 -2이다. (참)

ㄴ. $a=2$일 때, $\dfrac{1}{x(x+2)}+\dfrac{2}{x+2}=1$이므로
$x=1,-1$인 두 실근을 가진다. (거짓)

ㄷ. $\dfrac{x^3+2x^2-x-a}{x(x+2)(x+a)}=0$이다.
삼차방정식 $x^3+2x^2-x-a=0$은 적어도 한 개의 실근을 갖는다. 한 실근이 무연근일 수 있으므로
한 실근을 $x=-a$라고 가정하면
$-a^3+2a^2+a-a=0$이므로 $a=0,\ 2$이다.
ㄱ, ㄴ에 의하여 두 개의 실근을 갖는다. 따라서, 주어진 방정식은 적어도 한 개의 실근을 갖는다. (참)

15. [출제의도] 합성 함수의 불연속점의 개수 찾기

[해설] 함수 $y=(g\circ f)(x)$의 그래프는 다음과 같다.



$y=(g\circ f)(x)$는 $x=-3,\ -2,\ 0,\ 2,\ 3$에서 불연속이다. 따라서 불연속점은 5개이다.

16. [출제의도] 정규분포의 성질 이해하기

[해설] ㄱ. $f(12)=\mathrm{P}(4\le X\le12)$
$=\mathrm{P}(28\le X\le36)=f(36)$ (참)

ㄴ. $f(k)$가 최대일 때,
$\dfrac{(k-8)+k}{2}=20$이므로 $k=24$이다. (참)

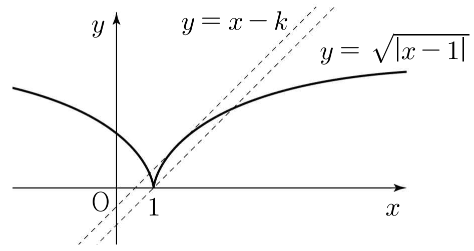
ㄷ. $f(k)$는 $k=24$에 대하여 대칭이다.
$f(k)=f(24-k)$는 $k=12$에 대하여 대칭임을 의미한다. (거짓)

17. [출제의도] 로그함수의 그래프를 이해하고 수열의 합 구하기

[해설] $\mathrm{A}_n(2^{n-1},0)$, $\mathrm{A}_{n+1}(2^n,0)$, $\mathrm{B}_n(2^n,n)$, $\mathrm{C}_n(2^n,-n)$이므로 $S_n=n\cdot2^{n-1}$이다.
$\displaystyle\sum_{k=1}^{10}S_k=S$라 하면
$S=1+2\cdot2+3\cdot2^2+\cdots+10\cdot2^9\cdots\cdots$①
$2S=1\cdot2+2\cdot2^2+3\cdot2^3+\cdots+10\cdot2^{10}\cdots\cdots$②
①-②를 하면
$-S=1+2+2^2+\cdots+2^9-10\cdot2^{10}$
$=-9\cdot2^{10}-1$ 이다. 따라서 $S=9\cdot2^{10}+1$이다.

18. [출제의도] 무리방정식에서 실근의 개수 구하기

[해설]



직선 $y=x-k$가 $(1,0)$을 지나면 $k=1$이다.
$y=\sqrt{x-1}$과 $y=x-k$가 접하는 경우
$x^2-(2k+1)x+k^2+1=0$에서
$D=4k-3=0$ 이므로 $k=\dfrac{3}{4}$이다.
따라서 구하는 k의 범위는 $\dfrac{3}{4}<k<1$이다.
$\therefore$ $100a+b=76$

19. [출제의도] 여사건의 확률 구하기

[해설] 주어진 사건을 A라 하면, 구하는 확률은 $\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)$이다.

1회	2회	3회	4회	
●	●	●		$\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{56}$
○	●	●	●	$\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{56}$
●	○	●	●	$\frac{3}{8}\times\frac{5}{7}\times\frac{2}{6}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{56}$
●	●	○	●	$\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{56}$

$\mathrm{P}(A^C)=\dfrac{1}{14}$이므로 $p=\mathrm{P}(A)=\dfrac{13}{14}$이다.
$\therefore$ $70p=65$

20. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 실생활문제 해결하기

[해설] $k=\frac{4^{\frac{1}{10}}-1}{2^{\frac{1}{10}}-1}=2^{\frac{1}{10}}+1$

그런데 $2^{\frac{11}{10}}=2\cdot 2^{\frac{1}{10}}=2.14$이므로 $2^{\frac{1}{10}}=1.07$

이다. $k=2^{\frac{1}{10}}+1=2.07$ ∴ $100k=207$

21. [출제의도] 로그부등식을 만족하는 최대, 최소 구하기

[해설] ⅰ) $\log_3 x\ge 0$, $\log_3 y \ge 0$인 경우

$x\ge1$, $y\ge1$이고 $xy\le 9$이므로 $y\le \frac{9}{x}$이다.

ⅱ) $\log_3x\ge0$, $\log_3y<0$인 경우

$x\ge1$, $0<y<1$이고 $\frac{x}{y}\le 9$이므로 $y\ge\frac{x}{9}$이다.

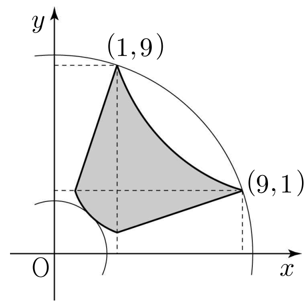
ⅲ) $\log_3x<0$, $\log_3y\ge0$인 경우

$0<x<1$, $y\ge1$이고 $\frac{y}{x}\le9$이므로 $y\le 9x$이다.

ⅳ) $\log_3x<0$, $\log_3y<0$인 경우

$0<x<1$, $0<y<1$이고 $xy\ge\frac{1}{9}$이므로

$y\ge\frac{1}{9x}$이다.



$x^2+y^2=k$라 하면 최댓값은 $(1,9)$, $(9,1)$을 지날 때이므로 $M=82$, 최솟값은 $\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$에서 접할 때이므로 $m=\frac{2}{9}$이다. 따라서 $M+9m=84$이다.

22. [출제의도] 조건부확률 구하기

[해설] A, B, C 라인에서 생산된 사건을 각각 A, B, C, 불량품일 사건을 M이라 할 때,
$P(A)=0.5$, $P(B)=0.3$, $P(C)=0.2$이고
$P(M|A)=0.01$, $P(M|B)=0.03$,
$P(M|C)=0.02$이다.

구하는 확률은 $P(A|M)=\frac{P(A\cap M)}{P(M)}$

$=\frac{P(A\cap M)}{P(A\cap M)+P(B\cap M)+P(C\cap M)}$

$=\frac{0.01\times0.5}{0.01\times0.5+0.03\times0.3+0.02\times0.2}=\frac{5}{18}$

이다. 따라서 $p+q=23$이다.

23. [출제의도] 무한급수의 합 구하기

[해설] $\sqrt{x^2+y^2}:\sqrt{(x-5)^2+y^2}=1:n$이므로

$\left(x+\frac{5}{n^2-1}\right)^2+y^2=\left(\frac{5n}{n^2-1}\right)^2$이다.

T_n의 임의의 두 원소 P, Q에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 최댓값 $M(n)=\frac{10n}{n^2-1}$이다.

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{10M(n)}{n}=50\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+1}\right)=75$$

24. [출제의도] 조합을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설] $n(B)=k$일 때, $A\subset B$를 만족하는 집합 B의 개수는 ${}_5\mathrm{C}_k$이고 집합 A의 개수는 2^k-1개이므로 순서쌍 (A,B)의 개수는 $\sum_{k=1}^{5}{}_5\mathrm{C}_k(2^k-1)$이다.

$\sum_{k=1}^{5}{}_5\mathrm{C}_k(2^k-1)=\sum_{k=0}^{5}{}_5\mathrm{C}_k(2^k-1)$

$=\sum_{k=0}^{5}{}_5\mathrm{C}_k2^k-\sum_{k=0}^{5}{}_5\mathrm{C}_k=(2+1)^5-2^5=211$

25. [출제의도] 도형의 규칙성을 파악하여 무한등비급수의 합 구하기

[해설] 지름이 6인 원의 넓이를 A_0, $(A_0=9\pi)$
C_1에서 그려진 2개 원의 넓이의 합을 A_1,
C_2에서 그려진 4개의 원의 넓이의 합을 A_2,⋯
C_n에서 그려진 2^n개의 원의 넓이의 합을 A_n이라 하자.
C_1에서 바깥 원을 O_1, O_1의 내부에 내접하는 두 원을 크기 순서대로 O_2, O_3라 하면

넓이의 비는 9 : 4 : 1이므로 $A_1=\frac{5}{9}A_0$이다.

C_n에서 한 원과 그 원에 내접하는 두 원의 넓이의 비가 O_1, O_2, O_3의 넓이의 비와 같으므로

$A_n=\frac{5}{9}A_{n-1}$이다.

따라서 C_n에서 색칠된 부분의 넓이를 S_n이라 하면

$\lim_{n\to\infty}S_n=A_0\left\{\frac{5}{9}-\left(\frac{5}{9}\right)^2+\left(\frac{5}{9}\right)^3-\left(\frac{5}{9}\right)^4+\cdots\right\}$

$=\frac{45}{14}\pi$이다. ∴ $p+q=59$

[미분과 적분]

26	⑤	27	②	28	④	29	①	30	53

26. [출제의도] 삼각함수의 배각공식 이해하기

[해설] $\cos\alpha=\frac{2}{\sqrt{13}}$, $\sin\alpha=\frac{3}{\sqrt{13}}$이고,

$\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$이므로

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\left(2\alpha-\frac{\pi}{2}\right)=\sin2\alpha$

$=2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{12}{13}$이다.

27. [출제의도] 삼각함수의 합성 이해하기

[해설] $y=\sqrt{2}\sin x+3\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

$=\frac{3\sqrt{2}}{2}\cos x-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x$

$=\sqrt{5}\cos(x+\alpha)$ (이 때, $\tan\alpha=\frac{1}{3}$)

주어진 함수는 $x=2n\pi-\alpha$(n은 정수)일 때 최댓값을 가지므로 $\tan\theta=\tan(2n\pi-\alpha)=-\frac{1}{3}$이다.

28. [출제의도] 삼각함수의 합 또는 차를 곱으로 변형하기

[해설] $\sin(x+y)-\sin\left\{\frac{\pi}{2}-(x-y)\right\}\ge0$

$2\cos\left(y+\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\ge0$

ⅰ) $\cos\left(y+\frac{\pi}{4}\right)\ge0$, $\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\ge0$인 경우

$\frac{\pi}{4}\le x\le\frac{\pi}{2}$이고 $0\le y\le\frac{\pi}{4}$이다.

ⅱ) $\cos\left(y+\frac{\pi}{4}\right)\le0$, $\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\le0$인 경우

$0\le x\le\frac{\pi}{4}$이고 $\frac{\pi}{4}\le y\le\frac{\pi}{2}$이다.

따라서 $x=\frac{\pi}{4}$, $y=\frac{\pi}{2}$ 일 때 $x+2y$의 최댓값은

$\frac{5}{4}\pi$이다.

29. [출제의도] 삼각함수의 덧셈정리를 이용하여 삼각함수의 값 구하기

[해설] 정육각형의 한 변의 길이를 $4a$라 하면
$\overline{\mathrm{CE}}=4\sqrt{3}a$, $\overline{\mathrm{EM}}=2a$, $\overline{\mathrm{EN}}=a$이고,
$\angle\mathrm{MCE}=\alpha$, $\angle\mathrm{NCE}=\beta$라 하면

$\tan\alpha=\frac{1}{2\sqrt{3}}$, $\tan\beta=\frac{1}{4\sqrt{3}}$이다.

$\tan\theta=\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\frac{2\sqrt{3}}{25}$

30. [출제의도] 삼각방정식 해의 존재조건 구하기

[해설] $\cos^2\frac{x}{2}=\frac{1+\cos x}{2}$을 이용하면

주어진 방정식은 $3\cos^2x-2\cos x=4k-7$이다.
이 방정식의 해는 두 함수 $y=3\cos^2x-2\cos x$와 $y=4k-7$의 그래프의 교점의 x좌표이다.
$\cos x=t$로 치환하면
$y=3t^2-2t(-1\le t\le1)$이고,

$-\frac{1}{3}\le y\le5$이므로 $-\frac{1}{3}\le4k-7\le5$이다.

따라서 $\frac{5}{3}\le k\le3$ 이므로 $30\alpha+\beta=53$이다.

[확률과 통계]

26	⑤	27	①	28	④	29	②	30	25

26. [출제의도] 누적상대도수의 분포표에서 자료 해석하기

[해설] ㄱ. $b=(0.86-0.71)\times200=30$ (참)
ㄴ. $d=(44+46)\div200=0.45$ (참)
ㄷ. 시청자 수가 가장 많은 연령층은 30대이다. (참)

27. [출제의도] 가중평균 이용하여 가중치 구하기

[해설]

A: $\frac{100\times30+90\times30+80\times a+80\times b}{30+30+a+b}=89$

B: $\frac{90\times30+80\times30+70\times a+90\times b}{30+30+a+b}=84$

위의 연립방정식을 풀면 $a=15$, $b=25$이다.
∴ $a-b=-10$

28. [출제의도] 평균과 표준편차 이해하기

[해설] 평균 $6=\frac{5+7+8+a+b}{5}$

$\sigma^2=\frac{(-1)^2+1^2+2^2+(a-6)^2+(b-6)^2}{5}$

위의 두 식에서 $\sigma^2=\frac{2a^2-20a+58}{5}$이다.

$\sqrt{2}\le\sigma\le2$이므로 $2\le\frac{2a^2-20a+58}{5}\le4$

이다. 따라서
$5-\sqrt{6}\le a\le4$ 또는 $6\le a\le5+\sqrt{6}$이다.
구하는 순서쌍은 $(3,7)$, $(4,6)$, $(6,4)$, $(7,3)$이므로 모두 4개이다.

29. [출제의도] 줄기와 잎 그림에서 자료 해석하기

[해설] ㄱ. 중앙값은 54.5이다. (거짓)
ㄴ. 최빈값이 86이므로 최빈값이 속한 계급의 계급값은 90이다. (거짓)
ㄷ. 도수가 세 번째로 큰 계급은 20~40이다. (참)

30. [출제의도] 분산 구하기

[해설] 남자 10명의 실제 몸무게를 각각 a_1, a_2, $\cdots$, a_{10}, 이 중에서 잘못 기록한 학생의 실제 몸무게를 a_i라 하자.
잘못 기록한 경우의 10명의 몸무게의 합은 600kg이고 실제 10명의 몸무게의 합은 650kg이므로 몸무게의 차이는 50kg이다.
잘못 기록한 몸무게의 분산

$10^2=\frac{1}{10}\{(a_1-60)^2+(a_2-60)^2+\cdots$
$+(a_i-50-60)^2+\cdots+(a_{10}-60)^2\}$ ⋯⋯①

실제 몸무게의 분산

$\sigma^2=\frac{1}{10}\{(a_1-65)^2+(a_2-65)^2+\cdots$
$+(a_i-65)^2+\cdots+(a_{10}-65)^2\}$ ⋯⋯②

①, ②를 연립하여 풀면 $\sigma^2 = 25$이다.

[이산수학]

26	②	*27*	①	*28*	⑤	*29*	④	*30*	20

26. [출제의도] 중복순열을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설]

천	백	십	일		
1	△	△	△	……	$3^3 = 27$ 개
2	1	△	△	……	$3^2 = 9$ 개
2	2	△	△	……	$3^2 = 9$ 개
2	3	1	△	……	3 개
2	3	2	1	……	1 개

따라서 2322보다 작은 수는 모두 49개이다.

27. [출제의도] 조합의 수 구하기

[해설] 앞면이 나온 횟수의 합이 6인 경우의 수는 갑, 을 두 사람이 던진 12번 중에서 앞면이 6번 나온 경우의 수와 같으므로 ${}_{12}C_6 = 924$가지이다.

28. [출제의도] 합의 법칙을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설] ⅰ) $f(2) = 1$인 경우

$f(1) = 2$ 또는 $f(3) = 2$이므로 $2 \times 3! = 12$개이다.

ⅱ) $f(2) = 2$인 경우

$f(1) = 4$ 이고 $f(3) = 5$와

$f(1) = 5$ 이고 $f(3) = 4$가 제외되므로

$4! - 2 \times 2! = 20$개이다.

$f(2) = 3$ 또는 4인 경우는 ⅱ)와 같고 $f(2) = 5$인 경우는 ⅰ)과 같으므로

f의 개수는 $12 \times 2 + 20 \times 3 = 84$개이다.

29. [출제의도] 같은 것을 포함하는 순열 이해하기

[해설] '꿈'에서 출발하여 '다'까지 최단거리로 가는 경우의 수는 $\dfrac{6!}{3!3!} = 20$이다.

30. [출제의도] 조합을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설] ⅰ) [블록2]를 1개 사용하는 경우, ${}_6C_1$개

ⅱ) [블록2]를 2개 사용하는 경우, ${}_5C_2$개

ⅲ) [블록2]를 3개 사용하는 경우, ${}_4C_1$개

$\therefore\ 6 + 10 + 4 = 20$

[나 형]

1	①	***2***	①	***3***	④	***4***	⑤	***5***	②
6	②	***7***	③	***8***	④	***9***	④	***10***	①
11	①	***12***	③	***13***	⑤	***14***	③	***15***	②
16	②	***17***	③	***18***	25	***19***	18	***20***	207
21	22	***22***	24	***23***	75	***24***	79	***25***	59
26	③	***27***	⑤	***28***	④	***29***	⑤	***30***	20

1~2. '가'형과 같음.

3. [출제의도] 수열의 극한값 구하기

[해설] $f(-2) + f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{2} + 0 = \dfrac{1}{2}$

4. '가'형과 같음.

5.[출제의도] 연립일차방정식의 해가 무수히 많을 조건 구하기

[해설] 주어진 연립일차방정식을 정리하면

$\begin{pmatrix} a+1 & 1-b \\ b+1 & a-1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$이고

$\begin{pmatrix} a+1 & 1-b \\ b+1 & a-1 \end{pmatrix}$의 역행렬이 존재하지 않으므로

$(a+1)(a-1) - (1-b)(b+1) = 0$이다.

따라서 $a^2 + b^2 = 2$이므로 도형의 둘레의 길이는 $2\sqrt{2}\,\pi$이다.

6~7. '가'형과 같음.

8. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 식의 값 구하기

[해설] $3^x + 3^{-x} = 3$이므로

$3^{2x} + 3^{-2x} = (3^x + 3^{-x})^2 - 2 = 7$이고

$3^{4x} + 3^{-4x} = (3^{2x} + 3^{-2x})^2 - 2 = 47$이다.

$\therefore$ (준식)$= \dfrac{47+1}{7+1} = 6$

9. '가'형과 같음.

10. [출제의도] 등차수열의 성질 이해하기

[해설] $2a_{n+1} = a_{n+2} + a_n$이므로

$a_{n+2}x^2 + (a_{n+2} + a_n)x + a_n = 0$이다.

$(a_{n+2}x + a_n)(x+1) = 0 \quad \therefore\ b_n = -\dfrac{a_n}{a_{n+2}}$

수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면

$$\frac{b_n}{b_n+1} = \frac{-\dfrac{a_n}{a_{n+2}}}{\dfrac{-a_n + a_{n+2}}{a_{n+2}}} = \frac{-a_1 - (n-1)d}{2d}$$

이므로 공차는 $-\dfrac{1}{2}$이다.

11. [출제의도] 수열의 극한값 구하기

[해설]

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sum_{k=1}^{n}(2k-1)^2}{\sum_{k=1}^{2n}(2k)^2} = \lim_{n\to\infty}\frac{\sum_{k=1}^{n}(4k^2-4k+1)}{\sum_{k=1}^{2n}4k^2}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{\dfrac{4n(n+1)(2n+1)}{6} - \dfrac{4n(n+1)}{2} + n}{\dfrac{4\cdot 2n(2n+1)(4n+1)}{6}}$$

$$= \frac{1}{8}$$

12. '가'형과 같음.

13. [출제의도] 역행렬 구하기

[해설] $(A - 3E)(A + 4E) = -9E$

$(A - 3E)\left\{-\dfrac{1}{9}(A + 4E)\right\} = E$

$\therefore\ (A - 3E)^{-1} = -\dfrac{1}{9}(A + 4E)$

14. [출제의도] 수열의 일반항 구하기

[해설] (가) $\boxed{2n}$, (나) $\boxed{d(n^2) - 1}$,

(다) $\boxed{\dfrac{d(n^2)+1}{2}}$

15. [출제의도] 상용로그의 지표와 가수의 성질 이해하기

[해설] $10^{f(x)+g(x)} = x$의 양변에 상용로그를 취하면 $f(x) + g(x) = \log x$이다.

즉, $\log x$의 지표가 $f(x)$, 가수가 $g(x)$이다.

$f(a) = 3$이므로 $\log a$의 지표는 3이다.

$\log a = 3 + g(a)$

$\log\sqrt{a} = \dfrac{3}{2} + \dfrac{g(a)}{2} = 1 + \left\{\dfrac{1}{2} + \dfrac{g(a)}{2}\right\}$

$\log\sqrt{a}$ 의 가수는 $\dfrac{1}{2} + \dfrac{g(a)}{2}$이다.

$g(a) + g(\sqrt{a}) = g(a) + \left\{\dfrac{1}{2} + \dfrac{g(a)}{2}\right\} = 1$이므로

$g(a) = \dfrac{1}{3}$이다.

따라서 $\log a = 3 + \dfrac{1}{3} = \dfrac{10}{3}$이므로 $a = 10^{\frac{10}{3}}$이다.

16. [출제의도] 행렬의 거듭제곱 계산하기

[해설] $A^{n+2} = A^{n+1} - A^n$에서

$A^3 = A^2 - A$

$A^4 = A^3 - A^2 = (A^2 - A) - A^2 = -A$

$A^5 = A^4 - A^3 = -A - (A^2 - A) = -A^2$

$A^6 = A^5 - A^4 = -A^2 - (-A) = -A^2 + A$

$A^7 = A^6 - A^5 = -A^2 + A - (-A^2) = A$

$\therefore\ A^{2009} = (A^7)^{287} = A^{287} = (A^7)^{41} = A^{41}$

$= (A^7)^5 A^6 = A^5 A^6 = A^{11} = A^7 A^4$

$= AA^4 = A^5 = -A^2$

17. [출제의도] 등비수열의 합 구하기

[해설] n행에 있는 수들의 합을 S_n이라 하면

$S_n = \dfrac{1}{3^{n-1}} + \dfrac{1}{3^{n-2}} + \cdots + \dfrac{1}{3} + 1$

$= \dfrac{3}{2}\left\{1 - \left(\dfrac{1}{3}\right)^n\right\}$이다.

$\displaystyle\sum_{k=1}^{10} S_k = \frac{3}{2}\sum_{k=1}^{10}\left\{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^k\right\} = \frac{3}{4}\left\{19 + \left(\frac{1}{3}\right)^{10}\right\}$

18. [출제의도] 극한의 성질을 이용하여 미지수의 값 구하기

[해설] 극한값이 존재하므로 $a = 0$이다.

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{bn+5}{5n+5} = \lim_{n\to\infty}\frac{b + \frac{5}{n}}{5 + \frac{5}{n}} = \frac{b}{5} = 5$이므로

$b = 25$이다. 따라서 $a + b = 25$이다.

19. [출제의도] 로그의 밑과 진수 조건 구하기

[해설] 밑 $x - 3 > 0$이고 $x - 3 \neq 1$이므로

$3 < x < 4$ 또는 $x > 4$이다.

진수 $-x^2 + 11x - 24 > 0$이므로

$3 < x < 8$이다.

두 조건을 동시에 만족하는 정수는 5, 6, 7이다.

$\therefore\ 5 + 6 + 7 = 18$

20. '가'형과 같음.

21. [출제의도] 등차수열 합의 최솟값 구하기

[해설] 수열 $\{a_n\}$에서 첫째항을 a, 공차를 d라 하면

$a_3 = a + 2d = 40$, $a_8 = a + 7d = 30$이고

$a = 44$, $d = -2$이므로 $a_n = -2n + 46$이다.

$\therefore\ a_{2n} = -4n + 46$

$|a_2 + a_4 + \cdots + a_{2n}| = |-2n^2 + 44n|$

따라서 최소가 되는 자연수 n은 22이다.

22. [출제의도] 행렬의 곱셈의 성질 이해하기

[해설] $A = (p\ \ q)$, $B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$라 하자.

$MA + B = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}(p\ \ q) + \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$의 성분의 합은

$-(p+q) + (a+b+c+d)$

$= -(p+q) + 18 = -6$이다. $\quad\therefore\ p + q = 24$

따라서 A의 모든 성분의 합은 24이다.

23. '가'형과 같음.

24. [출제의도] 역행렬을 이용하여 실생활문제 해결하기

[해설] $\begin{cases} x + y = 30 \\ x(1-0.2)^2 + y(1-0.3)^2 = 15 \end{cases}$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0.64 & 0.49 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ 15 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0.64 & 0.49 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 30 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{49}{15} & \dfrac{20}{3} \\ \dfrac{64}{15} & -\dfrac{20}{3} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 30 \\ 15 \end{pmatrix}$

A의 (2, 1)성분은 $\dfrac{64}{15}$이므로 $a + b = 79$이다.

25. '가'형과 같음.

26. [출제의도] 지수와 로그의 성질 이해하기

[해설] $a = \log_2 c$, $b = \log_2 d$

ㄱ. $c^b = c^{\log_2 d} = d^{\log_2 c} = d^a$ (참)

ㄴ. $a + b = \log_2 c + \log_2 d = \log_2 cd$ (참)

ㄷ. $\dfrac{a}{b} = \dfrac{\log_2 c}{\log_2 d} = \log_d c$ (거짓)

27. [출제의도] $\sum$의 성질을 이해하기

[해설] (준식)$= 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + 12^3$

$$= \sum_{k=1}^{12} k^3 = 6084$$

28. [출제의도] 수열의 극한값 구하기

[해설] $n = \dfrac{(n+1)^2}{a_{n+1}} - \dfrac{n^2}{a_n}$, $b_n = \dfrac{n^2}{a_n}$라 하면

주어진 식은 $b_{n+1} - b_n = n$으로 표현된다.

$$b_n = b_1 + \sum_{k=1}^{n-1}(b_{k+1} - b_k) = \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} k$$

$= \dfrac{n^2 - n + 1}{2}$ 이므로 $\dfrac{n^2}{a_n} = \dfrac{n^2 - n + 1}{2}$ 이다.

$a_n = \dfrac{2n^2}{n^2 - n + 1}$ $\quad \therefore \lim\limits_{n \to \infty} a_n = 2$

29. [출제의도] 로그를 활용하여 실생활문제 해결하기

[해설] 원산지 생산가격을 a, 비율을 r라 하자.

$a(1+r)^5 = 2.24a$, $(1+r)^5 = 2.24$

$5\log(1+r) = \log 2.24 = 0.35$

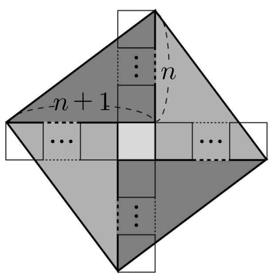
$\log(1+r) = 0.07 = \log 1.17 \quad \therefore 1 + r = 1.17$

$\dfrac{a(1+r)}{a(1+r)^5} \times 100 = \dfrac{1.17}{2.24} \times 100 \fallingdotseq 52$이므로

약 52%이다.

30. [출제의도] 도형의 규칙성을 파악하여 극한값 구하기

[해설]



$S_n = 2n(n+1) + 1 = 2n^2 + 2n + 1$

$$\therefore \lim_{n \to \infty} \frac{10S_n}{n^2} = \lim_{n \to \infty} \frac{10(2n^2 + 2n + 1)}{n^2} = 20$$