



5. 2의 네제곱근 중 양수인 것을  $x$ 라 할 때,  $x^n$ 이 세 자리의 자연수가 되도록 하는 모든 자연수  $n$ 의 값의 합은? [3점]

- ① 96      ② 97      ③ 98      ④ 99      ⑤ 100

6. 수직선 위의 서로 다른 두 점  $A(a)$ ,  $B(b)$ 에 대하여 선분  $AB$ 를 2:1로 내분하는 점과 외분하는 점을 각각  $P(c)$ ,  $Q(d)$ 라 하자. 행렬  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않을 때,  $\frac{b}{a}$ 의 값은? [3점]

- ① 2      ②  $\frac{3}{2}$       ③  $\frac{3}{4}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

7. 수렴하는 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_n + 2 < 3a_{n+1} < 2a_n + 1 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

이 성립할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③ 1      ④  $\frac{4}{3}$       ⑤  $\frac{5}{3}$

8. 수열  $\{\sqrt{16^n + a^n} - 4^n\}$ 이 수렴하도록 하는 자연수  $a$ 의 개수는? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9.  $\log x = 5.65$ ,  $\log y = -1.35$ 를 만족시키는 두 양수  $x$ ,  $y$ 를

$$x = a \times 10^m \quad (m \text{은 정수}, 1 \leq a < 10)$$

$$y = b \times 10^n \quad (n \text{은 정수}, 1 \leq b < 10)$$

으로 나타낼 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ.  $\frac{x}{y}$ 의 값은 자연수이다.

ㄴ.  $m+n=4$

ㄷ.  $ab > 10$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄴ, ㄷ

10. 함수  $y = x^2$ 의 그래프 위에 다음 조건을 만족시키도록 점  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ , ... 을 차례로 정한다.

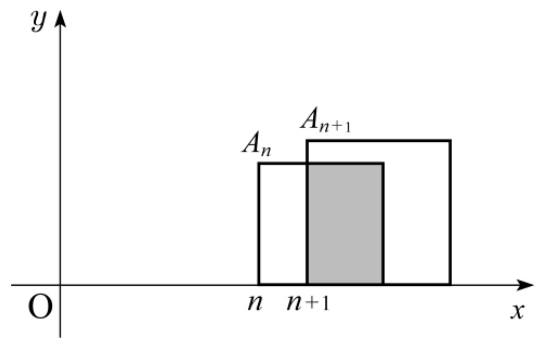
(가) 점  $P_1$ 의 좌표는  $(1, 1)$ 이다.

(나) 직선  $P_n P_{n+1}$ 의 기울기는  $n$ 이다. ( $n=1, 2, 3, \dots$ )

점  $P_{2009}$ 의  $x$ 좌표는? [4점]

- ① 1001                      ② 1002                      ③ 1003  
 ④ 1004                      ⑤ 1005

11.  $n$ 이 3 이상의 자연수일 때, 네 점  $(n, 0)$ ,  $(\frac{3n}{2}, 0)$ ,  $(\frac{3n}{2}, \frac{n}{2})$ ,  $(n, \frac{n}{2})$ 을 꼭짓점으로 하는 정사각형을  $A_n$ 이라 하자. 두 정사각형  $A_n$ ,  $A_{n+1}$ 이 겹치는 부분(어두운 부분)의 넓이를  $a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=3}^{10} \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{113}{45}$                       ②  $\frac{116}{45}$                       ③  $\frac{118}{45}$   
 ④  $\frac{121}{45}$                       ⑤  $\frac{124}{45}$

12. 두 이차정사각행렬  $A$ ,  $B$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $A(E+B) = E$

(나)  $AB - BA = A + B$

다음 중 행렬  $(AB)^{20}$ 과 항상 같은 것은? (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [4점]

- ①  $-E$                       ②  $20E$                       ③  $-A$                       ④  $A$                       ⑤  $20A$

13. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여 등식

$$\sum_{k=1}^{2n} \frac{(-1)^{k-1}}{k} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k} \quad \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

$S_n = \sum_{k=1}^{2n} \frac{(-1)^{k-1}}{k}$ ,  $T_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$  이라 하자.

(1)  $n=1$ 일 때,  $S_1 = \boxed{\text{(가)}} = T_1$  이므로 (\*)이 성립한다.

(2)  $n=m$ 일 때, (\*)이 성립한다고 가정하면

$$S_{m+1} = S_m + \boxed{\text{(나)}}$$

$$T_{m+1} = \frac{1}{m+2} + \frac{1}{m+3} + \frac{1}{m+4} + \dots + \frac{1}{2m+2}$$

$$= T_m - \boxed{\text{(다)}} + \frac{1}{2m+1} + \frac{1}{2m+2}$$

$$= T_m + \boxed{\text{(나)}}$$

이므로  $n=m+1$ 일 때도 (\*)이 성립한다.

따라서 모든 자연수  $n$ 에 대하여 (\*)이 성립한다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 들어갈 것으로 알맞은 것은? [3점]

- |   | (가)           | (나)                               | (다)             |
|---|---------------|-----------------------------------|-----------------|
| ① | 1             | $\frac{1}{2m+1}$                  | $\frac{1}{m}$   |
| ② | 1             | $\frac{1}{2m+1}$                  | $\frac{1}{m+1}$ |
| ③ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2m+1} - \frac{1}{2m+2}$ | $\frac{1}{m+1}$ |
| ④ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2m+1} - \frac{1}{2m+2}$ | $\frac{1}{m}$   |
| ⑤ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2m+1}$                  | $\frac{1}{m+1}$ |

14. 수열  $\{(-1)^{n-1}\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때, <보기>의 수열 중 수렴하는 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]

<보 기>

ㄱ.  $\{S_n\}$

ㄴ.  $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$

ㄷ.  $\left\{\frac{S_1+S_2+S_3+\dots+S_n}{n}\right\}$

- ① ㄴ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄴ, ㄷ

15. 집합  $S = \{X \mid X^2 = O, X \text{는 이차정사각행렬}\}$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ.  $A \in S$ 이면  $A$ 의 역행렬이 존재하지 않는다.

ㄴ. 이차정사각행렬  $A$ 의 역행렬이 존재하지 않으면  $A \in S$ 이다.

ㄷ.  $A \in S, B \in S$ 이면  $AB \in S$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄴ, ㄷ

16. 원기둥 모양의 수도관에서 단면인 원의 넓이를  $S$ , 원의 둘레의 길이를  $L$ 이라 하고, 수도관의 기울기를  $I$ 라 하자. 이 수도관에서 물이 가득 찬 상태로 흐를 때 물의 속력을  $v$ 라 하면

$$v = c \left( \frac{S}{L} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot I^{\frac{1}{2}} \quad (\text{단, } c \text{는 상수이다.})$$

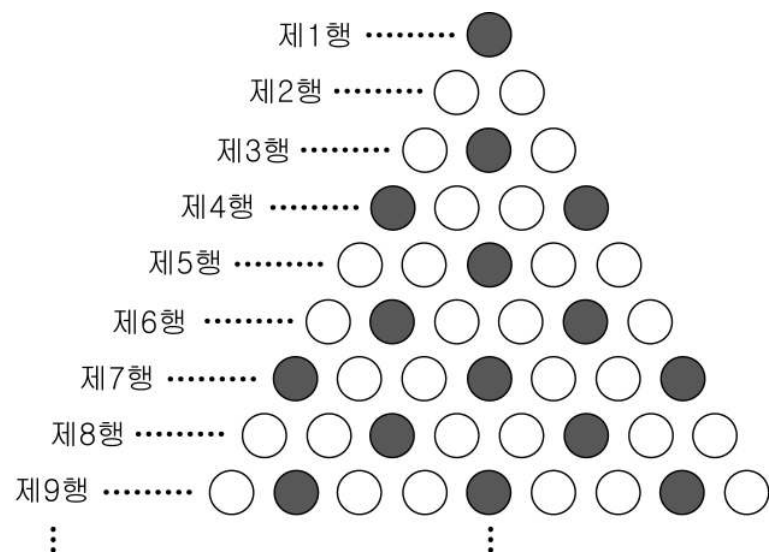
이 성립한다고 한다.

단면인 원의 반지름의 길이가 각각  $a, b$ 인 원기둥 모양의 두 수도관 A, B에서 물이 가득 찬 상태로 흐르고 있다. 두 수도관 A, B의 기울기가 각각 0.01, 0.04이고, 흐르는 물의 속력을 각각  $v_A, v_B$ 라고 하자.  $\frac{v_A}{v_B} = 2$ 일 때,  $\frac{a}{b}$ 의 값은? (단, 두 수도관 A, B에 대한 상수  $c$ 의 값은 서로 같다.) [4점]

- ① 4      ②  $4\sqrt{2}$       ③ 8      ④  $8\sqrt{2}$       ⑤ 16

17. 그림은 다음과 같은 규칙으로 제  $n$ 행에  $n$ 개의 바둑돌을 놓은 것이다. ( $n=1, 2, 3, \dots$ )

- (가) 제1행에는 검은 돌, 제2행에는 흰 돌을 놓는다.  
 (나) 각 행에 놓은 바둑돌은 좌우대칭이 되도록 한다.  
 (다) 각 행에서 두 검은 돌 사이에는 흰 돌을 두 개 놓는다.  
 (라) 각 행에서 흰 돌은 세 개 이상 연속되지 않게 놓는다.



제  $n$ 행에 놓인 검은 돌의 개수를  $a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 135      ② 140      ③ 145  
 ④ 150      ⑤ 155

## 단답형(18~25)

18.  $\log_3 4^3 \times \log_2 9^3$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 첫째항이 1인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_2 + a_4 = 2(a_5 - 4)$ 일 때, 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 합을 구하시오. [3점]

20. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여  $(A^n)^2 = E$ 를 만족시키는 100 이하의 자연수  $n$ 의 개수를 구하시오. (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [3점]

21. 자연수  $n$ 에 대하여  $n^2$ 을 6으로 나눈 나머지를  $a_n$ 이라 할 때,  $a_n = 4$ 를 만족시키는 100 이하의 자연수  $n$ 의 개수를 구하시오.

[3점]

22. 행렬  $A = \begin{pmatrix} m & 0 \\ m-5 & 5 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $A^n$ 의 모든 성분의 합이  $2^{49}$ 이 되도록 하는 두 자연수  $m, n$ 의 순서쌍  $(m, n)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

23.  $\log_3 n$ 의 정수부분과  $\log_4 n$ 의 정수부분이 같도록 하는 두 자연수  $n$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

# 수리 영역

**‘나’형**

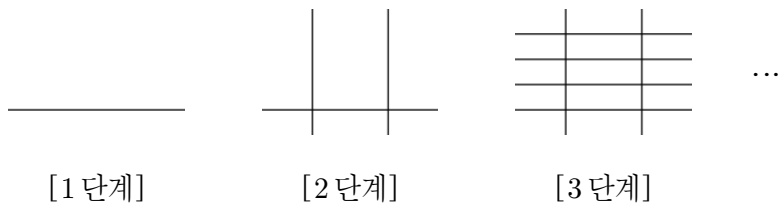
24. 자연수  $k$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\log k$ 의 지표는 5이다.
- (나)  $\log \frac{\sqrt{k}}{7}$ 의 가수는 0이다.

$\frac{k}{1000}$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 한 평면 위에 다음과 같은 규칙으로 직선들을 차례로 그려 나간다.

- [1 단계] : 직선을 1개 그린다.
- [2 단계] : [1 단계]에서 그린 직선과 수직인 직선을 2개 그린다.
- [3 단계] : [2 단계]에서 그린 직선과 수직인 직선을 3개 그린다.
- ⋮
- [ $n$  단계] : [ $(n-1)$  단계]에서 그린 직선과 수직인 직선을  $n$ 개 그린다. ( $n=2, 3, 4, \dots$ )



[1 단계]부터 [ $n$  단계]까지 그린 직선들의 모든 교점의 개수를  $a_n$  ( $n=2, 3, 4, \dots$ )이라 하자. 예를 들어,  $a_2 = 2$ ,  $a_3 = 8$ 이다.  $a_{15} - a_{14}$ 의 값을 구하시오. (단, 모든 직선은 서로 겹치지 않도록 그린다.) [4점]

**5지 선다형**

26.  $x, y$ 에 대한 연립방정식  $\begin{pmatrix} a+2 & 1 \\ 3 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 이  $x=0, y=0$  이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수  $a$ 의 값의 합은? [3점]

- ① -3
- ② -2
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 3

27. 실수  $a, b$ 에 대하여  $3^a = 12^b = 6$ 이 성립할 때,  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 의 값은? [3점]

- ① 2
- ②  $\frac{5}{3}$
- ③  $\frac{4}{3}$
- ④ 1
- ⑤  $\frac{2}{3}$

28. 수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = 1, \quad pa_{n+1} = qa_n + 1 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단,  $p, q$ 는 0이 아닌 실수이다.) [4점]

< 보 기 >

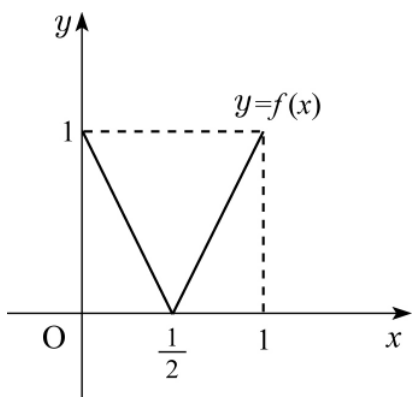
ㄱ.  $p=q$ 일 때, 수열  $\{a_n\}$ 은 등차수열이다.

ㄴ.  $p \neq q$ 일 때, 수열  $\left\{a_n - \frac{1}{p-q}\right\}$ 은 등비수열이다.

ㄷ.  $-1 < \frac{q}{p} < 1$ 일 때, 수열  $\{a_n\}$ 은 수렴한다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 그림은 함수  $f(x) = 2 \left| x - \frac{1}{2} \right|$  ( $0 \leq x \leq 1$ )의 그래프이다.



자연수  $n$ 에 대하여 집합  $A_n$ 을

$$A_n = \left\{ x \mid f^n(x) = 1, 0 \leq x \leq 1 \right\}$$

이라 할 때, 집합  $A_n$ 의 원소의 개수를  $a_n$ 이라 하자. 예를 들어

$$A_1 = \left\{ 0, 1 \right\}, \quad A_2 = \left\{ 0, \frac{1}{2}, 1 \right\} \text{이므로 } a_1 = 2, \quad a_2 = 3 \text{이다.}$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n+1}}$ 의 값은? (단,  $f^1 = f, f^{n+1} = f \circ f^n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ )이다.) [4점]

- ①  $\frac{1}{4}$                       ②  $\frac{1}{2}$                       ③  $\frac{2}{3}$                       ④  $\frac{3}{4}$                       ⑤ 1

단답형

30. 어느 컴퓨터 게임은 1000 cal의 에너지와 100점에서 시작되어 게임자가 아이템 P 또는 Q를 획득할 때마다 에너지가 소모되면서 점수를 얻는 방식으로 진행된다. 이때, 게임자가 아이템 P를 한 개 획득할 때마다 2cal의 에너지가 소모되면서 10점을 얻고, 아이템 Q를 한 개 획득할 때마다 3cal의 에너지가 소모되면서 20점을 얻는다.

이 게임을 시작하여 두 가지 아이템 P, Q를 각각  $x$ 개,  $y$ 개 획득했을 때, 행렬  $A$ 를

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1000 \\ 100 \end{pmatrix}$$

이라 하면 행렬  $A$ 의 제1행의 성분은 남아 있는 에너지를 나타내고, 제2행의 성분은 현재의 점수를 나타낸다. 네 상수  $a, b, c, d$ 의 합  $a+b+c+d$ 의 값을 구하시오. [3점]

※ 확인 사항  
 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.