

5. 어느 나라의 올해 물가지수는 전년도에 비해 4% 상승하였다. 이 나라의 물가지수가 매년 이러한 비율로 상승한다고 할 때, 물가지수가 처음으로 올해의 2배 이상이 되는 해는 앞으로 몇 년 후인가? (단, $\log 2 = 0.301$, $\log 1.04 = 0.017$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

6. 두 사건 A , B 가 다음 조건을 만족시킬 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

$$(가) P(A \cup B) = 0.6$$

$$(나) P(A) \{1 - P(B|A)\} = 0.2$$

- ① 0.1 ② 0.2 ③ 0.3 ④ 0.4 ⑤ 0.5

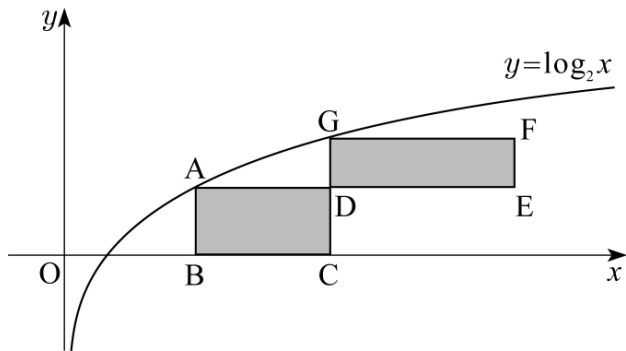
7. 서로 다른 세 종류의 과일이 각각 2개씩 모두 6개가 들어 있는 바구니가 있다. 이 바구니에서 4개의 과일을 선택하여 4명의 학생에게 각각 한 개씩 나누어 주는 방법의 수는? (단, 같은 종류의 과일은 서로 구별하지 않는다.) [3점]

- ① 48 ② 54 ③ 60 ④ 66 ⑤ 72

8. 수열 $\{\sqrt{16^n + a^n} - 4^n\}$ 이 수렴하도록 하는 자연수 a 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 그림은 각 변이 x 축 또는 y 축에 평행한 두 직사각형 ABCD, DEFG를 나타낸 것이다. 두 점 A, G는 곡선 $y = \log_2 x$ 위의 점이고, 두 점 B, C는 x 축 위의 점이다.



두 직사각형 ABCD, DEFG가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overline{AD} : \overline{DE} = 2 : 3$ 이고, $\overline{DG} = 1$ 이다.
- (나) 두 직사각형 ABCD, DEFG의 넓이는 서로 같다.

점 E의 x 좌표는? [4점]

- ① $\frac{15}{2}$
- ② 8
- ③ $6\sqrt{2}$
- ④ $\frac{19}{2}$
- ⑤ $7\sqrt{2}$

10. 함수 $y = x^2$ 의 그래프 위에 다음 조건을 만족시키도록 점 P_1, P_2, P_3, \dots 을 차례로 정한다.

- (가) 점 P_1 의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.
- (나) 직선 $P_n P_{n+1}$ 의 기울기는 n 이다. ($n = 1, 2, 3, \dots$)

점 P_{2009} 의 x 좌표는? [4점]

- ① 1001
- ② 1002
- ③ 1003
- ④ 1004
- ⑤ 1005

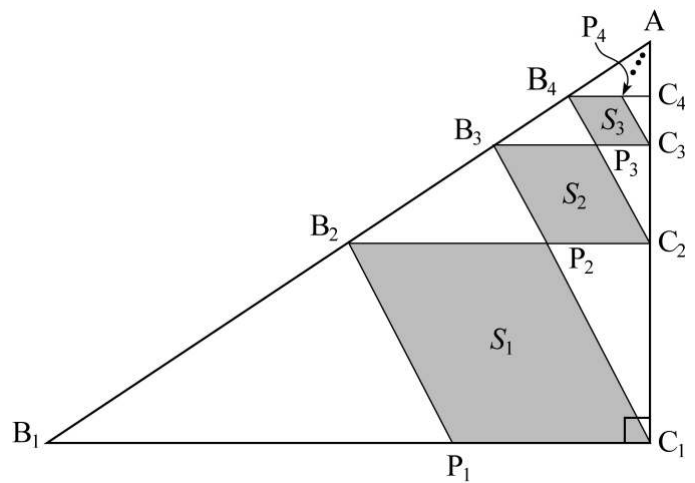
11. $\angle A = 60^\circ, \angle B_1 = 30^\circ, \overline{AC_1} = 6$ 인 직각삼각형 AB_1C_1 이 있다. 선분 B_1C_1 을 2:1로 내분하는 점을 P_1 이라 하자.

두 선분 AB_1, AC_1 의 중점을 각각 B_2, C_2 라 하고, 선분 B_2C_2 를 2:1로 내분하는 점을 P_2 라 할 때, 네 점 B_2, P_1, C_1, P_2 를 꼭짓점으로 하는 사각형 $B_2P_1C_1P_2$ 를 만든다.

두 선분 AB_2, AC_2 의 중점을 각각 B_3, C_3 이라 하고, 선분 B_3C_3 을 2:1로 내분하는 점을 P_3 이라 할 때, 네 점 B_3, P_2, C_2, P_3 을 꼭짓점으로 하는 사각형 $B_3P_2C_2P_3$ 을 만든다.

두 선분 AB_3, AC_3 의 중점을 각각 B_4, C_4 라 하고, 선분 B_4C_4 를 2:1로 내분하는 점을 P_4 라 할 때, 네 점 B_4, P_3, C_3, P_4 를 꼭짓점으로 하는 사각형 $B_4P_3C_3P_4$ 를 만든다.

이와 같은 과정을 계속할 때, 사각형 $B_{n+1}P_nC_nP_{n+1}$ 의 넓이를 S_n ($n = 1, 2, 3, \dots$)이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $8\sqrt{3}$
- ② $7\sqrt{3}$
- ③ $6\sqrt{3}$
- ④ $5\sqrt{3}$
- ⑤ $4\sqrt{3}$

12. 두 이차정사각행렬 A, B 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $A(E+B) = E$
- (나) $AB - BA = A + B$

다음 중 행렬 $(AB)^{20}$ 과 항상 같은 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

- ① $-E$
- ② $20E$
- ③ $-A$
- ④ A
- ⑤ $20A$

13. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 등식

$$\sum_{k=1}^{2n} \frac{(-1)^{k-1}}{k} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k} \quad \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

$S_n = \sum_{k=1}^{2n} \frac{(-1)^{k-1}}{k}$, $T_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}$ 이라 하자.

(1) $n=1$ 일 때, $S_1 = \boxed{\text{(가)}} = T_1$ 이므로 (*)이 성립한다.

(2) $n=m$ 일 때, (*)이 성립한다고 가정하면

$$S_{m+1} = S_m + \boxed{\text{(나)}}$$

$$T_{m+1} = \frac{1}{m+2} + \frac{1}{m+3} + \frac{1}{m+4} + \dots + \frac{1}{2m+2}$$

$$= T_m - \boxed{\text{(다)}} + \frac{1}{2m+1} + \frac{1}{2m+2}$$

$$= T_m + \boxed{\text{(나)}}$$

이므로 $n=m+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

따라서 모든 자연수 n 에 대하여 (*)이 성립한다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 들어갈 것으로 알맞은 것은? [3점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|---------------|-----------------------------------|-----------------|
| ① | 1 | $\frac{1}{2m+1}$ | $\frac{1}{m}$ |
| ② | 1 | $\frac{1}{2m+1}$ | $\frac{1}{m+1}$ |
| ③ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2m+1} - \frac{1}{2m+2}$ | $\frac{1}{m+1}$ |
| ④ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2m+1} - \frac{1}{2m+2}$ | $\frac{1}{m}$ |
| ⑤ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2m+1}$ | $\frac{1}{m+1}$ |

14. 수열 $\{(-1)^{n-1}\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, <보기>의 수열 중 수렴하는 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]

<보 기>

ㄱ. $\{S_n\}$

ㄴ. $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$

ㄷ. $\left\{\frac{S_1+S_2+S_3+\dots+S_n}{n}\right\}$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

15. 집합 $S = \{X \mid X^2 = O, X \text{는 이차정사각행렬}\}$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $A \in S$ 이면 A 의 역행렬이 존재하지 않는다.

ㄴ. 이차정사각행렬 A 의 역행렬이 존재하지 않으면 $A \in S$ 이다.

ㄷ. $A \in S, B \in S$ 이면 $AB \in S$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

16. 원기둥 모양의 수도관에서 단면인 원의 넓이를 S , 원의 둘레의 길이를 L 이라 하고, 수도관의 기울기를 I 라 하자. 이 수도관에서 물이 가득 찬 상태로 흐를 때 물의 속력을 v 라 하면

$$v = c \left(\frac{S}{L} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot I^{\frac{1}{2}} \quad (\text{단, } c \text{는 상수이다.})$$

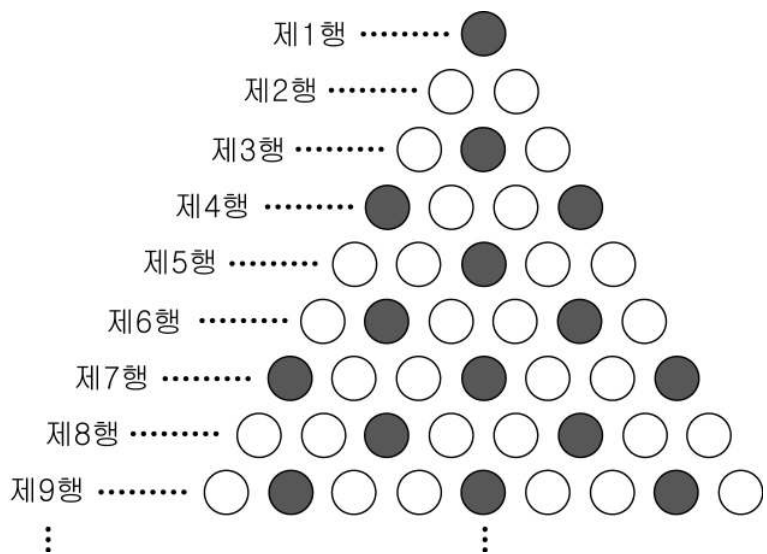
이 성립한다고 한다.

단면인 원의 반지름의 길이가 각각 a, b 인 원기둥 모양의 두 수도관 A, B에서 물이 가득 찬 상태로 흐르고 있다. 두 수도관 A, B의 기울기가 각각 0.01, 0.04이고, 흐르는 물의 속력을 각각 v_A, v_B 라고 하자. $\frac{v_A}{v_B} = 2$ 일 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은? (단, 두 수도관 A, B에 대한 상수 c 의 값은 서로 같다.) [4점]

- ① 4 ② $4\sqrt{2}$ ③ 8 ④ $8\sqrt{2}$ ⑤ 16

17. 그림은 다음과 같은 규칙으로 제 n 행에 n 개의 바둑돌을 놓은 것이다. ($n=1, 2, 3, \dots$)

- (가) 제1행에는 검은 돌, 제2행에는 흰 돌을 놓는다.
- (나) 각 행에 놓은 바둑돌은 좌우대칭이 되도록 한다.
- (다) 각 행에서 두 검은 돌 사이에는 흰 돌을 두 개 놓는다.
- (라) 각 행에서 흰 돌은 세 개 이상 연속되지 않게 놓는다.



제 n 행에 놓인 검은 돌의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값은?

[4점]

- ① 135 ② 140 ③ 145
④ 150 ⑤ 155

단답형(18~25)

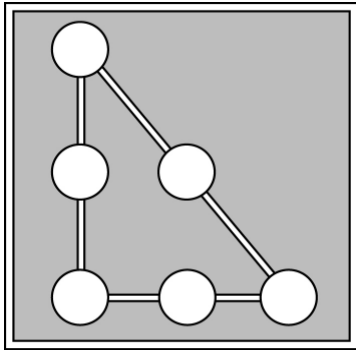
18. $\log_3 4^3 \times \log_2 9^3$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. $(x-1)^n$ 의 전개식에서 x^2 의 계수가 -55 일 때, x^3 의 계수를 구하시오. (단, n 은 자연수이다.) [3점]

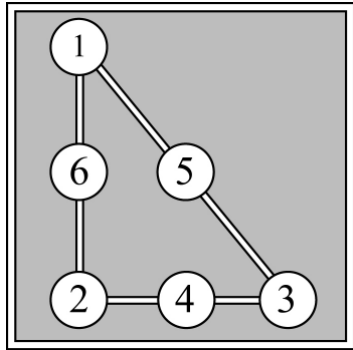
20. 한 개의 동전을 400번 던질 때, 앞면이 나온 횟수를 확률변수 X 라 하자. $P(X \leq k) = 0.9772$ 를 만족시키는 상수 k 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1	0.3413
2	0.4772
3	0.4987

21. <그림1>과 같이 사각형 모양의 판에 6개의 원이 삼각형 모양으로 그려져 있다. 각 원 안에 1부터 6까지의 자연수를 각각 하나씩 적어 삼각형의 각 변에 있는 세 원 안에 적힌 수의 합이 모두 같게 하려고 한다. 예를 들어 <그림2>와 같이 적으면 삼각형의 각 변에 있는 수의 합이 모두 같다.



<그림1>



<그림2>

이와 같이 <그림1>의 원 안에 수를 적는 방법의 수를 구하시오. [4점]

22. 행렬 $A = \begin{pmatrix} m & 0 \\ m-5 & 5 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 A^n 의 모든 성분의 합이 2^{49} 이 되도록 하는 두 자연수 m, n 의 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구하시오. [4점]

23. 표는 확률변수 X 의 확률분포를 나타낸 것이다.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{2}{5}$	$20a^2$	$10a^2$	$3a$	1

확률변수 X 의 평균을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

24. 자연수 k 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\log k$ 의 지표는 5이다.

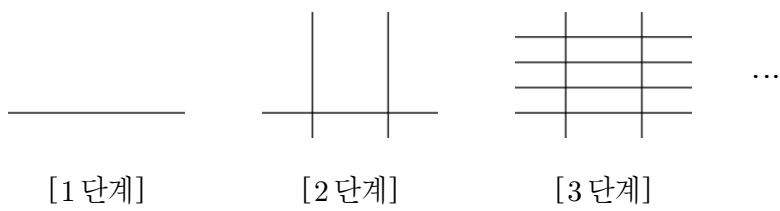
(나) $\log \frac{\sqrt{k}}{7}$ 의 가수는 0이다.

$\frac{k}{1000}$ 의 값을 구하시오. [4점]

‘가’형

25. 한 평면 위에 다음과 같은 규칙으로 직선들을 차례로 그려 나간다.

- [1 단계] : 직선을 1개 그린다.
- [2 단계] : [1 단계]에서 그린 직선과 수직인 직선을 2개 그린다.
- [3 단계] : [2 단계]에서 그린 직선과 수직인 직선을 3개 그린다.
- ⋮
- [n 단계] : [(n-1) 단계]에서 그린 직선과 수직인 직선을 n개 그린다. (n=2, 3, 4, ...)



[1 단계]부터 [n 단계]까지 그린 직선들의 모든 교점의 개수를 a_n (n=2, 3, 4, ...)이라 하자. 예를 들어, $a_2 = 2$, $a_3 = 8$ 이다. $a_{15} - a_{14}$ 의 값을 구하시오. (단, 모든 직선은 서로 겹치지 않도록 그린다.) [4점]

5지 선다형

26. $0 < a < b < 1$ 을 만족시키는 실수 a, b 에 대하여

$$A = \log_a b, \quad B = \log_b(a+1), \quad C = \log_{a+1}(b+1)$$

이라 할 때, 다음 중 옳은 것은? [3점]

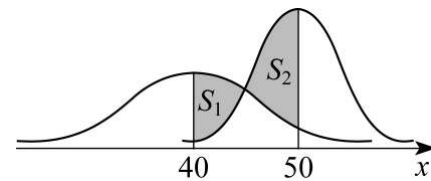
- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
- ④ $B < C < A$ ⑤ $C < B < A$

27. 그림은 정규분포 $N(40, 10^2)$, $N(50, 5^2)$ 을 따르는 두 확률변수 X, Y 의 정규분포곡선을 나타낸 것이다.

그림과 같이 $40 \leq x \leq 50$ 인 범위에서 두 곡선과 직선 $x=40$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , 두 곡선과 직선 $x=50$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 할 때, $S_2 - S_1$ 의 값을 오른쪽

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1	0.3413
2	0.4772
3	0.4987

표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]



- ① 0.1248 ② 0.1359 ③ 0.1575
- ④ 0.1684 ⑤ 0.1839

28. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$a_n + b_n = 2 + \frac{1}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기>
- ㄱ. $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = 2$
 ㄴ. 수열 $\{a_n\}$ 이 수렴하면 수열 $\{b_n\}$ 도 수렴한다.
 ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하면 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 도 수렴한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. A대학교에서는 수시모집과 정시모집으로 입학생을 선발한다.

수시모집은 정시모집보다 먼저 실시하고, 수시모집에 지원하여 합격한 학생은 정시모집에 지원할 수 없다고 한다. 어떤 고등학생 3명이 A대학교의 수시모집에 지원하였을 때 합격할 확률은 각각 $\frac{1}{2}$ 이고, 정시모집에 지원하였을 때 합격할 확률은 각각 $\frac{1}{3}$ 이라고 하자. 이 학생 3명이 A대학교의 수시모집에 모두 지원하고, 이 중 불합격한 학생은 다시 A대학교의 정시모집에 지원한다고 할 때, 3명 중 2명이 합격할 확률은? (단, 각 학생이 A대학교에 합격하는 사건은 서로 독립이다.) [4점]

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{14}{27}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{16}{27}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

단답형

30. 주머니 속에 8개의 공이 들어 있다. 이 중 k 개는 흰 공이고, 나머지는 검은 공이다. 흰 공에는 1부터 k 까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있고, 검은 공에는 $k+1$ 부터 8까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있다. 이 주머니에서 임의로 하나의 공을 꺼낼 때, 흰 공이 나오는 사건을 A 라 하고, 홀수가 적힌 공이 나오는 사건을 B 라 하자. 두 사건 A , B 가 서로 독립이 되도록 자연수 k 의 값을 정할 때, 모든 k 의 값의 합을 구하시오. (단, $1 \leq k \leq 7$ 이다.) [3점]

※ 확인 사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.