제 2 교시

수리 영역 (나형)

성명		수험번호						2				

- 자신이 선택한 유형('가'형 / '나'형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험번호를 정확히 써 넣으시오.
- 답안지에 성명과 수험번호를 써 넣고, 또 수험번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $2\log_3\sqrt{6}+\log_3\frac{3}{2}$의 값은? [2 점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

2. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A\cap B^C=\phi$일 때, 다음 중 항상 옳은 것은? [2 점]

① $A\subset B$ ② $B\subset A$ ③ $A\cap B=\phi$
④ $B=A^C$ ⑤ $A=B$

3. $a=6^4+6^4$, $b=3^3+3^3+3^3$ 일 때, $\log_2 a-\log_2 b$ 의 값은? [2 점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

4. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여
$f(x)=2x-1$, $f^{-1}(x)=g(2x+1)$ 일 때, $g(5)$의 값은? [3 점]

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

5. 다음 표는 어느 학급 20명 학생들의 턱걸이 횟수의 편차와 도수를 나타낸 것이다.

편차	a	-2	-1	1	3
도수(명)	3	2	3	7	5

이 때, 상수 a의 값은? [3 점]

① -4 ② -5 ③ -6 ④ -7 ⑤ -8

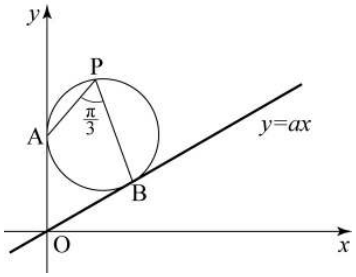
6. $\sqrt{(-n-1)(n-2)} = -\sqrt{-n-1}\sqrt{n-2}$ 를 만족하는 정수 n에 대하여 $\log x = n + \frac{1}{2}$이라 할 때, 모든 x값의 곱은? [3 점]

① 10^3 ② 10^4 ③ 10^5 ④ 10^6 ⑤ 10^7

7. 부피가 2^{15}, 2^{12}인 두 금속 덩어리를 녹여서 부피가 같은 정육면체 72개를 만들었다. 새로 만든 정육면체의 한 모서리의 길이는? [3 점]

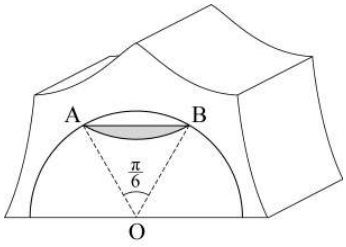
① $2^{\frac{5}{3}}$ ② 2^2 ③ $2^{\frac{7}{3}}$ ④ $2^{\frac{8}{3}}$ ⑤ 2^3

8. 그림과 같이 한 원이 y축과 직선 $y=ax$에 동시에 접한다. 각각의 접점 A, B와 원 위의 한 점 P에 대하여 $\angle APB$의 크기가 $\frac{\pi}{3}$일 때, a의 값은? (단, $a>0$) [3 점]



① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$

9. 그림과 같이 텐트의 출입문은 점 O를 중심으로 하는 반원이다. 이 텐트의 출입문에는 양 방향으로 문을 열 수 있는 지퍼가 있다. 지퍼의 두 손잡이의 위치가 각각 반원 위의 두 점 A, B에 오도록 문을 열었을 때, 중심각 $\angle AOB$의 크기는 $\frac{\pi}{6}$이고 바깥으로 젖혀진 활꼴의 넓이가 $\frac{1}{12}(27-10\sqrt{2})(\pi-3)$ 이다. 이 문의 반지름의 길이는? [3 점]

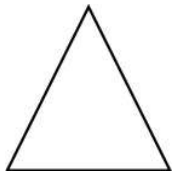
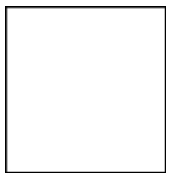
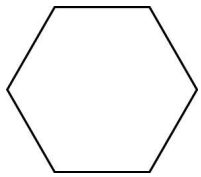
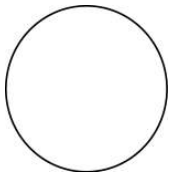


① $3-\sqrt{2}$ ② $4-\sqrt{2}$ ③ $5-\sqrt{2}$
④ $6-\sqrt{2}$ ⑤ $7-\sqrt{2}$

10. 계산기를 이용하여 $3.02\times x$를 계산하려 했는데 잘못 입력하여 3.02^x으로 계산되어 63100이 나왔다. 원래 계산하려고 했던 계산 결과는? (단, $\log 3.02=0.48$, $\log 6.31=0.80$) [3점]

① 15.1 ② 30.2 ③ 45.3 ④ 60.4 ⑤ 75.5

11. 직선 $y=x-1$ 위를 움직이는 점 P와 직선 $y=-x+3$ 위를 움직이는 점 Q를 선분 $\overline{PQ}$의 길이가 일정하도록 잡는다. 이 때, 선분 $\overline{PQ}$의 중점이 나타내는 도형의 모양은? [4점]

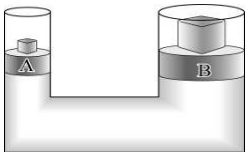
① 
②
③ 
④ 
⑤ 

12. 두 함수 $f(x)=x^2-2bx+4$와 $g(x)=-2a(x-b)$의 그래프가 만나지 않을 때, 점 (a, b)가 존재하는 영역의 넓이는? [3점]

① π ② 2π ③ 3π ④ 4π ⑤ 5π

13. 단면적이 S_1인 피스톤 A와 단면적이 S_2인 피스톤 B로 이루어진 장치는 내부가 액체로 가득차서 밀폐되어 있다. 피스톤 B에 F_2의 힘을 가하면 피스톤 A는 F_1의 힘을 받아 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\frac{F_1}{S_1}=\frac{F_2}{S_2}=P \ (P\text{는 압력})$$



이 장치의 피스톤 B에 크기 1000인 힘을 가하면 피스톤 A는 크기 $30\sqrt[3]{3}$ 인 힘을 받는다. 피스톤 B에 크기 $100\sqrt[3]{9}$ 인 힘을 가했을 때, 피스톤 A가 받는 힘의 크기는? [3점]

① $3\sqrt[3]{2}$ ② $3\sqrt[3]{3}$ ③ $3\sqrt[3]{6}$ ④ 6 ⑤ 9

14. 다음은 집합 $S=\{2^{2^n}+1 \mid n\text{은 자연수}\}$의 임의의 두 원소가 서로소임을 증명하는 과정이다.

<증명>
임의의 자연수 m, n $(m<n)$에 대하여
집합 S의 두 원소 $2^{2^m}+1$과 $2^{2^n}+1$의 공통인수를 d $(d>1)$라고 가정하자.

$$2^{2^n}+1=(2^{2^n}-1)+2$$
$$=(2^{\boxed{(가)}}+1)(2^{\boxed{(가)}}-1)+2$$
$$=(2^{\boxed{(가)}}+1)\times\cdots\times(2^{2^m}+1)\times\cdots\times(2+1)+2$$

따라서, d가 $2^{2^n}+1$, $2^{2^m}+1$의 공통인수이고 $d>1$이므로 d는 $\boxed{(나)}$이다.
그러나 모든 자연수 n에 대하여 $2^{2^n}+1$은 $\boxed{(다)}$이므로 모순이다.
따라서, $2^{2^m}+1$과 $2^{2^n}+1$은 1보다 큰 공통 인수를 갖지 않으므로 서로소이다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	2^{n-1}	2	홀수
②	2^{n-1}	5	홀수
③	2^n-1	2	홀수
④	2^n-1	5	짝수
⑤	2^n-1	2	짝수

15. x에 관한 연립부등식 $\begin{cases} x^2-(4^n+1)x+4^n<0 \\ x^2-(2^m+3^m)x+6^m<0 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않을 때, $\frac{m}{n}$의 최솟값은? (단, m, n은 양수) [3 점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

16. 1 이 아닌 임의의 양수 a, b 에 대하여 연산 ◎을

$$a \circledcirc b = a^{\log_3 b}$$

라 정의할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4 점]

<보 기>

ㄱ. $a \circledcirc b = b \circledcirc a$

ㄴ. 연산 ◎ 에 대한 9 의 역원은 2 이다.

ㄷ. $3 \circledcirc 3^2 \circledcirc 3^3 \circledcirc \cdots \circledcirc 3^n = 3^{720}$ 을 만족하는 자연수 n 은 6 이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 가로의 길이가 687^{10}, 세로의 길이가 727^{10}인 직사각형의 넓이를 아래 상용로그표를 이용하여 구한 것은? [4 점]

수	0	…	4	5	6	7	8	9
6.8	0.8325	…	0.8351	0.8357	0.8363	0.8370	0.8376	0.8382
…	…	…	…	…	…	…	…	…
7.2	0.8573	…	0.8597	0.8603	0.8609	0.8615	0.8621	0.8627
…	…	…	…	…	…	…	…	…
9.6	0.9823	…	0.9841	0.9845	0.9850	0.9854	0.9859	0.9863

① 9.64×10^{54} ② 9.68×10^{54} ③ 9.66×10^{56}
④ 9.67×10^{56} ⑤ 9.69×10^{56}

18. 임의의 실수 x에 대하여 $\log_{(x^2+a)}(bx^2-4bx+8)$이 항상 정의되기 위한 정수 a, b가 있다. 이 때, $a+b$의 최솟값은? [4 점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

19. 2 이상의 자연수 n에 대하여 n의 양의 약수 중 1이 아닌 가장 작은 약수를 $f(n)$이라 하자. 2 이상의 자연수 a, b에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4 점]

<보 기>

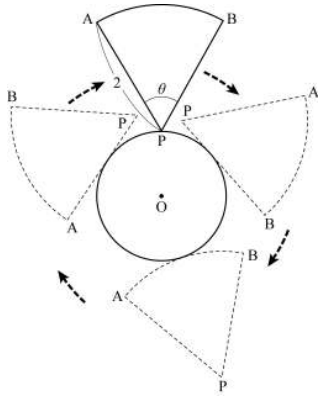
ㄱ. $f(2a)=2$

ㄴ. $f(a^b)=f(a)$

ㄷ. $a<b$이고 a, b가 서로소이면 $f(ab)=f(a)$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 중심각이 θ이고 반지름의 길이가 2인 부채꼴 PAB의 중심 P가 반지름의 길이가 1인 원 O 위에 있다. 그림과 같이 부채꼴 PAB가 원 O에 접하며 한 바퀴 돌아서 중심 P가 제자리에 왔다. 이 때, 중심각 θ의 값은? [4 점]



① $\pi-\frac{5}{2}$ ② $\pi-2$ ③ $\pi-\frac{3}{2}$

④ $\pi-1$ ⑤ $\pi-\frac{1}{2}$

21. 어떤 이동 통신 회사에서는 휴대폰의 사용 시간에 따라 매월 다음과 같은 요금 체계를 적용한다고 한다.

요금제	기본 요금	무료 통화	사용 시간(1분)당 요금
A	10000원	0분	150원
B	20200원	60분	120원
C	28900원	120분	90원

(단, 매월 총 사용 시간은 분 단위로 계산한다.)

예를 들어, B요금제를 사용하여 한 달 동안의 통화 시간이 80분인 경우 사용 요금은 다음과 같이 계산한다.

$$20200+120\times(80-60)=22600$$

B요금제를 사용하는 사람이 A요금제와 C요금제를 사용할 때보다 저렴한 요금을 내기 위한 한 달 동안의 통화 시간은 a분 초과 b분 미만이다. 이 때, $b-a$의 최댓값은? [4 점]

① 70 ② 80 ③ 90 ④ 100 ⑤ 110

단답형(22 ~ 30)

22. $2^a=3^{1-a}$ 일 때, 6^{3a}의 값을 구하시오. [3 점]

23. 두 점 A$(1, -4)$, B$(7, 8)$에 대하여 선분 $\overline{AB}$를 $1:2$로 내분하는 점을 P, $2:1$로 외분하는 점을 Q라 하자. 선분 $\overline{PQ}$의 길이를 a라 할 때, a^2의 값을 구하시오. [3점]

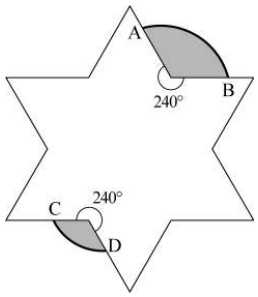
24. 네 변의 길이의 평균이 5이고, 표준편차가 $\sqrt{10}$인 직사각형의 넓이를 구하시오. [3점]

25. 다음 조건을 만족하는 자연수 N의 값을 구하시오. (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수) [4점]

Ⅰ. $[\log N] = [\log 175]$
Ⅱ. $\log N - [\log N] = \log 32 - [\log 19]$

26. 이차방정식 $x^2+5x+1=0$의 두 근을 각각 α, β라 할 때, $\dfrac{(2\cdot 2^{\alpha})^{\beta}}{2^{\alpha}\cdot 4^{\beta}}$의 값을 구하시오. [3점]

27. 모든 변의 길이가 같은 별 모양의 공원이 있다. 이 공원의 외곽에 그림과 같이 부채꼴 모양의 동물원과 식물원을 만들려고 한다. 길이 $8\pi(m)$인 철망을 겹치지 않게 모두 사용하여 호 $\overset{\frown}{AB}$와 호 $\overset{\frown}{CD}$에만 울타리를 치려고 할 때, 동물원과 식물원의 넓이의 합의 최솟값은 $a\pi(m^2)$이다. 이 때, a의 값을 구하시오.(단, 철망의 높이는 생각하지 않는다.) [4 점]



28. 함수 $y=\sqrt{|x|+1}$이 최솟값을 갖는 점을 A라 하고 이 함수와 직선 $y=3$과의 두 교점을 각각 B, C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. [4 점]

29. 양의 실수 x에 대하여

$$\log_2 x = f(x)+g(x) \ (\ f(x)\text{는 정수, } 0 \leqq g(x) < 1\ )$$

이라 할 때,

$$1\times 2^{g(1)-f(1)}+2\times 2^{g\left(\frac{1}{2}\right)-f\left(\frac{1}{2}\right)}+\cdots+5\times 2^{g\left(\frac{1}{5}\right)-f\left(\frac{1}{5}\right)}$$

값을 구하시오. [4 점]

30. 가로의 길이와 세로의 길이의 비율이 2 : 1인 직사각형 모양의 종이를 한 번 접어 완전히 포개어지도록 한다. 이와 같이 가로, 세로 순으로 번갈아 가며 접을 때, 종이의 가로의 길이를 $W(mm)$, 두께를 $t(mm)$, 접을 수 있는 최대 횟수를 n(회)라 하면 다음과 같은 관계식을 갖는다.

$$W=\pi t\times 2^{\frac{3}{2}(n-1)}$$

가로의 길이와 세로의 길이의 비율이 2 : 1인 직사각형 모양의 넓이가 $10^{16}(mm^2)$이고 두께가 $1(mm)$인 종이가 있다. 이 종이를 가로, 세로 순으로 번갈아 가며 접을 수 있는 최대 횟수를 구하시오. (단, $\log 2=0.30$, $\log \pi=0.50$) [4 점]

＊ 확인 사항

◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.