

제 2 교시

# 수리 영역 (가형)

성명		수험번호					2			
----	--	------	--	--	--	--	---	--	--	--

- 자신이 선택한 유형('가'형/'나'형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험번호를 정확히 써 넣으시오.
- 답안지에 성명과 수험번호를 써 넣고, 또 수험번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1.  $2\log_3\sqrt{6} + \log_3\frac{3}{2}$ 의 값은? [2 점]

- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

2. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $A - A^{-1}$ 은? [2 점]

- ①  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$       ②  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$       ③  $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$   
 ④  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$       ⑤  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

3.  $a = 6^4 + 6^4$ ,  $b = 3^3 + 3^3 + 3^3$  일 때,  $\log_2 a - \log_2 b$ 의 값은? [2 점]

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

4. 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 에 대하여

$f(x) = 2x - 1$ ,  $f^{-1}(x) = g(2x + 1)$  일 때,  $g(5)$ 의 값은? [3 점]

- ① 0      ②  $\frac{1}{2}$       ③ 1      ④  $\frac{3}{2}$       ⑤ 2

5. 다음 표는 어느 학급 20명 학생들의 턱걸이 횟수의 편차와 도수를 나타낸 것이다.

편차	$a$	-2	-1	1	3
도수(명)	3	2	3	7	5

이 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① -4      ② -5      ③ -6      ④ -7      ⑤ -8

6.  $\sqrt{(-n-1)(n-2)} = -\sqrt{-n-1}\sqrt{n-2}$ 를 만족하는 정수  $n$ 에 대하여  $\log x = n + \frac{1}{2}$ 이라 할 때, 모든  $x$ 값의 곱은? [3점]

- ①  $10^3$       ②  $10^4$       ③  $10^5$       ④  $10^6$       ⑤  $10^7$

7. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 2^a & 0 \\ 0 & 3^b \end{pmatrix}$ 에 대하여  $A^5 = \begin{pmatrix} 81 & 0 \\ 0 & 32 \end{pmatrix}$ 일 때,

상수  $a$ 와  $b$ 의 곱  $ab$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{5}$       ②  $\frac{2}{5}$       ③  $\frac{3}{5}$       ④  $\frac{4}{5}$       ⑤ 1

8. 집합  $X = \{-2, -1, 1, 2\}$ 에 대하여 두 집합  $A, B$ 를

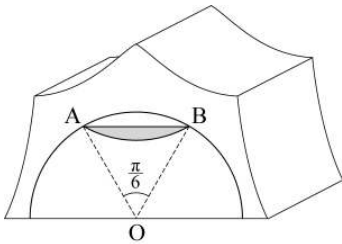
$$A = \{\sqrt{x} \mid x \in X, \sqrt{x} \text{는 실수}\}$$

$$B = \{\sqrt[3]{x} \mid x \in X, \sqrt[3]{x} \text{는 실수}\}$$

라 하자. 집합  $A \cup B$ 의 모든 원소의 곱은? [3점]

- ①  $2^{\frac{1}{2}}$       ②  $2^{\frac{2}{3}}$       ③  $2^{\frac{5}{6}}$       ④ 2      ⑤  $2^{\frac{7}{6}}$

9. 그림과 같이 텐트의 출입문은 점 O를 중심으로 하는 반원이다. 이 텐트의 출입문에는 양 방향으로 문을 열 수 있는 지퍼가 있다. 지퍼의 두 손잡이의 위치가 각각 반원 위의 두 점 A, B에 오도록 문을 열었을 때, 중심각  $\angle AOB$ 의 크기는  $\frac{\pi}{6}$ 이고 바깥으로 젖혀진 활꼴의 넓이가  $\frac{1}{12}(27-10\sqrt{2})(\pi-3)$ 이다. 이 문의 반지름의 길이는? [3 점]



- ①  $3-\sqrt{2}$
- ②  $4-\sqrt{2}$
- ③  $5-\sqrt{2}$
- ④  $6-\sqrt{2}$
- ⑤  $7-\sqrt{2}$

10. 계산기를 이용하여  $3.02 \times x$ 를 계산하려 했는데 잘못 입력하여  $3.02^x$ 으로 계산되어 63100이 나왔다. 원래 계산하려고 했던 계산 결과는? (단,  $\log 3.02 = 0.48$ ,  $\log 6.31 = 0.80$ ) [3점]

- ① 15.1
- ② 30.2
- ③ 45.3
- ④ 60.4
- ⑤ 75.5

11. 갑과 을은 공장에 있는 상자를 창고 A로 옮기고, 병은 창고 A에 옮겨진 상자를 창고 B로 옮기는 작업을 하려고 한다. 창고 A가 가득 차면 작업을 멈춘다고 할 때, 빈 창고 A에 상자가 가득 채워지는데 걸리는 시간은 다음과 같다.

- (가) 갑과 을 두 사람만 작업을 한 경우, 걸리는 총 시간은 6 시간이다.
- (나) 갑과 을이 작업을 시작한지 5시간 후에 을이 작업을 멈추는 동시에 병이 작업을 시작한 경우, 걸리는 총 시간은 15 시간이다.
- (다) 갑, 을, 병 세 사람이 동시에 작업을 한 경우, 걸리는 총 시간은 12 시간이다.

을과 병은 작업을 하지 않고 갑만 작업을 하여 빈 창고 A에 상자를 가득 채울 때, 걸리는 시간은? (단, 갑, 을, 병 세 사람의 시간당 한 일의 양은 각각 일정하다.) [4 점]

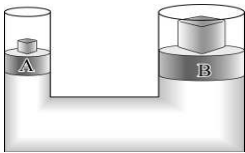
- ① 8 시간
- ② 9 시간
- ③ 10 시간
- ④ 11 시간
- ⑤ 12 시간

12. 좌표평면 위에 두 점 A(5, 2), B(1, 4)가 있다.  $x$ 축 위의 점 P와  $y$ 축 위의 점 Q에 대하여 사각형 ABQP의 둘레의 길이의 최솟값은? [3점]

- ① 10
- ②  $6\sqrt{3}$
- ③  $8\sqrt{5}$
- ④  $6\sqrt{2}+2\sqrt{5}$
- ⑤  $2\sqrt{2}+6\sqrt{5}$

13. 단면적이  $S_1$ 인 피스톤 A와 단면적이  $S_2$ 인 피스톤 B로 이루어진 장치는 내부가 액체로 가득차서 밀폐되어 있다. 피스톤 B에  $F_2$ 의 힘을 가하면 피스톤 A는  $F_1$ 의 힘을 받아 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} = P \quad (P\text{는 압력})$$



이 장치의 피스톤 B에 크기 1000인 힘을 가하면 피스톤 A는 크기  $30\sqrt[3]{3}$ 인 힘을 받는다. 피스톤 B에 크기  $100\sqrt[3]{9}$ 인 힘을 가했을 때, 피스톤 A가 받는 힘의 크기는? [3점]

- ①  $3\sqrt[3]{2}$
- ②  $3\sqrt[3]{3}$
- ③  $3\sqrt[3]{6}$
- ④ 6
- ⑤ 9

14. 다음은 집합  $S = \{2^{2^n} + 1 \mid n \text{은 자연수}\}$ 의 임의의 두 원소가 서로소임을 증명하는 과정이다.

<증명>

임의의 자연수  $m, n (m < n)$ 에 대하여 집합 S의 두 원소  $2^{2^m} + 1$ 과  $2^{2^n} + 1$ 의 공통인수를  $d (d > 1)$ 라고 가정하자.

$$\begin{aligned} 2^{2^n} + 1 &= (2^{2^m} - 1) + 2 \\ &= (2^{\overbrace{(\text{가})}} + 1)(2^{\overbrace{(\text{가})}} - 1) + 2 \\ &= (2^{\overbrace{(\text{가})}} + 1) \times \dots \times (2^{2^m} + 1) \times \dots \times (2 + 1) + 2 \end{aligned}$$

따라서,  $d$ 가  $2^{2^m} + 1, 2^{2^n} + 1$ 의 공통인수이고  $d > 1$ 이므로  $d$ 는  $\overbrace{(\text{나})}$ 이다.

그러나 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $2^{2^n} + 1$ 은  $\overbrace{(\text{다})}$ 이므로 모순이다.

따라서,  $2^{2^m} + 1$ 과  $2^{2^n} + 1$ 은 1보다 큰 공통 인수를 갖지 않으므로 서로소이다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	$2^{n-1}$	2	홀수
②	$2^{n-1}$	5	홀수
③	$2^n - 1$	2	홀수
④	$2^n - 1$	5	짝수
⑤	$2^n - 1$	2	짝수

15. 복소수  $z = a + bi$  (단,  $a, b$ 는 실수,  $i = \sqrt{-1}$ )에 대하여 행렬  $\langle z \rangle$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\langle z \rangle = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ.  $\langle (1+2i)(1-2i) \rangle = 5E$   
 ㄴ.  $\langle z + \bar{z} \rangle = \langle z \rangle + \langle \bar{z} \rangle$   
 ㄷ.  $\langle z \rangle = A$ 일 때,  $\langle \frac{1}{z} \rangle = A^{-1}$  (단,  $z \neq 0$ )

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                  ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 유리함수  $y = \frac{-3x+7}{x-2}$ 의 그래프는 두 직선  $y = ax+b$ 와  $y = cx+d$ 에 대하여 각각 대칭이다. 이 때,  $a+b+c+d$ 의 값은? [3점]

- ① -6      ② -3      ③ 0      ④ 3      ⑤ 6

17. 가로 길이가  $687^{10}$ , 세로 길이가  $727^{10}$ 인 직사각형의 넓이를 아래 상용로그표를 이용하여 구한 것은? [4점]

수	0	...	4	5	6	7	8	9
6.8	0.8325	...	0.8351	0.8357	0.8363	0.8370	0.8376	0.8382
...	...	...	...	...	...	...	...	...
7.2	0.8573	...	0.8597	0.8603	0.8609	0.8615	0.8621	0.8627
...	...	...	...	...	...	...	...	...
9.6	0.9823	...	0.9841	0.9845	0.9850	0.9854	0.9859	0.9863

- ①  $9.64 \times 10^{54}$                       ②  $9.68 \times 10^{54}$                       ③  $9.66 \times 10^{56}$   
 ④  $9.67 \times 10^{56}$                       ⑤  $9.69 \times 10^{56}$

18. 상수  $k$ 에 대하여 연립일차방정식  $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 를 만족하는 점  $(x, y)$  중에서 직선  $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$  위의 점을  $(\alpha, \beta)$ 라 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은? [4점]

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

19. 2이상의 자연수  $n$ 에 대하여  $n$ 의 양의 약수 중 1이 아닌 가장 작은 약수를  $f(n)$ 이라 하자. 2이상의 자연수  $a, b$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ.  $f(2a) = 2$   
 ㄴ.  $f(a^b) = f(a)$   
 ㄷ.  $a < b$ 이고  $a, b$ 가 서로소이면  $f(ab) = f(a)$

- ① ㄱ      ② ㄷ      ③ ㄱ, ㄴ      ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 곡선  $|y| = x^2 + 1$  위의 서로 다른 두 점  $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ 에 대하여 행렬  $A = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{pmatrix}$ 라 하자.  $A$ 의 역행렬이 존재하지 않을 때,  $\overline{PQ}$ 의 기울기  $m$ 의 범위는? (단,  $x_1 x_2 \neq 0$ ) [4점]

- ①  $-4 \leq m \leq -1$       ②  $-2 < m < 2$   
 ③  $m \leq -1$  또는  $m \geq 1$       ④  $m \leq -2$  또는  $m \geq 2$   
 ⑤  $1 < m < 4$

21. 어떤 이동 통신 회사에서는 휴대폰의 사용 시간에 따라 매월 다음과 같은 요금 체계를 적용한다고 한다.

요금제	기본 요금	무료 통화	사용 시간(1분)당 요금
A	10000원	0분	150원
B	20200원	60분	120원
C	28900원	120분	90원

(단, 매월 총 사용 시간은 분 단위로 계산한다.)  
 예를 들어, B요금제를 사용하여 한 달 동안의 통화 시간이 80분인 경우 사용 요금은 다음과 같이 계산한다.

$$20200 + 120 \times (80 - 60) = 22600$$

B요금제를 사용하는 사람이 A요금제와 C요금제를 사용할 때 보다 저렴한 요금을 내기 위한 한 달 동안의 통화 시간은  $a$ 분 초과  $b$ 분 미만이다. 이 때,  $b - a$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 70      ② 80      ③ 90      ④ 100      ⑤ 110

단답형(22 ~ 30)

22. 두 행렬  $A, B$ 에 대하여

$A + 2B = \begin{pmatrix} -5 & 10 \\ 15 & 5 \end{pmatrix}, A - B = \begin{pmatrix} 25 & 10 \\ 0 & -10 \end{pmatrix}$ 이 성립할 때, 행렬  $A + B$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

23. 두 점  $A(1, -4)$ ,  $B(7, 8)$ 에 대하여 선분  $\overline{AB}$ 를 1:2로 내분하는 점을 P, 2:1로 외분하는 점을 Q라 하자. 선분  $\overline{PQ}$ 의 길이를  $a$ 라 할 때,  $a^2$ 의 값을 구하시오. [3 점]

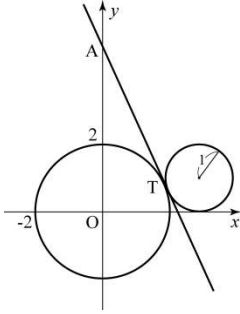
24.  $x, y$ 에 대한 연립방정식  $\begin{pmatrix} a^2+1 & -4 \\ 5 & a-20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 의 해가 무수히 많을 때, 모든 실수  $a$ 의 합을 구하시오. [3 점]

25. 다음 조건을 만족하는 자연수  $N$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $[x]$ 는  $x$ 를 넘지 않는 최대 정수) [4 점]

I. $[\log N] = [\log 175]$ II. $\log N - [\log N] = \log 32 - [\log 19]$
---

26. 이차방정식  $x^2+5x+1=0$ 의 두 근을 각각  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\frac{(2 \cdot 2^\alpha)^\beta}{2^\alpha \cdot 4^\beta}$ 의 값을 구하시오. [3 점]

27. 그림과 같이 원  $x^2 + y^2 = 4$ 와  $x$ 축에 동시에 접하고 반지름의 길이가 1인 원이 있다. 이 두 원의 접점 T와 이 두 원의 공통내접선이  $y$ 축과 만나는 점 A에 대하여 선분  $\overline{AT}$ 의 길이를  $l$ 이라 할 때,  $l^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



28. 이차항의 계수가 1인 이차식  $f(x)$ 에 대하여  $f(x)$ 를  $x + \log 5$ 로 나눈 나머지가  $\log 5^{11}$ 이고,  $x - \log 2$ 로 나눈 나머지가  $\log 2^{-9}$ 이다. 이 때, 방정식  $f(x) = 0$ 의 두 근의 합을 구하시오. [4점]

29. 양의 실수  $x$ 에 대하여

$\log_2 x = f(x) + g(x)$  ( $f(x)$ 는 정수,  $0 \leq g(x) < 1$ )이라 할 때,

$$1 \times 2^{g(1)-f(1)} + 2 \times 2^{g(\frac{1}{2})-f(\frac{1}{2})} + \dots + 5 \times 2^{g(\frac{1}{5})-f(\frac{1}{5})}$$

값을 구하시오. [4점]

30. 가로와 세로의 길이의 비율이 2:1인 직사각형 모양의 종이를 한 번 접어 완전히 포개어지도록 한다. 이와 같이 가로, 세로 순으로 번갈아 가며 접을 때, 종이의 가로의 길이를  $W(mm)$ , 두께를  $t(mm)$ , 접을 수 있는 최대 횟수를  $n$ (회)라 하면 다음과 같은 관계식을 갖는다.

$$W = \pi t \times 2^{\frac{3}{2}(n-1)}$$

가로의 길이와 세로의 길이의 비율이 2:1인 직사각형 모양의 넓이가  $10^{16}(mm^2)$ 이고 두께가  $1(mm)$ 인 종이가 있다. 이 종이를 가로, 세로 순으로 번갈아 가며 접을 수 있는 최대 횟수를 구하시오. (단,  $\log 2 = 0.30$ ,  $\log \pi = 0.50$ ) [4점]

\* 확인 사항

◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.