2009학년도 3월 고2 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 수리 영역 •

정 답

1	④	2	⑤	3	①	4	③	5	①
6	②	7	③	8	④	9	①	10	⑤
11	②	12	②	13	③	14	①	15	③
16	⑤	17	④	18	①	19	⑤	20	②
21	④	22	155	23	14	24	37	25	16
26	36	27	28	28	12	29	48	30	270

해 설

1. [출제의도] 이중근호를 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\sqrt{8+\sqrt{60}}=\sqrt{8+2\sqrt{15}}=\sqrt{5}+\sqrt{3}$

$\sqrt{8-\sqrt{60}}=\sqrt{8-2\sqrt{15}}=\sqrt{5}-\sqrt{3}$

(주어진 식)$=(\sqrt{5}+\sqrt{3})+(\sqrt{5}-\sqrt{3})$

$=2\sqrt{5}$

2. [출제의도] 이차부등식을 풀 수 있는가를 묻는 문제이다.

$(x+3)(x-1)\le 0$에서 $-3\le x\le 1$

x는 정수이므로 $-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1$

구하는 개수는 5이다.

3. [출제의도] 복소수의 사칙연산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\frac{3-i}{2+i}+\frac{3+i}{2-i}=\frac{(3-i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}+\frac{(3+i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}$$

$=(1-i)+(1+i)$

$=2$

4. [출제의도] 명제가 거짓임을 보이는 예를 찾을 수 있는가를 묻는 문제이다.

반례는 가정인 $x>\sqrt{2}$를 만족하지만

결론인 $x\ge\sqrt{6}$을 만족하지 않는 것이어야 한다.

즉 $\sqrt{2}<x<\sqrt{6}$이어야 한다.

보기 중에서 $\sqrt{2}<x<\sqrt{6}$인 x의 값은 2 뿐이다.

5. [출제의도] 복소수의 성질을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.

$z=a+bi\,(b\ne 0)$이라 하자.

$z(z+2)=(a^2-b^2+2a)+2b(a+1)i$

에서 $z(z+2)$가 실수이므로

$2b(a+1)=0$

$b\ne 0$이므로 $a=-1$

$z\bar{z}=4$에서

$a^2+b^2=4$

$a=-1$이므로 $b=\pm\sqrt{3}$

$\therefore\ z(z+2)=a^2-b^2+2a$

$=-4$

6. [출제의도] 두 자료의 평균과 표준편차의 값을 비교할 수 있는가를 묻는 문제이다.

두 모둠의 점수가 2점을 중심으로 대칭인 분포를 이루고 있으므로 평균은 2점으로 같다.

또, B모둠은 A모둠의 0점이 1점으로, 4점이 3점으로 각각 1명씩 이동한 것과 같으므로 B의 편차의 제곱의 평균(분산)은 A의 분산보다 작다.

따라서 B의 표준편차는 A의 표준편차보다 작다.

[다른 풀이]

$$m_A=\frac{0\times3+1\times1+2\times2+3\times1+4\times3}{10}=2$$

$$m_B=\frac{0\times2+1\times2+2\times2+3\times2+4\times2}{10}=2$$

$\therefore\ m_A=m_B$

$$\sigma_A=\sqrt{\frac{3\times(-2)^2+(-1)^2+1^2+3\times2^2}{10}}=\sqrt{\frac{13}{5}}$$

$$\sigma_B=\sqrt{\frac{2\times(-2)^2+2\times(-1)^2+2\times1^2+2\times2^2}{10}}=\sqrt{2}$$

$\therefore\ \sigma_A>\sigma_B$

7. [출제의도] 부등식의 기본 성질을 이용하여 대소관계를 판단할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $a>b$이므로 $a-b>0$이다.

$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{b-a}{ab}<0$

$\therefore\ \frac{1}{a}<\frac{1}{b}$ (참)

ㄴ. [반례] $a=3,\ b=2$일 때

$\frac{2}{3^2}<\frac{3}{2^2}$ (거짓)

ㄷ. $a-1>0,\ b-1>0$이므로

$ab-(a+b-1)=(a-1)(b-1)>0$

$\therefore\ ab>a+b-1$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

8. [출제의도] 집합의 연산의 성질을 이해하고 연산의 규칙성을 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $A*B=(A\cup B)^C\cup(A\cap B)$

$=(B\cup A)^C\cup(B\cap A)$

$=B*A$ (참)

ㄴ. $A*A=A^C\cup A=U$ (거짓)

ㄷ. $A*A*A=U*A=U^C\cup A=A$

$A*A*A*A=A*A=U$

$A*A*A*A*A=A*A*A=A$

$\vdots$

위로부터

$\underbrace{A*A*A*\cdots*A}_{A\text{가 짝수개}}=U$

$\underbrace{A*A*A*\cdots*A}_{A\text{가 홀수개}}=A$

임을 알 수 있다. 2009가 홀수이므로

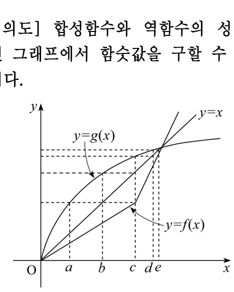
$\underbrace{A*A*A*\cdots*A}_{A\text{가 }2009\text{개}}=A$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ과 ㄷ이다.

[참고]

연산 $*$에 대한 결합법칙 $A*(B*C)=(A*B)*C$이 성립하므로 $A*(B*C),\ (A*B)*C$는 모두 $A*B*C$로 나타낼 수 있다.

9. [출제의도] 합성함수와 역함수의 성질을 이용하여 주어진 그래프에서 함숫값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



위의 그래프에서 $f(c)=b$이므로

$g^{-1}(f(c))=g^{-1}(b)$

$g^{-1}(b)=k$라 하면 $g(k)=b$이다.

주어진 그래프에서 $g(a)=b$이므로 $k=a$

즉, $g^{-1}(b)=a$이다.

10. [출제의도] 뺄셈에 대하여 닫혀 있는 집합의 원소를 추측할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $A\ne\varnothing$이므로 $a\in A$이면 $0=a-a\in A$이다. (참)

ㄴ. $0\in A$이고 $a\in A$이므로 $-a=0-a\in A$이다. (참)

ㄷ. $a\in A,\ b\in A$이면 ㄴ에서 $-b\in A$이다.

따라서 $a+b=a-(-b)\in A$이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

[참고]

$1\in A$이면 ㄷ에서 $2=1+1\in A$이고, 마찬가지로 $3=2+1\in A,\ 4=3+1\in A,\ \cdots$ 이므로 모든 자연수 n이 집합 A의 원소이다.

또, ㄱ, ㄴ에서 $0\in A,\ -n\in A$이므로 A는 정수 전체의 집합이다.

11. [출제의도] 항등함수의 성질을 이용하여 합성함수의 성질을 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. 모든 $x\in X$에 대하여 $f(x)=g(x)=x$이므로

$(g\circ f)(x)=g(f(x))=g(x)=x$

$\therefore\ g\circ f$는 항등함수 (참)

ㄴ. $g\circ f$가 항등함수이면 모든 $x\in X$에 대하여

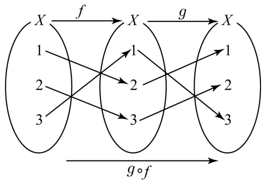
$g(f(x))=x$

즉 f의 역함수는 g이고 g의 역함수는 f이다.

$f,\ g$는 모두 역함수가 존재하므로 일대일대응이다.

ㄷ. [반례] 다음에서 $g\circ f$가 항등함수이지만

$f,\ g$는 모두 항등함수가 아니다.



따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

12. [출제의도] 방정식의 공통근의 개수를 이용하여 공통이 아닌 근의 합을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$x(x^2+ax+b)=0$에서

$x=0$ 또는 $x^2+ax+b=0$

$x(x^2+bx+a)=0$에서

$x=0$ 또는 $x^2+bx+a=0$

$n(A\cap B)=2$이므로 두 이차방정식

$x^2+ax+b=0,\ x^2+bx+a=0$

이 공통근을 갖는다.

공통근을 α라 하면

$\alpha^2+a\alpha+b=0,\ \alpha^2+b\alpha+a=0$

두 식을 변끼리 빼면

$\alpha(a-b)+b-a=(a-b)(\alpha-1)=0$

$a\ne b$이므로 $\alpha=1$

$x^2+ax+b=0,\ x^2+bx+a=0$에 $x=1$을 대입하면

$a+b=-1$

$x^2+ax+b=0$의 한 근이 1이므로 다른 한 근은 b

$x^2+bx+a=0$의 한 근이 1이므로 다른 한 근은 a

$n(A\cup B)=4,\ n(A\cap B)=2$이므로

$a,\ b$는 모두 0도 아니고 1도 아니다.

$\therefore\ A=\{0,1,a\},\ B=\{0,1,b\}$

따라서 $(A\cup B)-(A\cap B)=\{a,b\}$이므로

원소의 합은 $a+b=-1$

13. [출제의도] 삼각함수의 그래프의 대칭성을 이용하여 교점의 x좌표의 합을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

두 점 A, B는 직선 $x=\frac{\pi}{4}$에 대하여 대칭이므로

$\frac{\alpha+\beta}{2}=\frac{\pi}{4}$

$\therefore\ \alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$ …… ㉠

두 점 C, D는 직선 $x=\frac{3}{4}\pi$에 대하여 대칭이므로

$\frac{\gamma+\delta}{2}=\frac{3}{4}\pi$

$\therefore\ \gamma+\delta=\dfrac{3}{2}\pi$ …… ㉡

두 점 B, C는 점 $\left(\dfrac{\pi}{2}, 0\right)$에 대하여 대칭이므로

$\dfrac{\beta+\gamma}{2}=\dfrac{\pi}{2}$

$\therefore\ \beta+\gamma=\pi$ …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서

$$\begin{aligned}\alpha+2\beta+2\gamma+\delta&=(\alpha+\beta)+(\beta+\gamma)+(\gamma+\delta)\\&=\frac{\pi}{2}+\pi+\frac{3}{2}\pi\\&=3\pi\end{aligned}$$

[다른 풀이]

두 점 A, D는 점 $\left(\dfrac{\pi}{2}, 0\right)$에 대하여 대칭이므로

$\dfrac{\alpha+\delta}{2}=\dfrac{\pi}{2}$ $\therefore\ \alpha+\delta=\pi$ …… ㉣

두 점 B, C는 점 $\left(\dfrac{\pi}{2}, 0\right)$에 대하여 대칭이므로

$\dfrac{\beta+\gamma}{2}=\dfrac{\pi}{2}$ $\therefore\ \beta+\gamma=\pi$ …… ㉤

㉣, ㉤에서

$$\begin{aligned}\alpha+2\beta+2\gamma+\delta&=(\alpha+\delta)+2(\beta+\gamma)\\&=\pi+2\pi\\&=3\pi\end{aligned}$$

14. [출제의도] 삼각형의 넓이의 비에서 선분의 내분점과 외분점을 이해하고 직선의 방정식을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

($\triangle$OPB의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times$($\triangle$OAB의 넓이)이고,

점 P가 제1사분면 위의 점이므로

점 P는 선분 OA의 중점이다.

$\therefore$ P(3, 1)

($\triangle$OPQ의 넓이)$=\dfrac{3}{2}\times$($\triangle$OPB의 넓이)이고,

점 Q가 제2사분면 위의 점이므로

점 Q는 선분 OB를 3 : 1로 외분하는 점이다.

$\mathrm{Q}\left(\dfrac{3\times(-2)-0}{3-1}, \dfrac{3\times4-0}{3-1}\right)$

$\therefore$ Q$(-3, 6)$

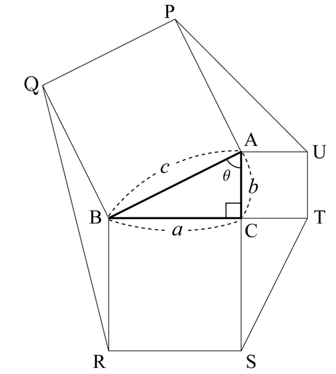
그러므로 직선 PQ의 방정식은 다음과 같다.

$y-1=-\dfrac{5}{6}(x-3)$

$\therefore\ 5x+6y=21$

$m=5$, $n=6$이므로 $m+n=11$

15. [출제의도] 삼각형의 넓이 공식을 이용하여 육각형의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



사각형 APQB, BRSC, CTUA의 넓이는 각각 c^2, a^2, b^2이고, $\triangle$ABC의 넓이는 $\dfrac{1}{2}ab$이다.

또, $\angle\mathrm{BAC}=\theta$라고 하면 $\angle\mathrm{PAU}=180^\circ-\theta$이므로 $\triangle$PAU의 넓이는

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{PAU}&=\frac{1}{2}\,\overline{\mathrm{AU}}\,\overline{\mathrm{AP}}\,\sin(180^\circ-\theta)\\&=\frac{1}{2}bc\sin\theta\\&=\triangle\mathrm{ABC}\\&=\frac{1}{2}ab\end{aligned}$$

이다.

마찬가지 방법으로 $\triangle$QRB, $\triangle$CST의 넓이도 각각 $\dfrac{1}{2}ab$이다.

따라서 육각형 PQRSTU의 넓이는

$c^2+a^2+b^2+\dfrac{1}{2}ab\times4=2(c^2+ab)$ ($\because\ a^2+b^2=c^2$)

16. [출제의도] 귀류법을 이용하여 방정식이 정수인 근을 갖지 않음을 증명할 수 있는가를 묻는 문제이다.

(가) $f(0)$

(나) 홀수

(다) $f(1)$

17. [출제의도] 규칙을 발견하고 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\{1, 2, 3, 4, 5\}$의 2^5개의 부분집합 중 최대의 원소인 5를 포함하는 것과 5를 포함하지 않는 것을 다음과 같이 일대일대응시킬 수 있다.

$\varnothing\leftrightarrow\{5\}$

$\{1\}\leftrightarrow\{1, 5\}$

$\{2\}\leftrightarrow\{2, 5\}$

$\{3\}\leftrightarrow\{3, 5\}$

⋮

$\{1, 2, 3, 4\}\leftrightarrow\{1, 2, 3, 4, 5\}$

두 집합 A, B가 위와 같이 대응될 때 $m(\varnothing)=0$으로 정하고 $m(A)+m(B)$의 값을 구하여 보자.

$\varnothing\leftrightarrow\{5\}$의 경우 : $0+5=5$

$\{1\}\leftrightarrow\{1, 5\}$의 경우 : $1+(5-1)=5$

$\{2\}\leftrightarrow\{2, 5\}$의 경우 : $2+(5-2)=5$

$\{3\}\leftrightarrow\{3, 5\}$의 경우 : $3+(5-3)=5$

⋮

$\{1, 2, 3, 4\}\leftrightarrow\{1, 2, 3, 4, 5\}$의 경우 :

$(4-3+2-1)+(5-4+3-2+1)=5$

이와 같은 경우가 부분집합의 개수의 절반인

$\dfrac{2^5}{2}=16$(가지)

만큼 존재하므로 구하는 값은

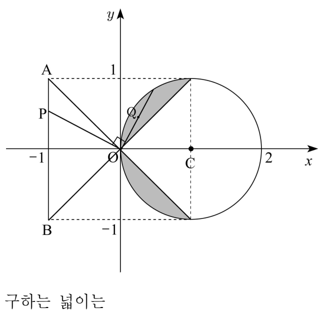
$m(X_1)+m(X_2)+\cdots+m(X_{31})=5\times16=80$

18. [출제의도] 직선의 기울기를 이용하여 조건을 만족하는 영역의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\dfrac{b}{a}$는 직선 OP의 기울기이고, $\dfrac{d}{c}$는 직선 OQ의 기울기이다.

$\dfrac{b}{a}\cdot\dfrac{d}{c}=-1$이므로 직선 OP와 직선 OQ는 서로 수직으로 만난다.

선분 AB를 따라 점 P를 움직이면서 선분 OQ를 선분 OP에 수직이 되게 그려 보면 점 Q가 존재하는 영역은 그림의 어두운 부분과 같다.

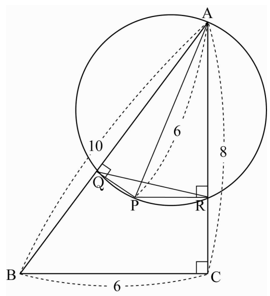


따라서 구하는 넓이는

$\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{1}{2}\times2\times1=\dfrac{\pi-2}{2}$

이다.

19. [출제의도] 사인법칙을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



$\overline{\mathrm{AQ}}\perp\overline{\mathrm{PQ}}$, $\overline{\mathrm{AR}}\perp\overline{\mathrm{PR}}$이므로 네 점 A, Q, P, R는 한 원 위의 점이다. 즉, 선분 AP는 삼각형 AQR의 외접원의 지름이다.

$\triangle$AQR에서 사인법칙을 이용하면

$\dfrac{\overline{\mathrm{QR}}}{\sin A}=\overline{\mathrm{AP}}=6$

$\triangle$ABC는 직각삼각형이므로

$\sin A=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$

따라서 구하는 길이는

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{QR}}&=\overline{\mathrm{AP}}\sin A\\&=6\times\frac{3}{5}\\&=\frac{18}{5}\end{aligned}$$

20. [출제의도] 합집합의 원소의 개수를 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

유전자 A, B, O를 가진 학생의 집합을 각각 A, B, C라 하고, 학생 전체의 집합을 U라고 하면

$n(A)=18$, $n(B)=16$, $n(C)=27$, $n(U)=40$

이다.

합집합의 원소의 개수에서

$$\begin{aligned}n(A\cup B\cup C)&=n(A)+n(B)+n(C)\\&\quad-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)\\&\quad+n(A\cap B\cap C)\end{aligned}$$

$A\cup B\cup C=U$이고, $A\cap B\cap C=\varnothing$이므로

$40=18+16+27-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+0$

$\therefore\ n(A\cap B)+n(B\cap C)+n(C\cap A)=21$

그런데 $A\cap B$, $B\cap C$, $C\cap A$는 대립유전자형이 각각 AB, BO, AO인 학생의 집합이므로 잡종인 대립유전자형을 가진 학생 수는 21명이다.

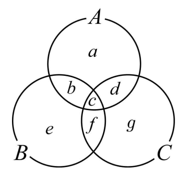
따라서 순종인 대립유전자형을 가진 학생 수는

$40-21=19$(명)이다.

[다른 풀이]

유전자 A, B, O를 가진 학생의 집합을 각각 A, B, C라 하고, 학생 전체의 집합을 U라고 하면

$A\cup B\cup C=U$이고, $A\cap B\cap C=\varnothing$이다.



위의 벤다이어그램에서 $c=0$

$a+b+d=18$ …… ㉠

$b+e+f=16$ …… ㉡

$d+f+g=27$ …… ㉢

㉠+㉡+㉢을 하면

$$a+2b+2d+e+2f+g=61 \quad \cdots\cdots \text{㉣}$$

전체 학생 수가 40(명)이므로

$$a+b+d+e+f+g=40 \quad \cdots\cdots \text{㉤}$$

㉣−㉤을 하면

$$b+d+f=61-40=21$$

$$\therefore\ a+e+g=40-21=19$$

따라서 순종인 대립유전자형을 가진 학생 수는 19(명)이다.

21. [출제의도] 삼각함수의 그래프의 성질을 이용하여 실생활의 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$f(x)=a\cos b\pi(x-c)+4.5$ 라고 하자.

만조 때의 해수면의 높이는 함수 $f(x)$의 최댓값 $a+4.5$이고, 간조 때의 해수면의 높이는 함수 $f(x)$의 최솟값 $-a+4.5$이다.

조차는 만조 때와 간조 때의 해수면의 높이의 차이므로

$$(a+4.5)-(-a+4.5)=8$$

$$\therefore\ a=4$$

만조와 만조, 또는 간조와 간조 사이의 시간이 함수 $f(x)$의 주기이다.

만조시각인 4시 30분은 4.5시이고, 17시00분은 17시이므로 만조와 만조 사이의 시간은

$$17-4.5=12.5$$

$f(x)=a\cos b\pi(x-c)+4.5$에서

주기는 $\dfrac{2\pi}{b\pi}$이므로

$12.5=\dfrac{2\pi}{b\pi}$에서 $b=\dfrac{4}{25}$

함수 $f(x)=4\cos\left(\dfrac{4}{25}\pi(x-c)\right)+4.5$는

$x=4.5$일 때 최댓값 $a+4.5=8.5$를 가지므로

$$4\cos\left(\frac{4}{25}\pi(4.5-c)\right)+4.5=8.5$$

방정식을 풀면

$$c=4.5\ (\because 0<c<6)$$

따라서 $a+100b+10c=65$

22. [출제의도] 합성함수의 함숫값을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$f(2)=11$이므로

$$(f\circ f)(2)=f(f(2))=f(11)=155$$

23. [출제의도] 삼각함수의 성질을 이용하여 삼각함수의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{4}{3}$의 양변을 제곱하면

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta=\left(\frac{4}{3}\right)^2$$

$$1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{16}{9}$$

$$\therefore\ \sin\theta\cos\theta=\frac{7}{18}$$

따라서 구하는 식의 값은

$$36\sin\theta\cos\theta=36\times\frac{7}{18}=14$$

24. [출제의도] 나머지 정리를 이용하여 나머지를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

다항식 $f(x)$를 $(x-2)(x-3)$으로 나눌 때 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$라 하면

$$f(x)=(x-2)(x-3)Q(x)+ax+b$$

이 식은 x에 대한 항등식이므로

$$f(2)=2a+b,\ f(3)=3a+b$$

나머지정리에 의하여

$f(2)=1$이므로 $2a+b=1$ $\cdots\cdots$ ㉠

$f(3)=3$이므로 $3a+b=3$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a=2,\ b=-3$$

따라서 $R(x)=2x-3$이므로

$$R(20)=37$$

25. [출제의도] 유리함수의 그래프에서 산술평균과 기하평균의 관계를 이용하여 거리의 최솟값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\mathrm{Q}\left(a, \dfrac{8}{a}+3\right)$라 하면

$$\overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{a^2+\left(\frac{8}{a}\right)^2}\geqq\sqrt{2\sqrt{a^2\cdot\left(\frac{8}{a}\right)^2}}=\sqrt{16}=4$$

(단, 등호는 $a=\pm2\sqrt{2}$일 때 성립)

$m=4$이므로 $m^2=16$

26. [출제의도] 이차함수의 최댓값을 이용하여 무리식의 최댓값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

주어진 식은

$$\left(\sqrt{17-2x}+\sqrt{11-4y}\right)^2$$

$$=17-2x+11-4y+2\sqrt{17-2x}\,\sqrt{11-4y}$$

이 식을 정리하면

$$28-2(x+2y)+2\sqrt{(17-2x)(11-4y)} \quad \cdots\cdots \text{㉠}$$

$x+2y=5$에서 $2y=5-x$이므로 ㉠은

$$18+2\sqrt{(17-2x)(1+2x)}$$

$$=18+2\sqrt{-4x^2+32x+17}$$

$$=18+2\sqrt{-4(x-4)^2+81} \quad \cdots\cdots \text{㉡}$$

$-4(x-4)^2+81$은 $x=4$일 때, 최댓값 81을 갖는다.

따라서 ㉡의 최댓값은 $18+2\sqrt{81}=36$이다.

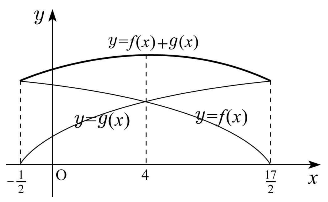
[참고]

$x+2y=5$에서 $2y=5-x$이므로

$$\sqrt{17-2x}+\sqrt{11-4y}=\sqrt{17-2x}+\sqrt{1+2x}$$

$f(x)=\sqrt{17-2x}$, $g(x)=\sqrt{1+2x}$라 하자.

$-\dfrac{1}{2}\leqq x\leqq\dfrac{17}{2}$에서 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프는 다음과 같다.



$y=f(x)+g(x)$의 그래프는 직선 $x=4$에 대하여 대칭이고 위로 볼록이므로 $y=f(x)+g(x)$는 $x=4$일 때 최댓값 $f(4)+g(4)=6$을 갖는다.

따라서 구하는 값은 $6^2=36$이다.

27. [출제의도] 직선의 방정식을 구하여 항등식에서 미정계수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

직선 l의 x절편, y절편이 각각 4, 2이므로

직선 l의 방정식은

$$\frac{x}{4}+\frac{y}{2}=1$$

$$\therefore\ y=-\frac{1}{2}x+2$$

이것을 주어진 등식에 대입하면

$$x^2+a\left(-\frac{1}{2}x+2\right)^2+bx+c=0$$

$$\left(1+\frac{a}{4}\right)x^2-(2a-b)x+(4a+c)=0$$

이 식이 x에 대한 항등식이므로

$$1+\frac{a}{4}=0,\ 2a-b=0,\ 4a+c=0$$

$$\therefore\ a=-4,\ b=-8,\ c=16$$

따라서 구하는 값은

$$|a|+|b|+|c|=28$$

[다른 풀이]

직선 위의 어떤 점을 대입하여도 등식이 성립한다.

직선 위의 점 $(0, 2)$, $(2, 1)$, $(4, 0)$를 대입하여 정리하면

$$4a+c=0 \quad \cdots\cdots \text{㉠}$$

$$a+2b+c=-4 \quad \cdots\cdots \text{㉡}$$

$$4b+c=-16 \quad \cdots\cdots \text{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$a=-4,\ b=-8,\ c=16$$

따라서 구하는 값은

$$|a|+|b|+|c|=28$$

28. [출제의도] 원주각의 성질을 이용하여 직선의 기울기를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\angle\mathrm{OAP}=90^\circ$이므로 현 OP는 $\triangle\mathrm{OAP}$의 외접원의 지름이다.

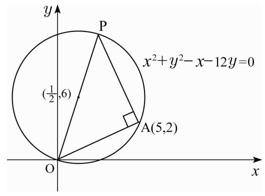
따라서 직선 OP는 원의 중심을 지난다.

$x^2+y^2-x-12y=0$을 변형하면

$$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+(y-6)^2=\frac{145}{4}$$

이 원의 중심의 좌표는 $\left(\dfrac{1}{2}, 6\right)$이므로

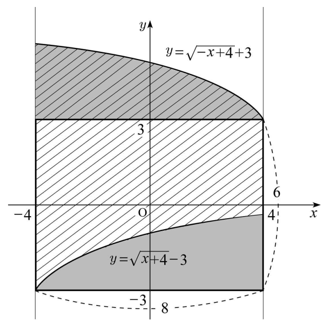
구하는 직선 OP의 기울기는 12이다.



29. [출제의도] 무리함수의 그래프와 대칭이동, 평행이동의 성질을 이용하여 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$y=\sqrt{x+4}-3$의 그래프는 $y=\sqrt{x}$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

또, $y=\sqrt{-x+4}+3$의 그래프는 $y=\sqrt{x}$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동한 다음 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.



그림에서 두 어두운 부분의 넓이가 같으므로 구하는 도형(빗금친 부분)의 넓이는 굵은 선으로 표시된 직사각형의 넓이와 같다.

따라서 구하는 넓이는 $6\times8=48$

30. [출제의도] 속력과 거리의 관계로부터 이차방정식을 구하여 트랙의 길이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

갑의 속력을 v_1, 을의 속력을 v_2라 하자.

출발 후 두 사람이 첫 번째 만날 때까지 걸린 시간이 같으므로

$$\frac{160}{v_1}=\frac{a-160}{v_2}$$

$$v_1:v_2=160:(a-160) \quad \cdots\cdots \text{㉠}$$

두 사람이 두 번째 다시 만날 때까지 걸린 시간이 같으므로

$$\frac{a+50}{v_1}=\frac{a-50}{v_2}$$

$v_1 : v_2 = (a+50) : (a-50)$ …… ㉡

㉠, ㉡에서

$160 : (a-160) = (a+50) : (a-50)$

$(a-160)(a+50) = 160(a-50)$

$a^2 - 270a = 0$

$a > 0$ 이므로 $a = 270$