2009학년도 11월 고2 전국연합학력평가
정답 및 해설

• 2교시 수리 영역 •

[가 형]

1	①	**2**	③	**3**	①	**4**	④	**5**	③
6	②	**7**	⑤	**8**	⑤	**9**	③	**10**	④
11	②	**12**	①	**13**	④	**14**	②	**15**	⑤
16	④	**17**	⑤	**18**	①	**19**	③	**20**	②
21	⑤	**22**	15	**23**	512	**24**	49	**25**	16
26	25	**27**	14	**28**	46	**29**	19	**30**	66

1. [출제의도] 지수 계산하기

$\sqrt[3]{2}\times 2^{-2}\times 2^{\frac{2}{3}}=2^{\frac{1}{3}-2+\frac{2}{3}}=\frac{1}{2}$

2. [출제의도] 수열의 극한 이해하기

$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2}{4n^2-1}$ 의 분모, 분자를 n^2으로 나누면 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{4-\frac{1}{n^2}}=\frac{1}{4}$

3. [출제의도] 행렬의 곱셈 계산하기

행렬 $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & -1\end{pmatrix}$일 때,

$A^2=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}=3E$이므로

$A^3=A^2A=(3E)A=3A$

$A^5=A^3A^2=(3A)(3E)=9A$이므로

모든 성분의 합은 27

4. [출제의도] 로그함수 이해하기

(가)에서 $a+2b=3$

(나)에서 $y=1$을 대입하면 $f(1)=2$이므로 $b=1$이다.

$\therefore a=1$

따라서 $f\left(\frac{1}{16}\right)=-\log_2 16+2=-2$이다.

5. [출제의도] 지수함수 이해하기

$y=2^{\log_3 x}$이므로 $(a,b)\in A$이면 $b=2^{\log_3 a}$이다.

ㄱ. $2^{\log_3 3a}=2^{1+\log_3 a}=2\cdot 2^{\log_3 a}=2b$ (참)

ㄴ. $\frac{1}{b}=2^{-\log_3 a}=2^{\log_3\frac{1}{a}}$

$\left(\frac{1}{a},\ \frac{1}{b}\right)\in \mathrm{A}$이다. (거짓)

ㄷ. $(c,d)\in A$이면 $d=2^{\log_3 c}$이다.

$2^{\log_3 ac}=2^{\log_3 a+\log_3 c}=2^{\log_3 a}\cdot 2^{\log_3 c}=bd$ (참)

6. [출제의도] 수열의 극한값 이해하기

$f(x)=x^{n+1}+x^n$을

x^2-5x+6으로 나눈 몫을 $Q(x)$라 하면

$f(x)=x^{n+1}+x^n$

$=(x-2)(x-3)Q(x)+a_nx+b_n$

$f(2)=2^{n+1}+2^n=2a_n+b_n$

$f(3)=3^{n+1}+3^n=3a_n+b_n$에서

$a_n=4\cdot 3^n-3\cdot 2^n,\ b_n=-8\cdot 3^n+9\cdot 2^n$이므로

$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{b_n}{a_n}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{-8\cdot 3^n+9\cdot 2^n}{4\cdot 3^n-3\cdot 2^n}=-2$

7. [출제의도] 로그부등식 이해하기

ㄱ. $n=1$일 때, $1\le\log_2 x<3$이므로 $2\le x<8$

$A_1=\{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$ (참)

ㄴ. $A_n=\{x|2^{2n-1}\le x<2^{2n+1},\ x\text{는 자연수}\}$

$A_{n+1}=\{x|2^{2n+1}\le x<2^{2n+3},\ x\text{는 자연수}\}$

$A_n\cap A_{n+1}=\varnothing$ (참)

ㄷ. A_n의 원소의 개수는

$2^{2n+1}-2^{2n-1}=3\cdot 2^{2n-1}$ (참)

8. [출제의도] 수열의 귀납적 정의를 이용한 극한 문제해결하기

$3a_{n+2}=2a_{n+1}+a_n$

$3a_{n+2}-3a_{n+1}=-a_{n+1}+a_n$

$a_{n+2}-a_{n+1}=-\frac{1}{3}(a_{n+1}-a_n)$

$a_n=p+\sum\limits_{k=1}^{n-1}(q-p)\left(-\frac{1}{3}\right)^{k-1}$

$\therefore \lim\limits_{n\to\infty}a_n=p+\frac{q-p}{1-\left(-\frac{1}{3}\right)}=\frac{p+3q}{4}$

9. [출제의도] 행렬 증명하기

$A^2-A=p(A-E)$이므로

$A^3-A^2=p(A^2-A)=p^2(A-E)$

$A^4-A^3=p^2(A^2-A)=p^3(A-E)$

$\vdots$

$A^n-A^{n-1}=p^{n-1}(A-E)$이다.

따라서 $A^n-A=(p+p^2+\cdots+p^{n-1})(A-E)$

$A^n=(1+p+p^2+\cdots+p^{n-1})A$
$\quad-(p+p^2+\cdots+p^{n-1})E$

(ⅰ) $p=1$일 때, $A^n=nA-(n-1)E$

(ⅱ) $p\ne 1$일 때

$A^n=\frac{1}{p-1}(p^n-1)A-\frac{1}{p-1}(p^n-p)E$

10. [출제의도] 부분합을 이용한 무한급수 문제해결하기

$3\cdot 2^n$의 양의 약수는 $1,\ 2,\ 2^2,\ \cdots,2^n,$

$3,\ 3\cdot 2,\ 3\cdot 2^2,\ \cdots,\ 3\cdot 2^n$이므로

$S(n)=\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^n}\right)$
$\quad+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3\cdot 2}+\frac{1}{3\cdot 2^2}+\cdots+\frac{1}{3\cdot 2^n}\right)$

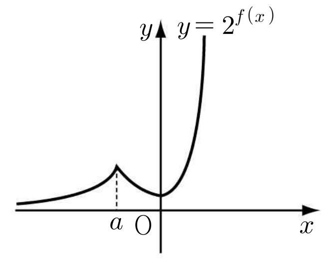
$\lim\limits_{n\to\infty}S(n)=\frac{1}{1-\frac{1}{2}}+\frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{2}}=\frac{8}{3}$

11. [출제의도] 지수함수를 이용한 그래프의 개형 추론하기

(ⅰ) $x<a$일 때, x축을 점근선으로 하는 아래로 볼록인 증가하는 함수의 개형을 나타낸다.

(ⅱ) $a\le x<0$일 때, 아래로 볼록인 감소하는 함수의 개형을 나타낸다.

(ⅲ) $x\ge 0$일 때, $y\ge 1$이고, 아래로 볼록인 증가하는 함수의 개형을 나타낸다.



12. [출제의도] 로그를 이용한 실생활 문제해결하기

$2\log c=\log\frac{2aG}{b}$ ⋯ ㉠

$2\log kc=\log\frac{2\cdot 600aG}{6b}$ ⋯ ㉡

㉡-㉠하면 $2\log k=\log 100$

$\therefore k=10$

13. [출제의도] 수열의 합 추론하기

(ⅰ) $n=1$일 때, $a_1=3$

(ⅱ) $n\ge 2$일 때, $a_n=S_n-S_{n-1}$이므로

$2S_n=S_n-S_{n-1}+\frac{9}{S_n-S_{n-1}}$이다.

$(S_n)^2-(S_{n-1})^2=9$

따라서 수열 $\{(S_n)^2\}$은 첫째항이 9이고, 공차가 9인 등차수열이다.

$(S_n)^2=9n$이므로 $S_n=3\sqrt{n}$ $(n\ge 1)$이다.

$\therefore S_{100}=30$

14. [출제의도] 로그의 성질 이해하기

$\log_3\sqrt{b-2a}-\log_3 a=\log_3\frac{\sqrt{b-2a}}{a}$

$=\log_3\frac{\sqrt{(10^5+1)a-2a}}{a}=\log_3\frac{\sqrt{(10^5-1)a}}{a}$

$=\log_3\sqrt{\frac{(10^5-1)}{a}}=\log_3\sqrt{\frac{99999}{11111}}=\log_3 3=1$

15. [출제의도] 수열의 합 추론하기

$1\cdot 4+2\cdot 8+3\cdot 12+\cdots+9\cdot 36$

$=\sum\limits_{k=1}^{9}4k^2=4\cdot\frac{9\cdot 10\cdot 19}{6}=1140$

16. [출제의도] 등비수열을 이용한 문제해결하기

$\overline{\mathrm{AC}}=a,\ \overline{\mathrm{OC}}=ar,\ \overline{\mathrm{BC}}=ar^2$이라 하자.

$\triangle\mathrm{ABC}$에서 $\angle\mathrm{ACB}=90^\circ$이므로

$a^2+(ar^2)^2=(2ar)^2$에서 $r^4-4r^2+1=0$

$\therefore r^2=2\pm\sqrt{3}$

$\frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AC}}}=\frac{ar^2}{a}=r^2>1$ ($\because \overline{\mathrm{AC}}<\overline{\mathrm{OC}}<\overline{\mathrm{BC}}$)

따라서 $\frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AC}}}=2+\sqrt{3}$

17. [출제의도] 수열의 규칙성을 이용한 문제해결하기

각 행의 가장 작은 값을 나열한 수열을 $\{a_n\}$이라 하면 $\{a_n\}$은 1, 2, 4, 7, 11, 16, ⋯으로 계차수열이 등차수열을 이루는 수열이다.

따라서 $a_{20}=1+\sum_{k=1}^{19}k=191$이므로 20행의

가장 작은 수는 191이다.

n행에는 첫째항이 a_n이고, 공차가 1인 등차수열의 항이 $(n+1)$개 있으므로,

20행에 있는 21개의 모든 수의 합은

$$\frac{21(2\cdot 191+20\cdot 1)}{2}=4221$$

18. [출제의도] 여러 가지 수열의 합 이해하기

두 점 $\mathrm{A}(1,1)$, $\mathrm{B}(0,-n)$을 지나는 직선의 방정식은 $y=(n+1)x-n$이므로

x축과 만나는 점의 x좌표는 $p_n=\dfrac{n}{n+1}$이다.

따라서 $10\sum_{n=1}^{8}l_n=10\sum_{n=1}^{8}(p_{n+1}-p_n)$

$$=10(p_9-p_1)=10\left(\frac{9}{10}-\frac{1}{2}\right)=4$$

19. [출제의도] 행렬의 성질 이해하기

$A\in S,\ B\in S$이므로

ㄱ. $\begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix}AB=A\begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix}B=AB\begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix}$이므로

$AB\in S$ (참)

ㄴ. $\begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix}A=A\begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix}$의 양변에 A^{-1}을 곱하면

$A^{-1}\begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix}A=\begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix}$이다.

또 양변에 A^{-1}을 곱하면

$A^{-1}\begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix}A^{-1}$이므로 $A^{-1}\in S$ (참)

ㄷ. 행렬 $A=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}\in S$라 하면

$\begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix}A=A\begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix}$을 만족하는 행렬은 $A=\begin{pmatrix}a&0\\c&a\end{pmatrix}$

$A^2=A$를 만족하려면

$A^2=\begin{pmatrix}a&0\\c&a\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&0\\c&a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a^2&0\\2ac&a^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a&0\\c&a\end{pmatrix}=A$

$a^2=a,\ 2ac=c$이므로

$\begin{cases}a=0\\c=0\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}a=1\\c=0\end{cases}$이다.

따라서 $A=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ 또는 $\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$ (거짓)

20. [출제의도] 도형을 이용한 무한등비급수 추론하기

$S_1=\dfrac{\pi-2}{8}$

$S_2=\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{\pi-2}{8}$

$S_3=\left(\dfrac{1}{4}\right)^2\cdot\dfrac{\pi-2}{8}$

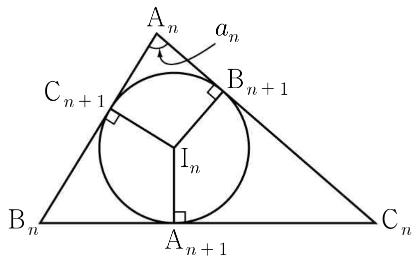
$\vdots$

$S_n=\left(\dfrac{1}{4}\right)^{n-1}\cdot\dfrac{\pi-2}{8}$이므로

$$\sum_{n=1}^{\infty}(3^{n-1}\cdot S_n)=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}\cdot\frac{\pi-2}{8}$$

$$=\frac{\frac{\pi-2}{8}}{1-\frac{3}{4}}=\frac{\pi-2}{2}$$

21. [출제의도] 수열의 극한 증명하기



$\angle\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n=b_n$, $\angle\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n\mathrm{A}_n=c_n$,

삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n$의 내심을 I_n이라 하자.

$\overline{\mathrm{I}_n\mathrm{A}_{n+1}}\perp\overline{\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n}$, $\overline{\mathrm{I}_n\mathrm{C}_{n+1}}\perp\overline{\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n}$이므로

사각형 $\mathrm{I}_n\mathrm{C}_{n+1}\mathrm{B}_n\mathrm{A}_{n+1}$이 원에 내접한다.

$\angle\mathrm{I}_n\mathrm{A}_{n+1}\mathrm{C}_{n+1}=\angle\mathrm{I}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_{n+1}=\dfrac{1}{2}b_n$이고

$\angle\mathrm{I}_n\mathrm{A}_{n+1}\mathrm{B}_{n+1}=\dfrac{1}{2}c_n$이다.

$a_{n+1}=\dfrac{1}{2}b_n+\dfrac{1}{2}c_n=\dfrac{1}{2}(\pi-a_n)$이므로

$a_{n+1}=-\dfrac{1}{2}a_n+\dfrac{\pi}{2}$이다. $\therefore\ \lim\limits_{n\to\infty}a_n=\dfrac{\pi}{3}$

22. [출제의도] 조합 이해하기

$\log_2\{f(m)-f(n)+4\}>2$에서 $f(m)>f(n)$

이므로 구하는 함수의 개수는 ${}_6\mathrm{C}_4=15$이다.

23. [출제의도] 지수 법칙 이해하기

$f(1)=2^{\sqrt{2}-1}$

$f(2)=2^{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

$\vdots$

$f(99)=2^{10-\sqrt{99}}$이므로

$f(1)\times f(2)\times\cdots\times f(99)$

$=2^{(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\cdots+(\sqrt{100}-\sqrt{99})}=2^{10-1}$

$=2^9=512$

24. [출제의도] 거듭제곱근의 정의 이해하기

$-p$가 음수이므로

n이 짝수일 때, $N(-p,\ n)=0$

n이 홀수일 때, $N(-p,\ n)=1$

$\sum_{n=2}^{100}N(-p,\ n)=49$

25. [출제의도] 경우의 수 이해하기

10^4의 자리	10^3의 자리	10^2의 자리	10의 자리	1의 자리
1	1	2	1	1
				2
			2	1
	2	1	1	2
			2	1
				2
		2	1	1
				2

1로 시작하는 경우의 수가 8가지이므로

2로 시작하는 경우의 수도 8가지이다.

따라서 16개이다.

[별해] $1\neq 2=2\neq 1=1$처럼 이웃한 두 숫자가 같은가 같지 않은가에 따라 $=$, $\neq$를 두 숫자 사이에 둘 때, $=$가 연속하지 않는 방법의 수와 같다.

n개의 숫자를 위의 규칙에 따라 나열하는 방법의 수를 $f(n)$이라 하자.

$(n+1)$개의 숫자를 규칙에 따라 나열하는 방법은

$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots,\ a_n\neq a_{n+1}$인 경우,

$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots,\ a_{n-1}\neq a_n=a_{n+1}$인 경우이므로

$f(n+1)=f(n)+f(n-1)\ (n\geq 2)$이다.

$f(1)=2,\ f(2)=4,\ f(3)=6,\ f(4)=10,$

$f(5)=16$이다.

26. [출제의도] 지수부등식 이해하기

(i) $(2^{x-1}+2^{-x})^2\leq 25$

$2^{2x-2}+2^{-2x}\leq 24$이므로

$2^{2x-2}+2^{-2x}$의 최댓값은 24이다.

(ii) $2^{2x-2}+2^{-2x}\geq 2\sqrt{2^{2x-2}\cdot 2^{-2x}}=1$이므로

$2^{2x-2}+2^{-2x}$의 최솟값은 1이다.

27. [출제의도] 수열의 귀납적 정의를 이용하여 무한급수 문제해결하기

$a_{n+1}=\dfrac{1}{8}a_n+q$를 변형하면

$a_{n+1}-\dfrac{8q}{7}=\dfrac{1}{8}\left(a_n-\dfrac{8q}{7}\right)$

$a_n=\left(a_1-\dfrac{8q}{7}\right)\left(\dfrac{1}{8}\right)^{n-1}+\dfrac{8q}{7}$

$\sum_{n=1}^{\infty}a_n=16$이므로 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$이다. $\therefore\ q=0$

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=p$이고 공비 $r=\dfrac{1}{8}$인 등비수열

이므로 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n=\dfrac{p}{1-\frac{1}{8}}=\dfrac{8}{7}p=16\quad\therefore\ p=14$

28. [출제의도] 로그의 성질을 이용한 경우의 수 문제해결하기

$a=2^m,\ b=2^n\ (1\leq m,\ n\leq 20)$라 하면

$\log_a b=\log_{2^m}2^n=\dfrac{n}{m}=$(정수)

$m=1$일 때, $n=2,\ 3,\ \cdots,\ 20$ (19가지)

$m=2$일 때, $n=4,\ 6,\ \cdots,\ 20$ (9가지)

$m=3$일 때, $n=6,\ 9,\ \cdots,\ 18$ (5가지)

$m=4$일 때, $n=8,\ 12,\ 16,\ 20$ (4가지)

$m=5$일 때, $n=10,\ 15,\ 20$ (3가지)

$m=6$일 때, $n=12,\ 18$ (2가지)

$m=7$일 때, $n=14$ (1가지)

$m=8$일 때, $n=16$ (1가지)

$m=9$일 때, $n=18$ (1가지)

$m=10$일 때, $n=20$ (1가지)

따라서 46가지이다.

29. [출제의도] 역행렬의 성질 이해하기

$\begin{pmatrix}m-7&5\\5&m-8\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&m\\1&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2m-9&m^2-7m+10\\m+2&7m-16\end{pmatrix}$

역행렬이 존재하지 않으므로

$(2m-9)(7m-16)-(m+2)(m^2-7m+10)=0$

$(m-4)(m^2-15m+31)=0$이므로

모든 실수 m의 값의 합은 19이다.

30. [출제의도] 순열을 이용하여 실생활 문제해결하기

(i) A→P→Q→B 경로의 경우:

$1\times 1\times\dfrac{6!}{4!2!}=15$

(ii) A→P→R→B 경로의 경우:

$1\times1\times\frac{5!}{4!}=5$

(iii) A→P→S→B 경로의 경우:

$1\times1\times1=1$

(iv) A→Q→R→B 경로의 경우:

$\frac{5!}{4!}\times1\times\frac{5!}{4!}=25$

(v) A→Q→S→B 경로의 경우:

$\frac{5!}{4!}\times1\times1=5$

(vi) A→R→S→B 경로의 경우:

$\frac{6!}{4!2!}\times1\times1=15$

따라서 총 66가지이다.

[나 형]

1	①	**2**	④	**3**	①	**4**	②	**5**	②
6	③	**7**	⑤	**8**	①	**9**	③	**10**	③
11	②	**12**	①	**13**	④	**14**	②	**15**	⑤
16	④	**17**	⑤	**18**	①	**19**	③	**20**	④
21	⑤	**22**	10	**23**	512	**24**	49	**25**	23
26	11	**27**	420	**28**	26	**29**	19	**30**	28

1. ‘가’형과 같음.

2. [출제의도] 행렬의 상등 이해하기

$pA+qB=\begin{pmatrix}2p-q & p+2q\\ p+2q & 2p-q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5&0\\0&5\end{pmatrix}$이므로

$2p-q=5,\ p+2q=0$

$p=2,\ q=-1$이므로 $p+q=1$이다.

3. ‘가’형과 같음.

4. [출제의도] 행렬을 이용하여 연립일차방정식 문제해결하기

행렬 $\begin{pmatrix}t-4 & t\\ 2 & 2t+1\end{pmatrix}$의 역행렬이 존재하지 않으므로

$(t-4)(2t+1)-2t=0$

$\therefore 2t^2-9t-4=0$

방정식 $2t^2-9t-4=0$의 근이 $\alpha,\ \beta$이므로

$\alpha+\beta=\frac{9}{2},\ \alpha\beta=-2$

$\therefore \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=-\frac{9}{4}$

5. [출제의도] 행렬의 정의를 이용하여 문제해결하기

x^3+2x+1을 $\{x-(i-j)\}$로 나눈 몫을 $Q_{ij}(x)$, 나머지를 a_{ij}라 하면

$x^3+2x+1=\{x-(i-j)\}Q_{ij}(x)+a_{ij}$

$i=1,\ j=1$일 때, $a_{11}=1$

$i=1,\ j=2$일 때, $a_{12}=-2$

$i=2,\ j=1$일 때, $a_{21}=4$

$i=2,\ j=2$일 때, $a_{22}=1$

행렬 A의 모든 성분의 합은 4이다.

6. [출제의도] 거듭제곱근의 성질 이해하기

ㄱ. $\sqrt[3]{\frac{a}{b}}=\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{3}}=\frac{a^{\frac{1}{3}}}{b^{\frac{1}{3}}}=\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$ (참)

ㄴ. $\sqrt[4]{(ab)^2}=\sqrt[4]{(-ab)^2}$이므로

$\sqrt[4]{(ab)^2}+\sqrt[4]{(-ab)^2}=2\sqrt[4]{(ab)^2}$ (거짓)

ㄷ. $\sqrt[5]{(ab)^2}=(ab)^{\frac{2}{5}}=a^{\frac{2}{5}}b^{\frac{2}{5}}=\sqrt[5]{a^2}\sqrt[5]{b^2}$ (참)

7. ‘가’형과 같음.

8. [출제의도] 거듭제곱근의 성질 이해하기

$\alpha^3-10\alpha+9=0$ ⋯ ㉠

$\beta^3-10\beta+9=0$ ⋯ ㉡

$\gamma^3-10\gamma+9=0$ ⋯ ㉢

㉠, ㉡, ㉢을 더하면

$\alpha^3+\beta^3+\gamma^3-10(\alpha+\beta+\gamma)+27=0$이다.

근과 계수와의 관계에 의해 $\alpha+\beta+\gamma=0$이므로

$\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=-27 \quad \therefore \sqrt[3]{\alpha^3+\beta^3+\gamma^3}=-3$

9. ‘가’형과 같음.

10. [출제의도] 행렬의 곱셈을 이용하여 규칙성 추론하기

$A_2=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2&1\\-4&3\end{pmatrix}$

$A_3=\begin{pmatrix}-2&1\\-4&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&-2\\-3&-4\end{pmatrix}$

$A_4=\begin{pmatrix}-1&-2\\-3&-4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&-1\\4&-3\end{pmatrix}$

$A_5=\begin{pmatrix}2&-1\\4&-3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}=A_1$이므로

$A_{100}=A_4=\begin{pmatrix}2&-1\\4&-3\end{pmatrix}$이다.

A_{100}의 (1, 1)성분과 (2, 2)성분의 합은 -1이다.

11. [출제의도] 등차수열을 이용하여 문제해결하기

4와 16 사이의 원의 반지름을 $r_1,\ r_2,\ \cdots,\ r_{11}$이라 하면 $4,\ r_1,\ r_2,\ \cdots,\ r_{11},\ 16$은 등차수열이다.

모든 동심원의 둘레의 길이의 합은

$2\pi(4+r_1+r_2+\cdots+r_{11}+16)$

$=2\pi\cdot\frac{13(4+16)}{2}=260\pi$

12~19. ‘가’형과 같음.

20. [출제의도] 로그의 성질 이해하기

$a_n=2^{n+\frac{1}{2}}=2^{\frac{2n+1}{2}}$이므로

$\log_{\sqrt{2}}a_1+\log_{\sqrt{2}}a_2+\log_{\sqrt{2}}a_3+\cdots+\log_{\sqrt{2}}a_{10}$

$=\log_{\sqrt{2}}\left(2^{\frac{3}{2}}\times2^{\frac{5}{2}}\times\cdots\times2^{\frac{21}{2}}\right)$

$=\log_{\sqrt{2}}2^{\frac{120}{2}}=120$

21. [출제의도] 상용로그의 지표와 가수 이해하기

$A=\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^4}\right)\left(1+\frac{1}{2^8}\right)$의

양변에 $\left(1-\frac{1}{2}\right)$을 곱하면

$\left(1-\frac{1}{2}\right)A=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^4}\right)\left(1+\frac{1}{2^8}\right)$

$\frac{1}{2}A=1-\frac{1}{2^{16}}$

$\log\left(1-\frac{1}{2}A\right)=\log\frac{1}{2^{16}}=-16\log2=-4.8$

따라서 지표는 -5이다.

22. [출제의도] 로그의 성질 이해하기

$5^{\frac{1}{\log5}}=5^{\log_5 10}=10^{\log_5 5}=10$

23~24. ‘가’형과 같음.

25. [출제의도] 지수의 성질 이해하기

$5^{\frac{360}{n}}$이 자연수가 되려면 n은 2이상인 360의 약수이다. 따라서 23개이다.

26. [출제의도] 상용로그의 지표를 이용하여 문제해결하기

$a,\ b$는 100보다 큰 실수이므로

$[\log a],\ [\log b]$가 2이상의 정수이다.

$[\log a]=2,\ [\log b]=3$이므로

$2<\log a<3,\ 3\le\log b<4$

$5<\log a+\log b=\log ab<7$이다.

$\therefore \log ab$의 지표는 5 또는 6

27. [출제의도] 여러 가지 수열의 합 문제해결하기

$nx>0,\ \frac{n}{x}>0$이므로

$nx+\frac{n}{x}\ge2\sqrt{n^2}=2n$이다.

$f_n(x)=nx+\frac{n}{x}\ge2n$ (단, 등호는 $x=1$일 때, 성립한다.)

$\sum_{n=1}^{20}f_n(x)\ge\sum_{n=1}^{20}2n=420$

28. [출제의도] 등차수열 추론하기

$\overline{AB},\ \overline{BC},\ \overline{CD},\ \overline{DE},\ \overline{EA}$의 양끝에 쓰인 수의 합을 크기순으로 배열한 등차수열을

$a-2d,\ a-d,\ a,\ a+d,\ a+2d$라 하면

$(a-2d)+(a-d)+a+(a+d)+(a+2d)=5a$

$5a=2(10+12+13+14+16)=130$

$\therefore a=26$

29. ‘가’형과 같음.

30. [출제의도] 수열의 귀납적 정의를 이용하여 두 항의 합 추론하기

$a_3-a_1=2$

$a_4-a_2=2$

$a_5-a_3=2$

$a_6-a_4=2$

$\vdots$

$a_{15}-a_{13}=2$

$a_{16}-a_{14}=2$에서

좌변과 우변을 모두 더하면

$a_{15}+a_{16}-a_1-a_2=28$

$\therefore a_{15}+a_{16}=28$