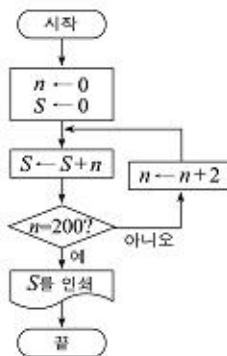


5 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나온 두 눈의 수의 곱이 짝수일 때, 나온 두 눈의 수의 합이 6 또는 8일 확률은? [3점]

- ① $\frac{2}{27}$ ② $\frac{5}{27}$ ③ $\frac{8}{27}$ ④ $\frac{11}{27}$ ⑤ $\frac{14}{27}$

6 다음 순서도에서 인쇄되는 S의 값은? [3점]



- ① 5050 ② 7540 ③ 9900
④ 10100 ⑤ 20200

7 $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{10}$ 의 전개식에서 상수항이 존재하도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합은? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

8 어떤 특산물 과일을 지리하는 과수원에서는 때마다 수확량의 일부를 해외로 수출한다. 이 과수원에서 올해 수확한 과일 30000개의 무게는 평균 400g, 표준편차 20g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 30000개의 과일 중 무게가 400g 이상이고 440g 이하인 과일을 선별하여 수출하였다. 이 과수원에서 올해 수출한 과일의 개수를 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	P(0 ≤ Z ≤ z)
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48
2.5	0.49

- ① 10200 ② 11600 ③ 12900
④ 14400 ⑤ 14700

9 집합 P 를

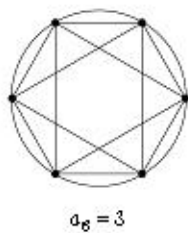
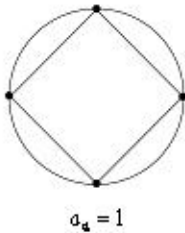
$$P = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, B 는 단위행렬이다.) [4점]

- < 보기 >
- ㄱ. 집합 $\{X \mid X^2 = B, X \in P\}$ 의 원소의 개수는 2이다.
 ㄴ. $X \in P$ 이면 $X^3 = X$ 이다.
 ㄷ. 집합 P 는 군집에 대하여 닫혀 있다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10 원이 내접하는 정삼각형의 꼭짓점 중에서 서로 다른 4개의 점을 연결하여 만든 격사각형의 개수를 a_n 이라 하자. 예를 들어 $a_4 = 1$, $a_8 = 3$ 이다. $\sum_{k=2}^{20} a_{2k}$ 의 값은? [4점]

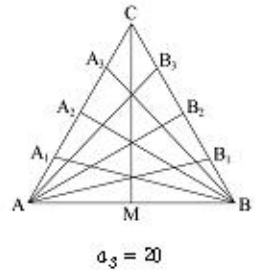
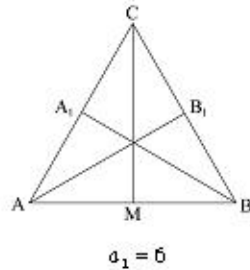


- ① 960 ② 1020 ③ 1140
 ④ 1235 ⑤ 1330

11 정삼각형 ABC 에서 변 AC 를 $(n+1)$ 등분한 점을 각각 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ 이라 하고, 변 BC 를 $(n+1)$ 등분한 점을 각각 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ 이라 하자. 다음 [단계]와 같은 순서로 선분을 긋는다.

- [단계 1] 꼭짓점 C 와 선분 AB 의 중점 M 을 연결한 선분 CM 을 긋는다.
 [단계 2] 꼭짓점 A 와 점 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ 을 각각 연결한 선분 $AB_1, AB_2, AB_3, \dots, AB_n$ 을 긋는다.
 [단계 3] 꼭짓점 B 와 점 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ 을 각각 연결한 선분 $BA_1, BA_2, BA_3, \dots, BA_n$ 을 긋는다.

이때, 나누어진 정삼각형 ABC 의 내부 영역의 개수를 a_n 이라 하자. 예를 들어 $a_1 = 6$, $a_3 = 20$ 이다. a_{10} 의 값은? [4점]



- ① 132 ② 136 ③ 140 ④ 144 ⑤ 148

12 이차정사각행렬 A 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, B 는 단위행렬이고 O 는 영행렬이다.) [3점]

<보기>

- ㄱ. $A^2 - 4A - B = O$ 이면 A 의 역행렬은 $A - 4B$ 이다.
 ㄴ. $A^2 - A = O$ 이면 A 의 역행렬은 존재하지 않는다.
 ㄷ. A^3 의 역행렬이 존재하지 않으면 A^2 의 역행렬은 존재하지 않는다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$, $a_n + a_{n+1} = 3$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

- ㄱ. $a_{11} = 1$
 ㄴ. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n} = 2$
 ㄷ. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n a_k = \frac{3}{2}$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14 다음은 n 이 소수일 때, ${}_n C_n - 2$ 는 n^2 의 배수임을 증명한 것이다.

<증명>

$$(1+x)^{2n} = \sum_{k=0}^{2n} {}_{2n}C_k x^k$$

여기서 (가)의 계수는 ${}_{2n}C_n$ 이다.

$$\text{한편 } (1+x)^n(1+x)^n = \left(\sum_{k=0}^n {}_nC_k x^k \right) \left(\sum_{k=0}^n {}_nC_{n-k} x^{n-k} \right)$$

여기서 (가)의 계수는 $\sum_{k=0}^n ({}_nC_k \cdot \text{(나)})$ 이다.

따라서 ${}_{2n}C_n = ({}_nC_0)^2 + ({}_nC_1)^2 + ({}_nC_2)^2 + \dots + ({}_nC_n)^2$ 이다.

그런데 n 이 소수이므로 (다)인 자연수 k 에 대하여 ${}_nC_k$ 는 n 의 배수이다.

따라서 (다)인 자연수 k 에 대하여 $({}_nC_k)^2$ 은 n^2 의 배수이고 ${}_nC_0 = {}_nC_n = 1$ 이므로 ${}_{2n}C_n - 2$ 는 n^2 의 배수이다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|----------|------------------|---------------------|
| ① | x^n | ${}_nC_{n-k}$ | $1 \leq k \leq n$ |
| ② | x^n | ${}_nC_{n-k}$ | $1 \leq k \leq n-1$ |
| ③ | x^n | ${}_{2n}C_{n-k}$ | $1 \leq k \leq n$ |
| ④ | x^{2n} | ${}_nC_{n-k}$ | $1 \leq k \leq n-1$ |
| ⑤ | x^{2n} | ${}_{2n}C_{n-k}$ | $1 \leq k \leq n$ |

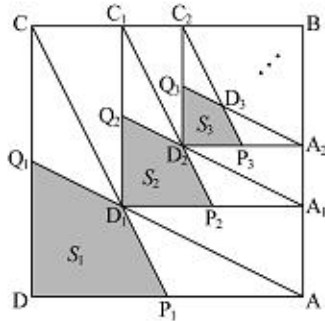
'나'형

15 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD가 있다. 그림과 같이 두 선분 AD, DC의 중점을 각각 P_1, Q_1 이라 하고, 두 선분 AQ_1, CP_1 의 교점을 D_1 이라 하자. 이때, 사각형 $DP_1D_1Q_1$ 의 넓이를 S_1 이라 하자.

선분 BD_1 을 대각선으로 하는 정사각형을 $BC_1D_1A_1$ 이라 하자. 두 선분 A_1D_1, D_1C_1 의 중점을 각각 P_2, Q_2 라 하고, 두 선분 A_1Q_2, C_1P_2 의 교점을 D_2 라 하자. 이때, 사각형 $D_1P_2D_2Q_2$ 의 넓이를 S_2 라 하자.

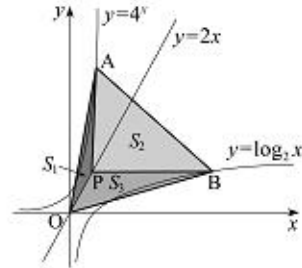
선분 BD_2 을 대각선으로 하는 정사각형을 $BC_2D_2A_2$ 라 하자. 두 선분 A_2D_2, D_2C_2 의 중점을 각각 P_3, Q_3 이라 하고, 두 선분 A_2Q_3, C_2P_3 의 교점을 D_3 이라 하자. 이때, 사각형 $D_2P_3D_3Q_3$ 의 넓이를 S_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 얻은 n 번째 사각형의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{24}{5}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{27}{5}$ ④ $\frac{20}{3}$ ⑤ $\frac{36}{5}$

16 제1사분면에서 직선 $y=2x$ 위의 한 점 P를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y=4^x$ 과 만나는 점을 A라 하고, 점 P를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_2 x$ 와 만나는 점을 B라 하자. 이때, 세 삼각형 OPA, PAB, OPB의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3 이라 하자. $S_1 : S_2 : S_3 = 3 : k : 7$ 일 때, 상수 k 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

17 어떤 생물의 개체수를 측정하기 시작하여 시간 t 에서의 개체수를 $N(t)$ 라 할 때, 다음 관계식이 성립한다고 한다.

$$N(t) = \frac{K}{1+ca^{-bt}}$$

(단, a, b, c 는 양의 상수)

이때, K 는 이 생물의 최대개체량이다.

이 생물의 개체수를 측정하기 시작하여 $t=5$ 일 때의 개체수는 최대개체량의 $\frac{1}{2}$ 이었고, $t=7$ 일 때의 개체수는 최대개체량의 $\frac{3}{4}$ 이었다. 이 생물의 개체수를 측정하기 시작하여 $t=9$ 일 때의 개체수를 나타내는 것은? [4점]

- ① $\frac{6}{7}K$ ② $\frac{7}{8}K$ ③ $\frac{8}{9}K$
 ④ $\frac{9}{10}K$ ⑤ $\frac{10}{11}K$

단답형(18~25)

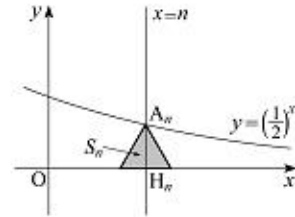
18 로그부등식 $\log_{\frac{1}{2}}(x-2) > -3$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하십시오. [3점]

19 $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $f(x) = 2^{-e^2+ax+3}$ 의 최솟값이 4일 때, $f(x)$ 의 최댓값을 구하십시오. (단, a 는 상수이다.) [3점]

21 정수 a, b, c 에 대하여 행렬 A 를 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 1 & c \end{pmatrix}$ 라 하자.

$|b| \leq 100$ 일 때, $A = A^{-1}$ 을 만족하는 행렬 A 의 개수를 구하십시오. [4점]

21 그림과 같이 직선 $x = n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)이 지수함수 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프 및 x 축과 만나는 점을 각각 A_n, H_n 이라 하자. 선분 $A_n H_n$ 을 높이로 하는 정삼각형의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n = a$ 이다. $\frac{1}{a^2}$ 의 값을 구하십시오. [4점]



22 확률변수 X 는 이항분포 $B(3, p)$ 를 따르고 확률변수 Y 는 이항분포 $B(4, 2p)$ 를 따른다고 한다. 이때, $10P(X=3) = P(Y \geq 3)$ 을 만족시키는 양수 p 의 값은 $\frac{m}{n}$ 이다. $m+n$ 의 값을 구하십시오. (단, m, n 은 서로소인 자연수이다.) [3점]

23 갑, 을 두 사람이 어떤 게임을 해서 다음과 같은 규칙에 따라 사망을 갖는다고 한다.

- (가) 이긴 사람은 3개, 진 사람은 1개의 사망을 갖는다.
 (나) 비기면 두 사람이 각각 2개의 사망을 갖는다.

갑, 을 두 사람이 이 게임을 다섯 번 해서 20개의 사망을 10개의 나누어 갖게 되는 경우의 수를 구하십시오. (단, 사망은 서로 구별되지 않는다.) [3점]

24 수열 $\{a_n\}$ 에서

$$a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

일 때, $30a_{30} - (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{29})$ 의 값을 구하십시오. [4점]

25 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}^{99}$ 의 (2, 1)성분이 3^n 일 때, n 의 값을 구하십시오. [4점]

5지 선다형

26 함수 $f(x)$ 를 $f(x) = \log_a x - [\log_a x]$ 라 하자. $10 < a < 100$ 인 실수 a 에 대하여 $\{f(a)\}^2 + \left\{f\left(\frac{1}{a}\right)\right\}^2$ 의 최솟값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

27. 첫째 항이 a ($a \neq 0$)이고 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 임의의 자연수 m, n 에 대하여

$$a_m + a_n = a_{m+n}$$

를 만족시킨다. $\sum_{q=1}^m a_q$ 의 값을 나타내는 것은? [3점]

- ① $25a$ ② $35a$ ③ $45a$
 ④ $55a$ ⑤ $65a$

28. 어떤 인터넷 사이트의 회원인 원수는 자신의 회원번호를 이용하여 다음과 같은 규칙에 따라 4자리 자연수인 비밀번호를 만들려고 한다.

- (가) 각 자리의 숫자는 모두 다르다.
 (나) 회원번호의 각 자리에 쓰인 숫자와 0은 사용할 수 없다.
 (다) 회원번호가 나타내는 수보다 큰 4의 배수이다.

원수의 회원번호가 6549일 때, 만들 수 있는 서로 다른 비밀번호의 개수는? [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

29. 음이 아닌 정수 n 에 대하여 집합 A_n, B_n 을 각각

$$A_n = \left\{ x \mid n \leq x < n + \frac{1}{2} \right\}$$

$$B_n = \left\{ x \mid n + \frac{1}{2} \leq x < n + 1 \right\}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보기 >

- ㄱ. $\log_2 5 \in A_2$
 ㄴ. $\log_2 a \in A_1$ 이면 $\log_2 5a \in A_3$ 이다.
 ㄷ. $\log_2 a \in B_1$ 이면 $\log_2 \sqrt{a} \in A_0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형(30)

30. 집합 X 를

$$X = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \text{는 } 3 \text{ 이하의 자연수} \right\}$$

라 하자. 집합 X 에서 임의로 하나의 행렬을 선택할 때, 그 행렬이 역행렬을 가질 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

※ 확인 사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.