

(홀수형)

2008학년도 대학수학능력시험 (수리영역-나형) 정답 및 해설

1.

$$(\sqrt{2\sqrt{6}})^4 = \left\{ (2\sqrt{6})^{\frac{1}{2}} \right\}^4 = (2\sqrt{6})^2 = 24$$

답 ⑤

2.

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 7n}{n^2 + 5} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{7}{n}}{1 + \frac{5}{n^2}} \\ &= \frac{2 - 0}{1 + 0} \\ &= 2 \end{aligned}$$

답 ②

3.  $BA = B + E$ 에서

$$\begin{aligned} A &= B^{-1}(B + E) \\ &= E + B^{-1} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

따라서 행렬  $A$ 의 모든 성분의 합은 3이다.

답 ⑤

4.

두 곡선  $y=3^{x+m}$ ,  $y=3^{-x}$ 이 각각  $y$ 축과 만나는 점은

$$A(0, 3^m), B(0, 1) \text{ 이고}$$

$$\overline{AB} = 3^m - 1 = 8$$

$$\therefore 3^m = 9$$

$$\therefore m = 2$$

답 ①

5.

$$A^n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ n & 1 \end{pmatrix} \text{ 이므로}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = (A^n)^{-1} \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -n & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3n + 8 \end{pmatrix}$$

이 때  $\alpha + \beta = 3 - 3n + 8 = 2$ 에서

$$n = 3$$

답 ③

6.

$$(\log_3 x - 1)^2 - 10 \log_3 x + 26 = 0 \text{ 이므로}$$

$\log_3 x = t$  라 하면

$$(t - 1)^2 - 10t + 26 = 0, \quad t^2 - 12t + 27 = 0$$

$$(t - 3)(t - 9) = 0$$

$$\therefore t = 3 \text{ 또는 } t = 9$$

$$t = 3 \text{ 일 때 } \log_3 x = 3 \text{ 에서 } x = 3^3$$

$$t = 9 \text{ 일 때 } \log_3 x = 9 \text{ 에서 } x = 3^9$$

$$\therefore \alpha\beta = 3^3 \times 3^9 = 3^{12}$$

답 ⑤

7.

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ 이고}$$

$$AB = CA \text{ 에서 } C = ABA^{-1} \text{ 이므로}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a \\ b & 1 \end{pmatrix} \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2b & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & a \\ 4b & 2 \end{pmatrix}$$

따라서, 행렬  $C$ 의 모든 성분의 합의 최솟값

은

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(2+a+4b+2) &= 2 + \frac{1}{2}a + 2b \\ &\geq 2 + 2\sqrt{\frac{1}{2}a \times 2b} \\ &= 2 + 2\sqrt{ab} \\ &= 2 + 2\sqrt{4} = 6 \end{aligned}$$

(단, 등호는  $\frac{1}{2}a = 2b$  일 때 성립한다.)

답 ③

8.

$$S_n = \frac{1}{2} \times n \times (2^n + 1),$$

$$T_n = \frac{1}{2} \times n \times (2^n - 1)$$

이므로

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{S_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 1}{2^n + 1} = 1$$

답 ①

9.

$$(4n^2 - 1)x^2 - 4nx + 1 = 0$$

$$\{(2n-1)x-1\}\{(2n+1)x-1\} = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2n-1} \text{ 또는 } x = \frac{1}{2n+1}$$

$$\therefore \alpha_n = \frac{1}{2n-1}, \beta_n = \frac{1}{2n+1}$$

( $\because \alpha_n > \beta_n$ )

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha_n - \beta_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n (\alpha_k - \beta_k)$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1} \right)$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{2n+1} \right)$$

$$= 1$$

답 ①

10.

A(t, 2log<sub>2</sub>t)라 하면  $\overline{AB} = 2$ 이므로

B(t+2, 2<sup>t-1</sup>)

이 때, A, B의 y좌표가 같아야 하므로

$$2 \log_2 t = 2^{t-1} \text{ 즉, } \log_2 t = 2^{t-2} \text{ ----- ㉠}$$

또, D(t+2, 2log<sub>2</sub>(t+2))이고,  $\overline{ED} = 2$ 이므로

$$2 \log_2 (t+2) - 2^{t-1} = 2$$

$$\log_2 (t+2) = 2^{t-2} + 1 \text{ ----- ㉡}$$

㉠과 ㉡에서

$$\log_2 (t+2) = \log_2 t + 1$$

$$\log_2 (t+2) = \log_2 2t$$

$$t+2 = 2t \therefore t = 2$$

이 때, A(2, 2), B(4, 2), D(4, 4)

한편, 두 점 C D의 y좌표가 같으므로

$$2^{x-3} = 4 \text{에서 } x = 5$$

$\therefore C(5, 4)$

따라서 사각형 ABCD의 넓이를 S라 하면

$$S = \frac{1}{2} \times (\overline{AB} + \overline{BC}) \times \overline{BD}$$

$$= \frac{1}{2} \times (2+1) \times 2 = 3$$

답 ④

11.

ㄱ. log<sub>100</sub>의 지표는 2이므로 n=2

$$\therefore f(100) = (-1)^2 = 1 \text{ (참)}$$

(홀수형)

2008학년도 대학수학능력시험 (수리영역-나형) 정답 및 해설

ㄴ.  $f(x) = (-1)^n = -1$  이면  $n$ 은 홀수이다.

즉,  $\log x$ 의 지표  $n$ 은 홀수이다.

$\log 100x = 2 + \log x$ 에서

$\log 100x$ 의 지표는  $2+n$ 이고, 홀수이므로

$$f(100x) = (-1)^{2+n} = -1 \text{ (참)}$$

ㄷ. (반례)  $x_1 = 2, x_2 = 5$ 이면

$\log 2$ 와  $\log 5$ 의 지표가 모두 0이므로

$$f(x_1) = (-1)^0 = 1, f(x_2) = (-1)^0 = 1$$

그러나  $x_1 x_2 = 10$  이고,  $\log 10$ 의 지표가 1이므로

$$f(x_1 x_2) = (-1)^1 = -1 \text{ (거짓)}$$

따라서, 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

답 ③

12.

$$r - p = k, 0 \leq r \leq n+1 \text{ 이므로}$$

$$0 \leq p \leq n+1 - k$$

따라서 변  $AB$ 는  $p$ 에 의하여 결정되므로

변  $AB$ 를 택하는 경우의 수는

정수  $p$ 의 개수와 같다.

이 때 정수  $p$ 의 개수는

$$(n+1-k) - 0 + 1 = n - k + 2$$

$$\therefore \text{(가)} \quad n - k + 2$$

같은 방법으로 변  $AD$ 를 택하는 경우의 수는

정수  $q$ 의 개수와 같으므로

$$(n-k) - 0 + 1 = n - k + 1$$

$$\therefore \text{(나)} \quad n - k + 1$$

$$\sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^n \{ (n+1)(n+2) - (2n+3)k + k^2 \}$$

$$= n(n+1)(n+2) - (2n+3) \times \frac{n(n+1)}{2}$$

$$+ \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$= \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

$$\therefore \text{(다)} \quad \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$

답 ④

13.

$$c(0) = 0.83, c(1) = 0.43 \text{ 이므로}$$

$$Q = kV \log \frac{0.83 - 0.03}{0.43 - 0.03} = kV \log 2$$

이때  $Q$ 는 일정하므로

이산화탄소 농도가 0.08%일 때

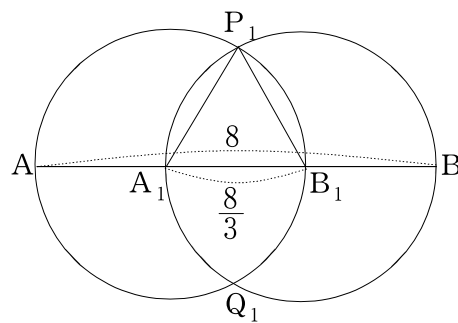
$$Q = k \times \frac{V}{t} \log \frac{0.83 - 0.03}{0.08 - 0.03} = kV \log 2$$

$$k \times \frac{V}{t} \log 16 = kV \log 2$$

$$\frac{4}{t} = 1, \therefore t = 4$$

답 ②

14.



세 선분  $A_1B_1, A_1P_1, B_1P_1$ 의 길이는 모두

원의 반지름의 길이인  $\frac{8}{3}$  이므로

$\triangle A_1B_1P_1$ 은 정삼각형이다.

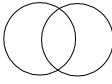
$$\therefore \angle P_1A_1B_1 = \frac{\pi}{3}$$

따라서, 호  $P_1A_1Q_1$ 의 길이는

$$\frac{8}{3} \times \frac{2}{3} \pi = \frac{16}{9} \pi$$

이므로 두 호  $P_1A_1Q_1, P_1B_1Q_1$ 의 길이의 합은

$$I_1 = 2 \times \frac{16}{9} \pi = \frac{32}{9} \pi$$

한편,  모양의 도형을 크기 순으로 나열하면 이들은 모두 닮은꼴이고,

$$\overline{AB} : \overline{A_1B_1} = 8 : \frac{8}{3} = 3 : 1$$

이므로 닮음비는 3:1이다.

$$\begin{aligned} \therefore \sum_{n=1}^{\infty} I_n &= I_1 + \frac{1}{3} I_1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 I_1 + \dots \\ &= \frac{I_1}{1 - \frac{1}{3}} \\ &= \frac{\frac{32}{9} \pi}{\frac{2}{3}} \\ &= \frac{16}{3} \pi \end{aligned}$$

답 ④

15.

$n \leq 10$ 일 때,

$$a_1 = 1,$$

$$a_2 = 2$$

$$a_3 = 1 + 3 = 4$$

$$a_4 = 2 + 4 = 6$$

$$a_5 = 1 + 3 + 5 = 9$$

$$a_6 = 2 + 4 + 6 = 12$$

$$a_7 = 1 + 3 + 5 + 7 = 16$$

$$a_8 = 2 + 4 + 6 + 8 = 20$$

$$a_9 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

$$a_{10} = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$$

$n > 10$ 일 때,

$$a_{11} = a_{13} = \dots = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

$$a_{12} = a_{14} = \dots = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$$

따라서

$$\sum_{n=1}^{14} a_n = 235$$

답 ⑤

16.

$$S_n T_n = n^2(n^2 - 1) \text{에서}$$

$$\neg. a_n = n^{\circ} \text{이면 } S_n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ 이므로}$$

$$S_n T_n = n^2(n^2 - 1) \text{에서}$$

$$\frac{n(n+1)}{2} T_n = n^2(n^2 - 1)$$

$$\therefore T_n = 2n(n-1)$$

(i)  $n \geq 2$ 일 때,

$$b_n = T_n - T_{n-1}$$

$$= 2n(n-1) - 2(n-1)(n-2)$$

$$= 4n - 4$$

(ii)  $n = 1$ 일 때,  $T_1 = 0 = b_1$

$$\therefore b_n = 4n - 4 \text{ (참)}$$

$$\neg. S_n = \frac{n\{2a_1 + (n-1)d_1\}}{2}$$

$$T_n = \frac{n\{2b_1 + (n-1)d_2\}}{2}$$

에서  $S_1 T_1 = 0$ 이므로  $a_1 b_1 = 0$

(i)  $a_1 \neq 0, b_1 = 0$ 인 경우

(홀수형)

2008학년도 대학수학능력시험 (수리영역-나형) 정답 및 해설

$$S_n T_n = \frac{n(2a_1 + (n-1)d_1)}{2} \cdot \frac{n(n-1)d_2}{2}$$

$$= n^2(n^2 - 1)$$

$$2a_1 d_2 + (n-1)d_1 d_2 = d_1 d_2 n + 2a_1 d_2 - d_1 d_2$$

$$= 4n + 4$$

이 등식은 모든 자연수  $n$ 에 대하여 성립하므로  $d_1 d_2 = 4$

(ii)  $a_1 = 0, b_1 \neq 0$ 인 경우

(i)과 같은 방법으로

$$d_1 d_2 n + 2b_1 d_2 - d_1 d_2 = 4n + 4$$

이 등식은 모든 자연수  $n$ 에 대하여 성립하므로  $d_1 d_2 = 4$

(iii)  $a_1 = 0, b_1 = 0$ 인 경우

$$S_n T_n = \frac{n(n-1)d_1}{2} \cdot \frac{n(n-1)d_2}{2} = n^2(n^2 - 1)$$

$$d_1 d_2 n - d_1 d_2 = 4n - 4$$

이 등식은 모든 자연수  $n$ 에 대하여 성립하므로  $d_1 d_2 = 4$

따라서 (i), (ii), (iii)에 의해  $d_1 d_2 = 4$

(참)

ㄷ.  $S_1 T_1 = 0$ 이므로  $a_1 \neq 0$ 이면  $b_1 = 0$

$$S_n T_n = S_n \cdot \frac{n(n-1)d_2}{2} = n^2(n^2 - 1)$$

$$\therefore S_n = 2n(n+1)d_2$$

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= 2n(n+1)d_2 - 2(n-1)nd_2$$

$$= 4d_2 n \text{ (거짓)}$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

답 ③

17.

$\log_2 5x = \log_2(x+m)$ 에서  $5x = x+m$ 이므로

$$x = \frac{m}{4}$$

$\log_2(-5x) = \log_2(x+m)$ 에서  $-5x = x+m$ 이므로

$$x = -\frac{m}{6}$$

$$\therefore A\left(-\frac{1}{3}, \log_2 \frac{5}{3}\right), B\left(\frac{1}{2}, \log_2 \frac{5}{2}\right)$$

$$C\left(-\frac{m}{6}, \log_2 \frac{5}{6} m\right), D\left(\frac{m}{4}, \log_2 \frac{5}{4} m\right)$$

ㄱ.  $m > 2$ 이면

$$p = -\frac{m}{6} < -\frac{1}{3}, r = \frac{m}{4} > \frac{1}{2} \text{ (참)}$$

ㄴ.  $\overline{CD}$ 의 기울기는

$$\frac{\log_2 \frac{5}{4} m - \log_2 \frac{5}{6} m}{\frac{m}{4} - \frac{m}{6}} = \frac{\log_2 \left(\frac{5}{4} m \times \frac{6}{5m}\right)}{\frac{m}{12}}$$

따라서  $m$ 의 값에 따라 기울기가 달라진다. (거짓)

$$\text{ㄷ. } \log_2 \frac{5}{2} = \log_2 \frac{5}{6} m \text{에서 } m = 3$$

이 때

$$\begin{aligned} \triangle CAB &= \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \left(\log_2 \frac{5}{2} - \log_2 \frac{5}{3}\right) \\ &= \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \log_2 \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangle CBD &= \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \left(\log_2 \frac{15}{4} - \log_2 \frac{5}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \log_2 \frac{3}{2} \end{aligned}$$

이므로 두 삼각형의 넓이는 같다. (참)

답 ④

18.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{a_1}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{5a_1}{4} = 15$$

$$\therefore a_1 = 12$$

답 12

19.

$$\begin{pmatrix} a & 3 \\ 0 & a \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} a & 3 \\ 0 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 3 \\ 0 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 & 6a \\ 0 & a^2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & 3 \\ 0 & a \end{pmatrix}^3 = \begin{pmatrix} a & 3 \\ 0 & a \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} a & 3 \\ 0 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^3 & 9a^2 \\ 0 & a^3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & 3 \\ 0 & a \end{pmatrix}^4 = \begin{pmatrix} a^3 & 9a^2 \\ 0 & a^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & 3 \\ 0 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^4 & 12a^3 \\ 0 & a^4 \end{pmatrix}$$

...

$$\begin{pmatrix} a & 3 \\ 0 & a \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} a^n & 3n \times a^{n-1} \\ 0 & a^n \end{pmatrix}$$

따라서 (1, 1)성분과 (1, 2)성분이 같으므로

$$a^n = 3n \times a^{n-1}, \quad a = 3n$$

$$n=1 \text{ 일 때 } a=3$$

$$n=2 \text{ 일 때 } a=6$$

$$n=3 \text{ 일 때 } a=9$$

...

이므로 8이하의 모든 자연수  $a$ 의 값들의 곱은

$$3 \times 6 = 18$$

답 18

20.

$$f(2a)f(b) = 2^{-2a} \times 2^{-b} = 2^{-2a-b} = 4 \text{ 이므로}$$

$$-2a - b = 2$$

$$f(a-b) = 2^{-a+b} = 2 \text{ 이므로}$$

$$-a + b = 1$$

$$\therefore a = -1, \quad b = 0$$

$$\therefore 2^{3a} + 2^{3b} = 2^{-3} + 2^0 = \frac{1}{8} + 1 = \frac{9}{8}$$

$$\therefore p + q = 8 + 9 = 17$$

답 17

21.

$$a_n = 5n + 1$$

$$b_1 = 1, \quad b_{n+1} - b_n = n + 1 \text{ 이므로}$$

$$b_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} (k+1)$$

$$= 1 + \frac{(n-1)n}{2} + (n-1)$$

$$= \frac{n(n+1)}{2}$$

$a_k \times b_l$ 의 값이 홀수가 되려면  $a_k, b_l$ 이 모두 홀수가 되어야 한다.

$a_k = 5k + 1$ 이 홀수가 되도록 하는 10이하의 자연수  $k$ 는

2, 4, 6, 8, 10의 5개 이고,

$b_l = \frac{l(l+1)}{2}$ 이 홀수가 되도록 하는 10이하의

자연수  $l$ 는

1, 2, 5, 6, 9, 10의 6개 이다.

따라서 순서쌍  $(k, l)$ 의 개수는

$$5 \times 6 = 30 \text{ (개)}$$

이다.

답 30

22.

$$\log_9 n = m + \alpha \quad (m \text{ 은 정수, } 0 \leq \alpha < 1) \text{ 으로}$$

(홀수형)

2008학년도 대학수학능력시험 (수리영역-나형) 정답 및 해설

놓으면

$$\log_9 n - [\log_9 n] = a$$

또,  $n = 9^m \cdot 9^a$  ( $m$ 은 정수,  $1 \leq 9^a < 9$ )이므로  $a$ 가 최대 즉,  $9^a$ 가 최대가 되는  $n$ 의 값을 구하면 된다.

$n$ 이 두 자리자연수 이므로  $n = 9^m \cdot 9^a$  ( $m$ 은 정수,  $1 \leq 9^a < 9$ )로 나타내면

$$n = 10 = 9 \times \frac{10}{9}$$

$$n = 11 = 9 \times \frac{11}{9}$$

...

$$n = 80 = 9 \times \frac{80}{9}$$

$$n = 81 = 9^2 \times 1$$

$$n = 82 = 9^2 \times \frac{82}{81}$$

...

$$n = 100 = 9^2 \times \frac{100}{81}$$

따라서  $n = 80$ 일 때,  $9^a$ 의 최대값은  $\frac{80}{9}$ 을 갖는다.

답 80

23.

$n$ 의 값에 따른  $a$ 의 값의 변화를 살펴보면

$n$	$a$
1	$3 \times 1 = 3$ ( $a < 30$ )
2	$3 + 1 = 4$ ( $a < 30$ )
3	$3 \times 4 = 12$ ( $a < 30$ )
4	$12 + 1 = 13$ ( $a < 30$ )
5	$3 \times 13 = 39$ ( $a > 30$ )

따라서, 인쇄되는  $a$ 의 값은 39이다.

답 39

24.

$$4 \leq \log x < 5, \quad 1 \leq \log y < 2 \quad \text{이고}$$

$$\begin{aligned} \left(\log \frac{x}{y}\right) \left(\log \frac{y}{x}\right) &= -\left(\log \frac{x}{y}\right)^2 \\ &= -(\log x - \log y)^2 \end{aligned}$$

이므로

$$2 < \log x - \log y < 4$$

$$-16 < -(\log x - \log y)^2 < -4$$

따라서 정수의 개수는

-15 부터 -5까지 이므로 11개이다.

답 11

25.

서로 다른 3가지 색을  $A, B, C$  라고 하면 맨 위와 맨 아래의 사다리꼴에 서로 다른 색을 칠하는 방법의 수는

$${}_3C_1 \times {}_2C_1 = 6$$

이다.

이 때 맨 위와 맨 아래의 사다리꼴에  $A, B$  두 색을 칠한 경우中间的 사다리꼴에 색을 칠하는 경우의 수는

$$A-B-A-C-B$$

$$A-B-C-A-B$$

$$A-C-A-C-B$$

$$A-C-B-A-B$$

$$A-C-B-C-B$$

로 5가지이므로 구하는 경우의 수는

$$6 \times 5 = 30$$

답 30

26.

$$|a - \log_2 x| \leq 1 \Leftrightarrow |\log_2 x - a| \leq 1$$

이므로  $-1 \leq \log_2 x - a \leq 1$

$$a-1 \leq \log_2 x \leq a+1$$

$$2^{a-1} \leq x \leq 2^{a+1}$$

따라서,  $x$ 의 최댓값은  $2^{a+1}$ , 최솟값은  $2^{a-1}$ 이다.

$$2^{a+1} - 2^{a-1} = 18 \text{ 에서}$$

$$2 \cdot 2^a - \frac{1}{2} \cdot 2^a = 18$$

$$\frac{3}{2} \cdot 2^a = 18$$

$$\therefore 2^a = \frac{2}{3} \cdot 18 = 12$$

답 ②

27.

$m, n$ 이 자연수이므로

$$1 < m^{n-5} \text{에서 } n-5 > 0, \text{ ---- } \textcircled{A}$$

$$1 < n^{m-8} \text{에서 } m-8 > 0 \text{ ---- } \textcircled{B}$$

$$\text{또, } m^{n-5} < n^{m-8} \text{에서 } \frac{n^{m-8}}{m^{n-5}} > 1 \text{ ---- } \textcircled{C}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{m^{\frac{1}{m-8}} \cdot n^{\frac{1}{n-5}}}{m^{-\frac{1}{m-8}} \cdot n^{-\frac{1}{n-5}}} = m^{\frac{2}{m-8}} > 1 \text{ (} \because \textcircled{C} \text{)}$$

$$\therefore A > B$$

$$\frac{A}{C} = \frac{m^{\frac{1}{m-8}} \cdot n^{\frac{1}{n-5}}}{m^{\frac{1}{m-8}} \cdot n^{-\frac{1}{n-5}}} = n^{\frac{2}{n-5}} > 1 \text{ (} \because \textcircled{A} \text{)}$$

$$\therefore A > C$$

$$\frac{B}{C} = \frac{m^{-\frac{1}{m-8}} \cdot n^{\frac{1}{n-5}}}{m^{\frac{1}{m-8}} \cdot n^{-\frac{1}{n-5}}}$$

$$= m^{-\frac{2}{m-8}} \cdot n^{\frac{2}{n-5}}$$

$$= (m^{-(n-5)} \cdot n^{m-8})^{\frac{2}{(m-8)(n-5)}}$$

$$= \left( \frac{n^{m-8}}{m^{n-5}} \right)^{\frac{2}{(m-8)(n-5)}} > 1 \text{ (} \because \textcircled{C} \text{)}$$

$$\therefore B > C$$

따라서  $A > B > C$

답 ①

28.

ㄱ. 8의 양의 약수는 1, 2, 4, 8이므로

$$x_8 = (-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^4 + (-1)^8 \\ = 2 \text{ (참)}$$

ㄴ.  $n=3^m$ 이면  $3^m$ 의 양의 약수의 개수는  $(m+1)$ 개이고,

양의 약수  $a_n$ 은 모두 홀수이므로

$$(-1)^{a_n} = -1$$

$$\therefore x_n = (-1) \times (m+1) = -m-1 \text{ (거짓)}$$

ㄷ.  $n=10^m = 2^m \times 5^m$ 이므로  $10^m$ 의 양의 약수의 개수는

$$(m+1)(m+1) = (m+1)^2 \text{ (개)}$$

양의 약수 중 홀수의 개수는

$$5^0, 5^1, \dots, 5^m \text{의 } m+1 \text{개 이므로}$$

짝수의 개수는

$$(m+1)^2 - (m+1) = m^2 + m \text{ (개)}$$

$$\therefore x_n = (-1) \times (m+1) + 1 \times (m^2 + m) \\ = m^2 - 1 \text{ (참)}$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ④

29.

공차가  $d$ 일 때 집합  $\{a, b, c\}$ 의 개수는 다음과 같다.

(홀수형)

2008학년도 대학수학능력시험 (수리영역-나형) 정답 및 해설

$d=1$ 일 때  $2n-2$ (개)

$d=2$ 일 때  $2n-4$ (개)

⋮

$d=n-1$ 일 때  $2n-2(n-1)=2$ (개)

$$\therefore T_n = \sum_{d=1}^{n-1} (2n-2d)$$

$$= 2 \sum_{d=1}^{n-1} (n-d)$$

$$= 2 \sum_{k=1}^{n-1} k$$

$$= n(n-1)$$

$$\therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{T_n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n}{n^2} = 1$$

답 ②

30.

4분 음표(♩) 4개로 구성하는 방법의 수는

1가지

4분 음표(♩) 3개, 8분 음표(♪) 2개로 구성하는 방법의 수는

$$\frac{5!}{3!2!} = 10 \text{ (가지)}$$

4분 음표(♩) 2개, 8분 음표(♪) 4개로 구성하는 방법의 수는

$$\frac{6!}{2!4!} = 15 \text{ (가지)}$$

4분 음표(♩) 1개, 8분 음표(♪) 6개로 구성하는 방법의 수는

$$\frac{7!}{6!} = 7 \text{ (가지)}$$

8분 음표(♪) 8개로 구성하는 방법의 수는  
1가지

따라서, 구하고자 하는 경우의 수는

$$1 + 10 + 15 + 7 + 1 = 34 \text{ (가지)}$$

답 34