2008학년도 4월 고3 전국연합학력평가
정답 및 해설

• 2교시 수리 영역 •

[가 형]

1	③	**2**	①	**3**	④	**4**	②	**5**	①
6	③	**7**	⑤	**8**	⑤	**9**	④	**10**	①
11	④	**12**	②	**13**	②	**14**	③	**15**	③
16	③	**17**	⑤	**18**	8	**19**	415	**20**	15
21	48	**22**	37	**23**	36	**24**	18	**25**	512

1. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 값 구하기

[해설] $2^{\frac{5}{3}} \times 2^{\frac{1}{2}} \div 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{2}$

2. [출제의도] 로그의 성질을 이용하여 계산하기

[해설] $\log_2\left(\frac{2}{9}\times 12^2\right) = \log_2 2^5 = 5$

3. [출제의도] 무한수열의 극한값 구하기

[해설] 2^{n-1} 으로 분모와 분자를 나누어 정리하면

$$\lim_{n\to\infty}\frac{4+\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}}{1+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}} = 4$$

4. [출제의도] 지수함수 이해하기

[해설] ㄱ. $x<0$일때, $g(x)<f(x)$ (거짓)

ㄴ. $12f(x)g(x) = 12\cdot 2^x\cdot 3^x = 2^{x+2}\cdot 3^{x+1}$
$= f(x+2)g(x+1)$ (참)

ㄷ. $y = f(-2x)g(x) = 2^{-2x}\cdot 3^x = \left(\frac{3}{4}\right)^x$는 감소 (거짓)

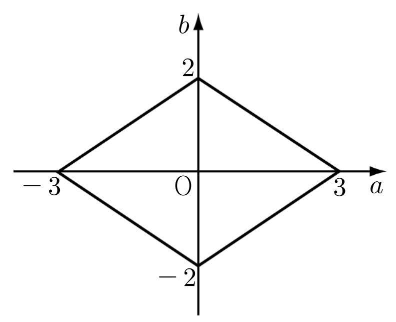
5. [출제의도] 연립방정식의 해와 역행렬의 관계 이해하기

[해설] 주어진 연립방정식을 정리하면

$\begin{pmatrix} |a|-3 & |b| \\ -3 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0\end{pmatrix}$이고

$\begin{pmatrix} |a|-3 & |b| \\ -3 & 2\end{pmatrix}$의 역행렬이 존재하지 않으므로

$2|a|+3|b| = 6$이다. 점 $\mathrm{P}(a,\, b)$를 좌표평면위에 나타내면



∴ 도형의 둘레의 길이는 $4\sqrt{13}$

6. [출제의도] 로그방정식의 해 구하기

[해설] 주어진 로그방정식을 정리하면

$\log_{10}(y+5) = \log_{10}x(y+1)$이므로

$y+5 = xy+x$이다.

$xy+x-y-5=0$, $(x-1)(y+1)=4$이므로

$x>0$, $y>-1$인 정수 x, y의 순서쌍은

$(2,\,3)$, $(3,\,1)$, $(5,\,0)$이다.

7. [출제의도] 로그의 대소관계 이해하기

[해설] Ⅰ에서 $\log_{10}A > \log_{10}B$이므로 $A>B$

Ⅱ에서 $\log_{10}A - \log_{10}B = \log_{10}B - \log_{10}C$이고

Ⅰ에 의해 $\log_{10}B - \log_{10}C > 0$이므로 $B > C$

$\therefore\ C < B < A$

8. [출제의도] 합성함수의 연속성 이해하기

[해설] ㄱ. $g(f(0)) = g(0) = 0$ (참)

ㄴ. $\lim\limits_{x\to 0} g(f(x)) = 0$, $g(f(0)) = 0$이므로 $x=0$에서 연속 (참)

ㄷ. $y=g(x)$가 $x=1$에서 불연속이므로 주어진 구간에서

$y=g(f(x))$는 $f(x)=1$인 $x=\frac{1}{2}$에서 불연속,

$\lim\limits_{x\to 2+0} g(f(x)) = -1$, $\lim\limits_{x\to 2-0} g(f(x)) = -2$

이므로 $x=2$에서 불연속,

구간내의 이외의 점에서는 $y=f(x)$와 $y=g(x)$가 모두 연속이므로 $y=g(f(x))$는 연속 (참)

9. [출제의도] 조건부확률 구하기

[해설] 노란 공을 꺼내는 사건을 A, 노트북컴퓨터가 있는 문을 택하는 사건을 B라 하면,

$$\mathrm{P}(\mathrm{A}|\mathrm{B}) = \frac{\mathrm{P}(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})}{\mathrm{P}(\mathrm{B})} = \frac{\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}}{\frac{4}{5}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}} = \frac{8}{11}$$

10. [출제의도] 행렬의 거듭제곱의 성질 이해하기

[해설] ㄱ. $A^{-1} = -A$이고 $A^2 = -E$이므로

$A^3 = -A$, $(A^{-1})^3 = (-A)^3 = A$이다.

따라서, $A^3 + (A^{-1})^3 = O$ (참)

ㄴ. (반례) $n=2$일 때, $A^4 + (A^{-1})^4 = 2E$ (거짓)

ㄷ. (반례) $n=2$일 때, $A^{10} + (A^{-1})^{10} = -2E$ (거짓)

11. [출제의도] 순열을 이용하여 확률 계산하기

[해설] 바둑돌이 5회 이동으로 A지점으로 이동하는 것은

ⅰ) 왼쪽 3회, 오른쪽 1회, 아래쪽1회로 이동하는 경우

$$\frac{5!}{3!}\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{10}{3^5}$$

ⅱ) 왼쪽 2회, 아래쪽 2회, 위쪽1회로 이동하는 경우

$$\frac{5!}{2!\cdot 2!}\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{5}{2^2\cdot 3^4}$$

ⅰ),ⅱ)에 의하여 $\frac{10}{3^5} + \frac{5}{2^2\cdot 3^4} = \frac{55}{972}$

12. [출제의도] 무한수열의 극한값 구하기

[해설] 원 $x^2+y^2 = 4^n+1$위의 점 $\mathrm{P}_n(2^n,\ 1)$에서의 접선의 방정식은 $y = -2^n x + 4^n + 1$이므로 점 Q_n의 좌표는 $(2^n + 2^{-n},\, 0)$이다. 삼각형$\mathrm{OP}_n\mathrm{Q}_n$의 넓이 $S_n = 2^{n-1} + 2^{-n-1}$이므로

$$\lim_{n\to\infty}\frac{S_{n+1}}{S_n} = \lim_{n\to\infty}\frac{2^n + 2^{-n-2}}{2^{n-1}+2^{-n-1}} = 2$$

13. [출제의도] 정규분포의 확률밀도함수 이해하기

[해설] $f(100-x) = f(100+x)$이므로 $f(x)$는 $x=100$에 대하여 대칭이다. $\therefore\ m=100$

$\mathrm{P}(100 \leq X \leq 108) = \mathrm{P}(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772$

$\frac{108-100}{\sigma} = 2 \quad \therefore\ \sigma = 4$

$\mathrm{P}(94 \leq X \leq 110) = \mathrm{P}(-1.5 \leq Z \leq 2.5) = 0.9270$

14. [출제의도] 같은 것을 포함하는 순열의 수 구하기

[해설] 차가 4의 배수인 두 자연수는 이진법의 수로 표현했을 때, 2^1의 자리의 수와 2^0의 자리의 수가 같아야 한다.

ⅰ) 2^1, 2^0의 자리의 수가 0, 0인 수('1' 을 4개 배열하는 방법)를 순서쌍으로 정하는 경우 : $1\times 1 = 1$가지

ⅱ) 2^1, 2^0의 자리의 수가 0, 1 또는 1, 0인 수('1' 을 3개, '0' 을 1개 배열하는 방법)를 순서쌍으로 정하는 경우 $\left(\frac{4!}{3!}\times\frac{4!}{3!}\right)+\left(\frac{4!}{3!}\times\frac{4!}{3!}\right) = 32$ 가지

ⅲ) 2^1, 2^0의 자리의 수가 1, 1인 수('1' 을 2개, '0' 을 2개 배열하는 방법)를 순서쌍으로 정하는 경우

$\frac{4!}{2!\cdot 2!}\times\frac{4!}{2!\cdot 2!} = 36$ 가지

ⅰ), ⅱ), ⅲ)에 의하여 $1+32+36 = 69$

15. [출제의도] 여러 가지 수열의 합 구하기

[해설] 그래프가 지나는 정사각형 내부에 있는 수들의 합을 S라 하면

$S = (1+2+3+\cdots+109) - (2+6+12+\cdots+90)$

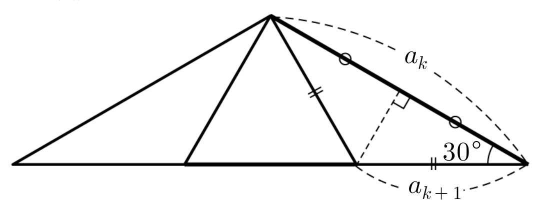
$= \sum\limits_{k=1}^{109} k - \sum\limits_{k=1}^{9}(k+k^2) = 5665$

16. [출제의도] 수학적귀납법으로 증명하기

[해설] (가) $\frac{1}{k+1}$, (나) $>$, (다) $2k-1$

17. [출제의도] 무한등비급수의 합 구하기

[해설] k번째 만들어진 정육각형 H_k와 $k+1$번째 만들어진 정육각형 H_{k+1}의 한 변의 길이를 각각 a_k, a_{k+1}이라 하면



$a_{k+1}\cos 30^\circ = \frac{1}{2}a_k \quad \therefore\ a_{k+1} = \frac{1}{\sqrt{3}}a_k$

길이의 비가 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 이므로 넓이의 비는 $\frac{1}{3}$이고 첫 번째 과정에서 생기는 6개의 정삼각형의 넓이의 합은 $6\times\frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{3})^2 = \frac{9}{2}\sqrt{3}$ 이다. 모든 정삼각형의 넓이의 합은 첫째항이 $\frac{9}{2}\sqrt{3}$이고, 공비가 $\frac{1}{3}$인 무한 등비급수의 합이므로 $\therefore\ \frac{\frac{9}{2}\sqrt{3}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{27}{4}\sqrt{3}$

18. [출제의도] 행렬의 연산을 이용하여 성분 구하기

[해설] $A = \begin{pmatrix} 2-k & 6 \\ -7 & 7\end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} k-1 & -6 \\ 7 & -6\end{pmatrix}$

$AB = \begin{pmatrix} 40+3k-k^2 & 6k-48 \\ 56-7k & 0\end{pmatrix} = O$이므로

$\therefore\ k=8$

19. [출제의도] 이항분포에서 평균과 분산 이해하기

[해설] 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(80, \frac{1}{4}\right)$을 따르므로

$\mathrm{E}(X) = 80 \times \frac{1}{4} = 20$, $\mathrm{V}(X) = 80 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = 15$

$\mathrm{E}(X^2) = \mathrm{V}(X) + \{\mathrm{E}(X)\}^2 = 15 + 400 = 415$

20. [출제의도] 분수방정식의 해 구하기

[해설] $\frac{g(x)\{g(x) - f(x)\}}{f(x)} = 0$

$\Leftrightarrow g(x) = 0$, $g(x) - f(x) = 0$, $f(x) \neq 0$

$\therefore 1 + 3 + 5 + 6 = 15$

21. [출제의도] 무리함수의 극한값 구하기

[해설] $\lim_{x \to 3}(x-3) = 0$이므로

$\lim_{x \to 3}(a\sqrt{x+6} - b) = 0$이고 $b = 3a$이다.

$\lim_{x \to 3}\frac{a\sqrt{x+6} - 3a}{x-3} = \frac{a}{6} = 2$

$\therefore a = 12$, $b = 36$

22. [출제의도] 분수부등식의 해 구하기

[해설] (준식)$\Leftrightarrow x \neq 5$, $(x-2)(x-10) < 0$

$\Leftrightarrow x \neq 5$, $2 < x < 10$

부등식을 만족하는 정수는 3, 4, 6, 7, 8, 9이다.

23. [출제의도] 중간값의 정리 이해하기

[해설] $h(x) = f(x) - g(x)$라고 하면

$h(x) = x^5 + 2x^2 + k - 3$

$x > 0$에서 $h(x)$는 연속이고 증가하므로

$h(1)h(2) = k(k+37) < 0$이면 구간$(1,\ 2)$에서 실근을 갖는다.

$-37 < k < 0$인 정수 k는 36개

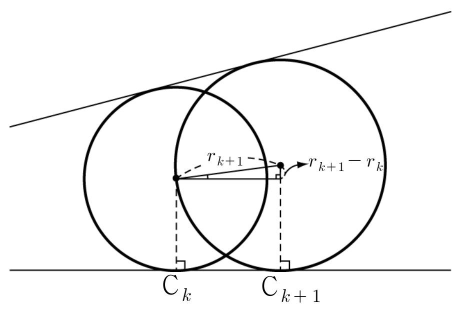
24. [출제의도] 분수부등식을 이용하여 문제 해결하기

[해설] 전체 거리를 $3l$, 달리기 구간의 속력을 시속 a km라고 하면

$\frac{l}{30} + \frac{l}{9} + \frac{l}{a} \leqq \frac{3l}{15}$, $\frac{1}{a} \leqq \frac{1}{18}$ $\therefore a \geqq 18$

25. [출제의도] 등비수열의 항의 값 구하기

[해설] 원 C_k의 반지름을 r_k, 넓이를 S_k, 원 C_{k+1}의 반지름을 r_{k+1}, 넓이를 S_{k+1}이라 하면,



$\frac{r_{k+1} - r_k}{r_{k+1}} = p$(상수), $r_{k+1} = \frac{1}{1-p}r_k$

수열 $\{r_k\}$가 등비수열이므로 수열 $\{S_k\}$도 등비수열이고, $\{S_k\}$의 공비를 a라 하면

$S_1 = 1$, $S_5 = a^4 = 4$이므로 $a^2 = 2$

$\therefore S_{19} = a^{18} = 2^9 = 512$

[미분과 적분]

26	①	27	②	28	④	29	⑤	30	11

26. [출제의도] 삼각함수의 합성을 이용한 최대값 구하기

[해설] $\angle \mathrm{DBC} = \theta$, 사각형ABCD의 넓이를 S라 하면

$S = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 \times \sin\theta + \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$

$= 15\sin\theta + 12\cos\theta = 3\sqrt{41}\sin(\theta + \alpha)$

(단, $\cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}$, $\sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}$)

따라서, 최대값은 $3\sqrt{41}$이다.

27. [출제의도] 합의 공식 이용하여 식 정리하기

[해설] $\sin\alpha + \cos\beta = -\sin\gamma$과

$\cos\alpha + \sin\beta = -\cos\gamma$의 양변을 제곱하여 더하면

$2 + 2\sin(\alpha + \beta) = 1$ $\therefore \sin(\alpha + \beta) = -\frac{1}{2}$

28. [출제의도] 삼각방정식의 해 구하기

[해설]

$(\sin x - \cos x)(4\sin^2 x + 4\sin x\cos x + 4\cos^2 x - 3) = 0$

$\sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)(2\sin 2x + 1) = 0$

$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ 또는 $\sin 2x = -\frac{1}{2}$

$x = n\pi + \frac{\pi}{4}$ 또는 $x = \frac{n\pi}{2} + (-1)^n\frac{7}{12}\pi$

따라서 $0 \leqq x \leqq \pi$ 이므로, 해는 $\frac{\pi}{4}$, $\frac{7}{12}\pi$, $\frac{11}{12}\pi$

29. [출제의도] 삼각함수의 합을 곱으로 고쳐 계산하기

[해설] $\tan\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}$ $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{2}\right)$이므로

$\sin\frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos\frac{\theta}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$이다.

$\sin\frac{\theta}{2} + \sin\frac{3\theta}{2} = 2\sin\theta\cos\frac{\theta}{2} = 4\sin\frac{\theta}{2}\cos^2\frac{\theta}{2}$

$= 4 \times \frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{16\sqrt{5}}{25}$

30. [출제의도] 반각의 공식 이용하여 값 구하기

[해설] 삼각형EAB가 이등변삼각형이므로 $\beta = \frac{\alpha}{2}$,

$\sin\alpha = \frac{3}{5}$ $\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right)$이므로 $\cos\alpha = \frac{4}{5}$

$\sin^2\beta = \sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos\alpha}{2} = \frac{1}{10}$ $\therefore a + b = 11$

[확률과 통계]

26	④	27	②	28	③	29	④	30	31

26. [출제의도] 누적상대도수 이해하기

[해설] 사용시간이 50시간 미만인 학생수가 15명이므로

$A = \frac{15}{25} = 0.60$

27. [출제의도] 도수분포표작성 방법 이해하기

[해설] $n = 100$이고 $1 + 3.3\log_{10}100 = 7.6$이므로 $a = 8$

최대값 223, 최소값 67, $\frac{223 - 67}{8} = 19.5$

$b = 20$ $\therefore a + b = 28$

28. [출제의도] 히스토그램 이해하기

[해설] ㄱ. 범위는 50초과 70이하의 값을 갖는다. (참)

ㄴ. 70점 이상인 학생수는 26명이므로 전체의 26%이다. (거짓)

ㄷ. 중앙값이 속하는 계급은 40이상 50미만이므로 상대도수는 0.30이다. (참)

29. [출제의도] 전체집단의 분산 구하기

[해설] 여학생의 수를 N, 남학생의 평균을 m, 남학생들의 점수를 x_i, 여학생들의 점수를 y_i라 하면

전체학생의 분산은

$$\frac{1}{3N}\left(\sum_{i=1}^{2N}x_i^2 + \sum_{i=1}^{N}y_i^2\right) - \left\{\frac{1}{3N}\left(\sum_{i=1}^{2N}x_i + \sum_{i=1}^{N}y_i\right)\right\}^2$$

$$= \frac{2N(m^2 + 15) + N\{(m+3)^2 + 12\}}{3N}$$

$$- \left(\frac{2mN + (m+3)N}{3N}\right)^2$$

$$= \frac{3m^2 + 6m + 51}{3} - \frac{3m^2 + 6m + 3}{3} = 16$$

30. [출제의도] 줄기와 잎 그림 이해하기

[해설] 중앙값이 33이므로 $a = 3$,

최빈값이 35이므로 $b = c = 5$

평균 $m = \frac{\text{자료의 총합}}{\text{자료의 수}} = 31$

[이산수학]

26	①	27	⑤	28	②	29	④	30	432

26. [출제의도] 조합을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설] 조건Ⅱ에 의하여 순서가 정해지므로

1,2,3,4에서 3개를 선택하는 방법의 수는 ${}_4\mathrm{C}_3 = 4$

6,7에서 1개를 선택하는 방법의 수는 ${}_2\mathrm{C}_1 = 2$

$\therefore {}_4\mathrm{C}_3 \times {}_2\mathrm{C}_1 = 8$

27. [출제의도] 순열을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설] 한 사람씩 순서대로 상담하므로 6명을 일렬로 배열하는 방법의 수와 같다.(앞에 배열된 4명은 첫째 날, 나머지는 둘째 날 상담한다) $\therefore 6! = 720$

28. [출제의도] 순열을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설] (ⅰ)원 내부영역에 칠할 4가지 색을 선택하고 칠하는 방법의 수는 ${}_8\mathrm{C}_4 \times (4-1)!$

(ⅱ)나머지 4가지 색을 원 외부 4영역에 칠하는 방법의 수는 $4!$

(ⅰ),(ⅱ)에 의하여 ${}_8\mathrm{C}_4 \times (4-1)! \times 4! = \frac{8!}{4}$

29. [출제의도] 순열과 조합을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설] $n(A - B) = 2$를 만족하는 경우에서 $1 \in A \cap B$인 경우를 제외한다.

$n(A - B) = 2$를 만족하는 경우는 ${}_6\mathrm{C}_2 \times 3^4$

$1 \in A \cap B$, $n(A - B) = 2$인 경우는 ${}_5\mathrm{C}_2 \times 3^3$

$\therefore {}_6\mathrm{C}_2 \times 3^4 - {}_5\mathrm{C}_2 \times 3^3 = 945$

30. [출제의도] 순열을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설]

ⓐ	ⓑ	ⓒ
ⓓ	2	ⓔ
ⓕ	ⓖ	7

그림에서 3의 배수가 배열되어야 하는 위치는 (ⓐ, ⓖ, ⓔ),(ⓓ, ⓖ, ⓒ),(ⓕ, ⓑ, ⓒ)인 3가지 경우이고 이 위치에 3의 배수를 배열하고 나머지 빈칸에 3의 배수가 아닌 네 수를 배열하면 완성되므로 $3 \times 3! \times 4! = 432$

[나 형]

1	③	**2**	①	**3**	②	**4**	④	**5**	①
6	⑤	**7**	③	**8**	⑤	**9**	①	**10**	①
11	⑤	**12**	②	**13**	②	**14**	④	**15**	③
16	③	**17**	⑤	**18**	8	**19**	100	**20**	13
21	27	**22**	17	**23**	24	**24**	160	**25**	512
26	③	**27**	②	**28**	④	**29**	④	**30**	192

1. [출제의도] 수리 '가' 형 1번과 같음

2. [출제의도] 수리 '가' 형 2번과 같음

3. [출제의도] 역행렬 계산 및 행렬의 연산하기

[해설] $(A-B^{-1})A^{-1}=E-(AB)^{-1}$

$=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}7&18\\5&13\end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix}-12&18\\5&-6\end{pmatrix}$

$\therefore$ 모든 성분의 합은 5

4. [출제의도] 수열의 극한값 구하기

[해설] 준식$=\lim_{n\to\infty}\dfrac{(a-b)n+1}{\sqrt{n^2+an+3}+\sqrt{n^2+bn+2}}$

$=\dfrac{a-b}{2}=5\ \ \therefore\ a-b=10$

5. [출제의도] 수리 '가' 형 5번과 같음

6. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 식의 값 구하기

[해설] $x^2+4=2^{\frac{1}{4}}+2+2^{-\frac{1}{4}}=\left(2^{\frac{1}{8}}+2^{-\frac{1}{8}}\right)^2$

$\therefore\ \sqrt{x^2+4}=2^{\frac{1}{8}}+2^{-\frac{1}{8}}=\sqrt[8]{2}+\dfrac{1}{\sqrt[8]{2}}$

7. [출제의도] 지표와 가수의 성질 이해하기

[해설] ㄱ. $n=\alpha=0\Leftrightarrow\ \log_{10}A=0\ \Leftrightarrow A=1$ **(참)**

ㄴ. $\alpha\neq 0$**일 때,**

$\log_{10}10A=1+n+\alpha$**의 가수는** α

$\log_{10}\dfrac{10}{A}=-n+(1-\alpha)$**의 가수는** $1-\alpha$ **(거짓)**

ㄷ. $\log_{10}100A$의 지표는 $2+n$,

$\log_{10}\dfrac{A}{100}=n+\alpha-2$의 지표는 $n-2$

$\therefore$ 지표의 합은 $2n$ (참)

8. [출제의도] 역행렬을 이용하여 거듭제곱 계산하기

[해설] A**의 역행렬이** $A-E$**이므로** $A(A-E)=E$ **이다.** $A^2=A+E$**에서**

$A^3=A^2+A=A+E+A=2A+E$

9. [출제의도] 부분분수로 표현되는 무한급수의 합 구하기

[해설] 수열의 일반항을 a_n, n**항까지의 합을** S_n**이라 하면**

$a_n=\dfrac{n}{(n^2-n+1)(n^2+n+1)}$

$S_n=\sum_{k=1}^{n}\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{k^2-k+1}-\dfrac{1}{k^2+k+1}\right)$

$=\dfrac{1}{2}\left\{\left(1-\dfrac{1}{3}\right)+\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{7}\right)+\left(\dfrac{1}{7}-\dfrac{1}{13}\right)+\cdots+\left(\dfrac{1}{n^2-n+1}-\dfrac{1}{n^2+n+1}\right)\right\}$

$=\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{n^2+n+1}\right)\ \ \therefore\lim_{n\to\infty}S_n=\dfrac{1}{2}$

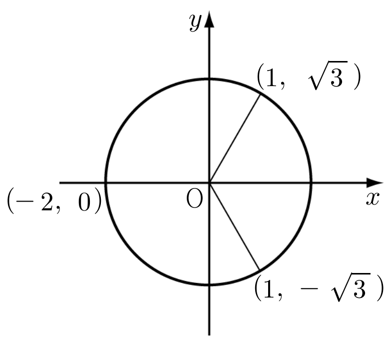
10. [출제의도] 수리 '가' 형 10번과 같음

11. [출제의도] 역행렬 갖지 않을 조건 구하기

[해설] 행렬 $\begin{pmatrix}x-1&y\\0&x+2\end{pmatrix}$**가 역행렬을 갖지 않으므로**

$(x-1)(x+2)=0\ \ \therefore x=1,\ x=-2$

$\mathrm{P}(x,\ y)$**가** $x^2+y^2=4$**위의 점이므로**



$\therefore\alpha=\dfrac{\pi}{3},\ \pi,\ \dfrac{5\pi}{3}$**이므로** α**의 합은** 3π

12. [출제의도] 수리 '가' 형 12번과 같음

13. [출제의도] 무한수열의 성질 이해하기

[해설] ㄱ. (반례) 수열 $1,\ 0,\ 1,\ 0,\ 1,\ 0,\ \cdots$**에서** $\lim_{n\to\infty}a_{2n}=0$**으로 수렴하지만** $\lim_{n\to\infty}a_n$**은 발산한다. (거짓)**

ㄴ. $\lim_{n\to\infty}a_n$**이 수렴하면** $\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}a_{n-1}$**이므로**

$\lim_{n\to\infty}a_{2n}=\lim_{n\to\infty}a_{2n-1}$ **(참)**

ㄷ. (반례) 수열 $-1,\ 1,\ -\dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{2},\ -\dfrac{1}{3},\ \dfrac{1}{3},\ \cdots$

에서 $\sum_{n=1}^{\infty}a_n=0$**으로 수렴하지만** $\sum_{n=1}^{\infty}a_{2n}=\infty$**이므로 발산한다. (거짓)**

14. [출제의도] 등비수열의 합을 이용하여 원리합계 구하기

[해설] n**월 말에 통장에 남아있는 잔액을** a_n**이라 하면**

$a_1=1000\times1.005-50$

$a_2=a_1\times1.005-50$

$=1000\times1.005^2-50(1.005+1)$

$a_3=a_2\times1.005-50$

$=1000\times1.005^3-50(1.005^2+1.005+1)$

$\vdots$

$a_{12}=a_{11}\times1.005-50$

$=1000\times1.005^{12}-50(1.005^{11}+\cdots+1.005+1)$

$=444.7$

15. [출제의도] 수리 '가' 형 15번과 같음

16. [출제의도] 수리 '가' 형 16번과 같음

17. [출제의도] 수리 '가' 형 17번과 같음

18. [출제의도] 수리 '가' 형 18번과 같음

19. [출제의도] 상용로그를 이용하여 실생활문제 해결하기

[해설] $D=2$**이므로** $2=\log_{10}\dfrac{I_0}{I}$, $\dfrac{I_0}{I}=100$

$\therefore I_0=100I\ \ \therefore 100$**배**

20. [출제의도] 행렬을 이용하여 연립방정식 풀기

[해설] $A^2-A-E=O$

$(A+E)(A-2E)=-E$

$\therefore(A+E)^{-1}=(-A+2E)$

$\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=(A+E)^{-1}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=(-A+2E)\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\10\end{pmatrix}$

$\therefore\alpha=3,\ \beta=10,\ \alpha+\beta=13$

21. [출제의도] 무한등비급수의 수렴조건 구하기

[해설] 주어진 무한등비급수가 수렴하기 위한 조건은

(i) $-1<1-\dfrac{x}{4}<1$**일 때,** $0<x<8$

(ii) **첫째항이 0일 때,** $x=-1$

$\therefore x=-1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7$ **합은 27**

22. [출제의도] 조건에 맞는 진수 구하기

[해설] $[\log_2 k]=6$**이므로** $2^6\leqq k<2^7$

$[\log_3 k]=3$**이므로** $3^3\leqq k<3^4$

$\therefore 64\leqq k<81$ **, 정수** k**의 개수는 17개이다.**

23. [출제의도] 무한수열의 극한값 구하기

[해설] $(2n-1)a_n=c_n$**이라 하면** $a_n=\dfrac{c_n}{2n-1}$,

$(n^2+3n+2)b_n=d_n$**라 하면** $b_n=\dfrac{d_n}{n^2+3n+2}$,

$\lim_{n\to\infty}c_n=3$, $\lim_{n\to\infty}d_n=2$**이므로**

$\lim_{n\to\infty}(2n+1)^3a_nb_n$

$=\lim_{n\to\infty}\dfrac{(2n+1)^3}{(2n-1)(n^2+3n+2)}\ \lim_{n\to\infty}c_n\lim_{n\to\infty}d_n$

$=4\times3\times2=24$

24. [출제의도] 순서도를 이용하여 수열의 합 구하기

[해설] 순서도에 따라 계산되는 값은 표와 같다.

N	1	2	3	4	5
S	2^1	2×2^2	3×2^3	4×2^4	5×2^5

25. 수리 '가' 형 25번과 같음

26. [출제의도] 무한수열의 극한값 구하기

[해설] ㄱ. $a_n=2^n$**이므로** $S_n=2^{n+1}-2$**이다.**

$\lim_{n\to\infty}\dfrac{S_n}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\dfrac{2^{n+1}-2}{2^n}=\lim_{n\to\infty}\left(2-\dfrac{1}{2^{n-1}}\right)=2$

ㄴ. $a_n=(-1)^n$**이면**

$S_n=\begin{cases}n\text{ 이 짝수이면 } & 0\\ n\text{ 이 홀수이면 } & -1\end{cases}$ **이므로**

수열 $\left\{\dfrac{S_n}{a_n}\right\}$**은 1또는 0으로 진동한다.**

ㄷ. $S_n=3^n-1$**이므로** $a_n=2\cdot3^{n-1}$

$\lim_{n\to\infty}\dfrac{S_n}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\dfrac{3^n-1}{2\cdot3^{n-1}}=\lim_{n\to\infty}\dfrac{1}{2}\left(3-\dfrac{1}{3^{n-1}}\right)=\dfrac{3}{2}$

$\therefore$**ㄱ, ㄷ의 경우에** $\lim_{n\to\infty}\dfrac{S_n}{a_n}$**가 존재한다.**

27. [출제의도] 등차수열의 합 구하기

[해설] 이 사실을 알게 된 날을 첫째 날로 하여 드 므와브르가 깨어 있는 시간을 수열 $\{a_n\}$**이라고 하면** a_n**은**

$a_1=10$ **(시간)이고 공차가** $-\dfrac{1}{4}$ **(시간)인 등차수열이다.**

24시간 계속 수면하게 되는 날은 깨어 있는 시간이 0시간 이므로 $a_n=10-\dfrac{1}{4}(n-1)=0\ \ \therefore n=41$

$\therefore$ **깨어있는 시간의 합은** $\dfrac{41(10+0)}{2}=205$ **(시간)이다.**

28. [출제의도] 상용로그의 지표를 이용하여 자리수 구하기

[해설] 구하고자 하는 수는 $\sqrt{2\pi}\cdot100^{100+\frac{1}{2}}\cdot e^{-100}$ **의 정수부분의 자리수가 같으므로**

$\log_{10}\left(\sqrt{2\pi}\cdot100^{100+\frac{1}{2}}\cdot e^{-100}\right)$

$=\log_{10}\sqrt{2\pi}+\log_{10}100^{100+\frac{1}{2}}+\log_{10}e^{-100}$

$=\dfrac{1}{2}(\log_{10}2+\log_{10}\pi)+201-100\log_{10}e$

$=157.96905$

$\therefore$ 158**자리수**

29. [출제의도] 행렬의 곱셈을 이용하여 실생활 문제 해결하기

[해설] 표에서 각 세트에 구성된 과자와 사탕의 봉의 개수를 행렬로 나타내면 $\begin{pmatrix}5&1\\2&4\end{pmatrix}$이고 각 세트의 개수가 10, 15이므로 전체 과자와 사탕의 봉의 개수는

$(10\ \ 15)\begin{pmatrix}5&1\\2&4\end{pmatrix}=(10\times5+15\times2\ \ \ 10\times1+15\times4)$

이다.

한 봉 당 과자가 500원, 사탕이 800원이므로

전체 구입금액은 $(10\ \ 15)\begin{pmatrix}5&1\\2&4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}500\\800\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}80\times500\\70\times800\end{pmatrix}$

$\therefore (10\ \ 15)\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 500 \\ 800 \end{pmatrix}$ 또는 $(500\ \ 800)\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 10 \\ 15 \end{pmatrix}$

30. [출제의도] 등차수열을 이용한 행렬의 성분 구하기

[해설] 행렬 A_n의 $(1,\ 1)$성분을 a_n이라고 하면

$a_1 = 1,\ a_2 = 3,\ a_3 = 8,\ a_4 = 13,\ a_5 = 18,\ \cdots$

$a_n = 5n - 7\ (n \geqq 2)$

$A_n = \begin{pmatrix} 5n-7 & 5n-3 \\ 5n-1 & 5n+3 \end{pmatrix} (n \geqq 2)$이므로

$A_{10} = \begin{pmatrix} 43 & 47 \\ 49 & 53 \end{pmatrix}$

$\therefore$ 각 성분의 합은 192