

2008학년도 4월 고3 전국연합학력평가 정답 및 해설

• 2교시 수리 영역 •

[가형]

1	③	2	①	3	④	4	②	5	①
6	③	7	⑤	8	⑤	9	④	10	①
11	④	12	②	13	②	14	③	15	③
16	③	17	⑤	18	8	19	415	20	15
21	48	22	37	23	36	24	18	25	512

1. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 값 구하기

[해설] $2^{\frac{5}{3}} \times 2^{\frac{1}{2}} \div 2^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{2}$

2. [출제의도] 로그의 성질을 이용하여 계산하기

[해설] $\log_2 \left(\frac{2}{9} \times 12^2 \right) = \log_2 2^5 = 5$

3. [출제의도] 무한수열의 극한값 구하기

[해설] 2^{n-1} 으로 분모와 분자를 나누어 정리하면

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 + \left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}}{1 + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}} = 4$$

4. [출제의도] 지수함수 이해하기

[해설] \neg . $x < 0$ 일 때, $g(x) < f(x)$ (거짓)

\hookrightarrow . $12f(x)g(x) = 12 \cdot 2^x \cdot 3^x = 2^{x+2} \cdot 3^{x+1} = f(x+2)g(x+1)$ (참)

\hookrightarrow . $y = f(-2x)g(x) = 2^{-2x} \cdot 3^x = \left(\frac{3}{4}\right)^x$ 는 감소 (거짓)

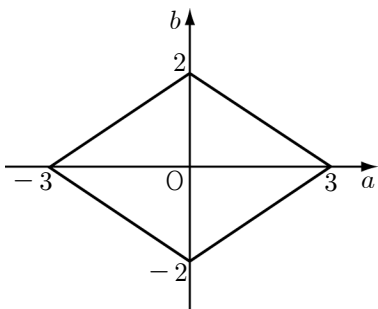
5. [출제의도] 연립방정식의 해와 역행렬의 관계 이해하기

[해설] 주어진 연립방정식을 정리하면

$$\begin{pmatrix} a-3 & b \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ 이고}$$

$\begin{pmatrix} a-3 & b \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않으므로

$2|a+3b|=6$ 이다. 점 $P(a, b)$ 를 좌표평면위에 나타내면



\therefore 도형의 둘레의 길이는 $4\sqrt{13}$

6. [출제의도] 로그방정식의 해 구하기

[해설] 주어진 로그방정식을 정리하면

$$\log_{10}(y+5) = \log_{10}x(y+1) \text{ 이므로}$$

$$y+5 = xy+x \text{ 이다.}$$

$$xy+x-y-5=0, (x-1)(y+1)=4 \text{ 이므로}$$

$x > 0, y > -1$ 인 정수 x, y 의 순서쌍은

$(2, 3), (3, 1), (5, 0)$ 이다.

7. [출제의도] 로그의 대소관계 이해하기

[해설] I에서 $\log_{10}A > \log_{10}B$ 이므로 $A > B$

II에서 $\log_{10}A - \log_{10}B = \log_{10}B - \log_{10}C$ 이고

I에 의해 $\log_{10}B - \log_{10}C > 0$ 이므로 $B > C$

$$\therefore C < B < A$$

8. [출제의도] 합성함수의 연속성 이해하기

[해설] \neg . $g(f(0)) = g(0) = 0$ (참)

\hookrightarrow . $\lim_{x \rightarrow 0} g(f(x)) = 0, g(f(0)) = 0$ 이므로 $x=0$ 에서 연속 (참)

\hookrightarrow . $y = g(x)$ 가 $x=1$ 에서 불연속이므로 주어진 구간에서

$$y = g(f(x)) \text{는 } f(x) = 1 \text{인 } x = \frac{1}{2} \text{에서 불연속,}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2+0} g(f(x)) = -1, \lim_{x \rightarrow 2-0} g(f(x)) = -2$$

이므로 $x=2$ 에서 불연속,

구간내의 이외의 점에서는 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 가 모두 연속이므로 $y = g(f(x))$ 는 연속 (참)

9. [출제의도] 조건부확률 구하기

[해설] 노란 공을 꺼내는 사건을 A, 노트북컴퓨터가 있는 문을 택하는 사건을 B라 하면,

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{4}{5} \times \frac{1}{3}}{\frac{4}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{2}} = \frac{8}{11}$$

10. [출제의도] 행렬의 거듭제곱의 성질 이해하기

[해설] \neg . $A^{-1} = -A$ 이고 $A^2 = -E$ 이므로

$$A^3 = -A, (A^{-1})^3 = (-A)^3 = A \text{ 이다.}$$

따라서, $A^3 + (A^{-1})^3 = O$ (참)

\hookrightarrow . (반례) $n=2$ 일 때, $A^4 + (A^{-1})^4 = 2E$ (거짓)

\hookrightarrow . (반례) $n=2$ 일 때, $A^{10} + (A^{-1})^{10} = -2E$ (거짓)

11. [출제의도] 순열을 이용하여 확률 계산하기

[해설] 바둑돌이 5회 이동으로 A지점으로 이동하는 것은

i) 왼쪽 3회, 오른쪽 1회, 아래쪽 1회로 이동하는 경우

$$\frac{5!}{3!} \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{1}{6}\right) = \frac{10}{3^5}$$

ii) 왼쪽 2회, 아래쪽 2회, 위쪽 1회로 이동하는 경우

$$\frac{5!}{2! \cdot 2!} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{5}{2^2 \cdot 3^4}$$

$$\text{i), ii)에 의하여 } \frac{10}{3^5} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^4} = \frac{55}{972}$$

12. [출제의도] 무한수열의 극한값 구하기

[해설] 원 $x^2 + y^2 = 4^n + 1$ 위의 점 $P_n(2^n, 1)$ 에서의

접선의 방정식은 $y = -2^n x + 4^n + 1$ 이므로 점 Q_n 의

좌표는 $(2^n + 2^{-n}, 0)$ 이다. 삼각형 OP_nQ_n 의

넓이 $S_n = 2^{n-1} + 2^{-n-1}$ 이므로

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_{n+1}}{S_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 2^{-n-2}}{2^{n-1} + 2^{-n-1}} = 2$$

13. [출제의도] 정규분포의 확률밀도함수 이해하기

[해설] $f(100-x) = f(100+x)$ 이므로 $f(x)$ 는

$x=100$ 에 대하여 대칭이다. $\therefore m=100$

$$P(100 \leq X \leq 108) = P(0 \leq Z \leq 2) = 0.4772$$

$$\frac{108-100}{\sigma} = 2 \quad \therefore \sigma = 4$$

$$P(94 \leq X \leq 110) = P(-1.5 \leq Z \leq 2.5) = 0.9270$$

14. [출제의도] 같은 것을 포함하는 순열의 수 구하기

[해설] 차가 4의 배수인 두 자연수는 이진법의 수로 표현했을 때, 2^1 의 자리의 수와 2^0 의 자리의 수가 같아야 한다.

i) $2^1, 2^0$ 의 자리의 수가 0, 0인 수('1'을 4개 배열하는 방법)를 순서쌍으로 정하는 경우 : $1 \times 1 = 1$ 가지

ii) $2^1, 2^0$ 의 자리의 수가 0, 1 또는 1, 0인 수('1'을 3개, '0'을 1개 배열하는 방법)를 순서쌍으로 정하는 경우 $\left(\frac{4!}{3!} \times \frac{4!}{3!}\right) + \left(\frac{4!}{3!} \times \frac{4!}{3!}\right) = 32$ 가지

iii) $2^1, 2^0$ 의 자리의 수가 1, 1인 수('1'을 2개, '0'을 2개 배열하는 방법)를 순서쌍으로 정하는 경우

$$\frac{4!}{2! \cdot 2!} \times \frac{4!}{2! \cdot 2!} = 36 \text{ 가지}$$

i), ii), iii)에 의하여 $1 + 32 + 36 = 69$

15. [출제의도] 여러 가지 수열의 합 구하기

[해설] 그래프가 지나는 정사각형 내부에 있는 수들의 합을 S라 하면

$$S = (1+2+3+\dots+109) - (2+6+12+\dots+90)$$

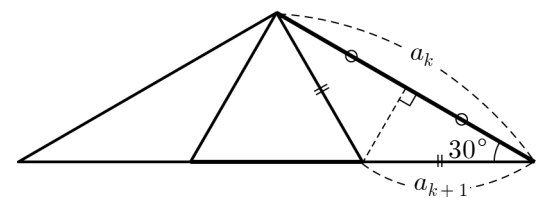
$$= \sum_{k=1}^{109} k - \sum_{k=1}^9 (k+k^2) = 5665$$

16. [출제의도] 수학적귀납법으로 증명하기

[해설] (가) $\frac{1}{k+1}$, (나) $>$, (다) $2k-1$

17. [출제의도] 무한등비급수의 합 구하기

[해설] k 번째 만들어진 정육각형 H_k 와 $k+1$ 번째 만들어진 정육각형 H_{k+1} 의 한 변의 길이를 각각 a_k, a_{k+1} 이라 하면



$$a_{k+1} \cos 30^\circ = \frac{1}{2} a_k \quad \therefore a_{k+1} = \frac{1}{\sqrt{3}} a_k$$

길이의 비가 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 이므로 넓이의 비는 $\frac{1}{3}$ 이고 첫 번째

과정에서 생기는 6개의 정삼각형의 넓이의 합은

$$6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} (\sqrt{3})^2 = \frac{9}{2} \sqrt{3} \text{ 이다. 모든 정삼각형}$$

의 넓이의 합은 첫째항이 $\frac{9}{2} \sqrt{3}$ 이고, 공비가 $\frac{1}{3}$ 인

$$\text{무한 등비급수의 합이므로 } \therefore \frac{\frac{9}{2} \sqrt{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{27}{4} \sqrt{3}$$

18. [출제의도] 행렬의 연산을 이용하여 성분 구하기

$$[해설] A = \begin{pmatrix} 2-k & 6 \\ -7 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} k-1 & -6 \\ 7 & -6 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 40+3k-k^2 & 6k-48 \\ 56-7k & 0 \end{pmatrix} = O \text{ 이므로}$$

$$\therefore k = 8$$

19. [출제의도] 이항분포에서 평균과 분산 이해하기

[해설] 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(80, \frac{1}{4}\right)$ 을 따르므로
 $E(X) = 80 \times \frac{1}{4} = 20$, $V(X) = 80 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = 15$
 $E(X^2) = V(X) + \{E(X)\}^2 = 15 + 400 = 415$

20. [출제의도] 분수방정식의 해 구하기

[해설] $\frac{g(x)\{g(x)-f(x)\}}{f(x)} = 0$
 $\Leftrightarrow g(x) = 0, g(x) - f(x) = 0, f(x) \neq 0$
 $\therefore 1 + 3 + 5 + 6 = 15$

21. [출제의도] 무리함수의 극한값 구하기

[해설] $\lim_{x \rightarrow 3} (x-3) = 0$ 이므로
 $\lim_{x \rightarrow 3} (a\sqrt{x+6} - b) = 0$ 이고 $b = 3a$ 이다.
 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{a\sqrt{x+6} - 3a}{x-3} = \frac{a}{6} = 2$
 $\therefore a = 12, b = 36$

22. [출제의도] 분수부등식의 해 구하기

[해설] (준식) $\Leftrightarrow x \neq 5, (x-2)(x-10) < 0$
 $\Leftrightarrow x \neq 5, 2 < x < 10$
부등식을 만족하는 정수는 3, 4, 6, 7, 8, 9이다.

23. [출제의도] 중간값의 정리 이해하기

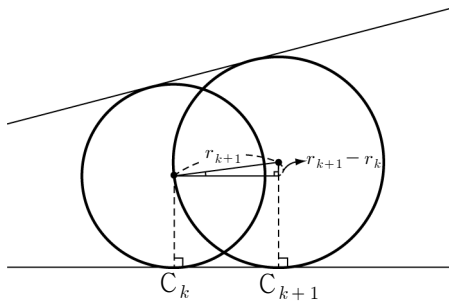
[해설] $h(x) = f(x) - g(x)$ 라고 하면
 $h(x) = x^5 + 2x^2 + k - 3$
 $x > 0$ 에서 $h(x)$ 는 연속이고 증가하므로
 $h(1)h(2) = k(k+37) < 0$ 이면 구간(1, 2)에서 실근을 갖는다.
 $-37 < k < 0$ 인 정수 k 는 36개

24. [출제의도] 분수부등식을 이용하여 문제 해결하기

[해설] 전체 거리를 $3l$, 달리기 구간의 속력을 시속 a km라고 하면
 $\frac{l}{30} + \frac{l}{9} + \frac{l}{a} \leq \frac{3l}{15}, \frac{1}{a} \leq \frac{1}{18} \therefore a \geq 18$

25. [출제의도] 등비수열의 항의 값 구하기

[해설] 원 C_k 의 반지름을 r_k , 넓이를 S_k , 원 C_{k+1} 의 반지름을 r_{k+1} , 넓이를 S_{k+1} 이라 하면,



$$\frac{r_{k+1} - r_k}{r_{k+1}} = p \text{ (상수)}, r_{k+1} = \frac{1}{1-p} r_k$$

수열 $\{r_k\}$ 가 등비수열이므로 수열 $\{S_k\}$ 도 등비수열이고, $\{S_k\}$ 의 공비를 a 라 하면

$$S_1 = 1, S_5 = a^4 = 4 \text{이므로 } a^2 = 2$$

$$\therefore S_{19} = a^{18} = 2^9 = 512$$

[미분과 적분]

26 ① 27 ② 28 ④ 29 ⑤ 30 11

26. [출제의도] 삼각함수의 합성을 이용한 최대값 구하기

[해설] $\angle DBC = \theta$, 사각형 ABCD의 넓이를 S 라 하면
 $S = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 \times \sin\theta + \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$

$$= 15\sin\theta + 12\cos\theta = 3\sqrt{41} \sin(\theta + \alpha)$$

$$\left(\text{단, } \cos\alpha = \frac{5}{\sqrt{41}}, \sin\alpha = \frac{4}{\sqrt{41}}\right)$$

따라서, 최대값은 $3\sqrt{41}$ 이다.

27. [출제의도] 합의 공식 이용하여 식 정리하기

[해설] $\sin\alpha + \cos\beta = -\sin\gamma$ 과
 $\cos\alpha + \sin\beta = -\cos\gamma$ 의 양변을 제곱하여 더하면
 $2 + 2\sin(\alpha + \beta) = 1 \therefore \sin(\alpha + \beta) = -\frac{1}{2}$

28. [출제의도] 삼각방정식의 해 구하기

[해설]
 $(\sin x - \cos x)(4\sin^2 x + 4\sin x \cos x + 4\cos^2 x - 3) = 0$
 $\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)(2\sin 2x + 1) = 0$
 $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ 또는 $\sin 2x = -\frac{1}{2}$
 $x = n\pi + \frac{\pi}{4}$ 또는 $x = \frac{n\pi}{2} + (-1)^n \frac{7}{12}\pi$

따라서 $0 \leq x \leq \pi$ 이므로, 해는 $\frac{\pi}{4}, \frac{7}{12}\pi, \frac{11}{12}\pi$

29. [출제의도] 삼각함수의 합을 곱으로 고쳐 계산하기

[해설] $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)이므로
 $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}, \cos \frac{\theta}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 이다.
 $\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} = 2\sin\theta \cos \frac{\theta}{2} = 4\sin \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2}$
 $= 4 \times \frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{16\sqrt{5}}{25}$

30. [출제의도] 반각의 공식 이용하여 값 구하기

[해설] 삼각형 EAB가 이등변삼각형이므로 $\beta = \frac{\alpha}{2}$,
 $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$)이므로 $\cos\alpha = \frac{4}{5}$
 $\sin^2\beta = \sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos\alpha}{2} = \frac{1}{10} \therefore a + b = 11$

[확률과 통계]

26 ④ 27 ② 28 ③ 29 ④ 30 31

26. [출제의도] 누적상대도수 이해하기

[해설] 사용시간이 50시간 미만인 학생수가 15명이므로
 $A = \frac{15}{25} = 0.60$

27. [출제의도] 도수분포표작성 방법 이해하기

[해설] $n = 100$ 이고 $1 + 3.3 \log_{10} 100 = 7.6$ 이므로
 $a = 8$
최대값 223, 최소값 67, $\frac{223 - 67}{8} = 19.5$
 $b = 20 \therefore a + b = 28$

28. [출제의도] 히스토그램 이해하기

[해설] ㄱ. 범위는 50초과 70이하의 값을 갖는다. (참)
ㄴ. 70점 이상인 학생수는 26명이므로 전체의 26%이다. (거짓)
ㄷ. 중앙값이 속하는 계급은 40이상 50미만이므로 상대도수는 0.30이다. (참)

29. [출제의도] 전체집단의 분산 구하기

[해설] 여학생의 수를 N , 남학생의 평균을 m , 남학생들의 점수를 x_i , 여학생들의 점수를 y_i 라 하면

전체학생의 분산은

$$\frac{1}{3N} \left(\sum_{i=1}^{2N} x_i^2 + \sum_{i=1}^N y_i^2 \right) - \left\{ \frac{1}{3N} \left(\sum_{i=1}^{2N} x_i + \sum_{i=1}^N y_i \right) \right\}^2$$

$$= \frac{2N(m^2 + 15) + N\{(m+3)^2 + 12\}}{3N}$$

$$- \left(\frac{2mN + (m+3)N}{3N} \right)^2$$

$$= \frac{3m^2 + 6m + 51}{3} - \frac{3m^2 + 6m + 3}{3} = 16$$

30. [출제의도] 줄기와 잎 그림 이해하기

[해설] 중앙값이 33이므로 $a = 3$,

최빈값이 35이므로 $b = c = 5$

$$\text{평균 } m = \frac{\text{자료의 총합}}{\text{자료의 수}} = 31$$

[이산수학]

26 ① 27 ⑤ 28 ② 29 ④ 30 432

26. [출제의도] 조합을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설] 조건 II에 의하여 순서가 정해지므로
1, 2, 3, 4에서 3개를 선택하는 방법의 수는 ${}_4C_3 = 4$
6, 7에서 1개를 선택하는 방법의 수는 ${}_2C_1 = 2$
 $\therefore {}_4C_3 \times {}_2C_1 = 8$

27. [출제의도] 순열을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설] 한 사람씩 순서대로 상담하므로 6명을 일렬로 배열하는 방법의 수와 같다. (앞에 배열된 4명은 첫째 날, 나머지는 둘째 날 상담한다) $\therefore 6! = 720$

28. [출제의도] 순열을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설] (i) 원 내부영역에 칠할 4가지 색을 선택하고 칠하는 방법의 수는 ${}_8C_4 \times (4-1)!$
(ii) 나머지 4가지 색을 원 외부 4영역에 칠하는 방법의 수는 4!
(i), (ii)에 의하여 ${}_8C_4 \times (4-1)! \times 4! = \frac{8!}{4}$

29. [출제의도] 순열과 조합을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설] $n(A-B) = 2$ 를 만족하는 경우에서
 $1 \in A \cap B$ 인 경우를 제외한다.
 $n(A-B) = 2$ 를 만족하는 경우는 ${}_6C_2 \times 3^4$
 $1 \in A \cap B, n(A-B) = 2$ 인 경우는 ${}_5C_2 \times 3^3$
 $\therefore {}_6C_2 \times 3^4 - {}_5C_2 \times 3^3 = 945$

30. [출제의도] 순열을 이용하여 경우의 수 구하기

[해설]

a	b	c
d	2	e
f	g	7

그림에서 3의 배수가 배열되어야 하는 위치는 (㉓, ㉔, ㉕), (㉖, ㉗, ㉘), (㉙, ㉚, ㉛)인 3가지 경우이고 이 위치에 3의 배수를 배열하고 나머지 빈칸에 3의 배수가 아닌 네 수를 배열하면 완성되므로 $3 \times 3! \times 4! = 432$

[나 형]

1	③	2	①	3	②	4	④	5	①
6	⑤	7	③	8	⑤	9	①	10	①
11	⑤	12	②	13	②	14	④	15	③
16	③	17	⑤	18	8	19	100	20	13
21	27	22	17	23	24	24	160	25	512
26	③	27	②	28	④	29	④	30	192

- [출제의도] 수리 '가' 형 1번과 같음
- [출제의도] 수리 '가' 형 2번과 같음
- [출제의도] 역행렬 계산 및 행렬의 연산하기

[해설] $(A - B^{-1})A^{-1} = E - (AB)^{-1}$
 $= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 & 18 \\ 5 & 13 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -12 & 18 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}$
 \therefore 모든 성분의 합은 5

- [출제의도] 수열의 극한값 구하기

[해설] 준식 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a-b)n+1}{\sqrt{n^2+an+3} + \sqrt{n^2+bn+2}}$
 $= \frac{a-b}{2} = 5 \therefore a-b = 10$

- [출제의도] 수리 '가' 형 5번과 같음
- [출제의도] 지수법칙을 이용하여 식의 값 구하기

[해설] $x^2 + 4 = 2^{\frac{1}{4}} + 2 + 2^{-\frac{1}{4}} = \left(2^{\frac{1}{8}} + 2^{-\frac{1}{8}}\right)^2$
 $\therefore \sqrt{x^2 + 4} = 2^{\frac{1}{8}} + 2^{-\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{2} + \frac{1}{\sqrt[8]{2}}$

- [출제의도] 지표와 가수의 성질 이해하기

[해설] $\neg. n = \alpha = 0 \Leftrightarrow \log_{10} A = 0 \Leftrightarrow A = 1$ (참)
 $\neg. \alpha \neq 0$ 일 때,
 $\log_{10} 10A = 1 + n + \alpha$ 의 가수는 α
 $\log_{10} \frac{10}{A} = -n + (1 - \alpha)$ 의 가수는 $1 - \alpha$ (거짓)
 $\neg. \log_{10} 100A$ 의 지표는 $2 + n$,
 $\log_{10} \frac{A}{100} = n + \alpha - 2$ 의 지표는 $n - 2$
 \therefore 지표의 합은 $2n$ (참)

- [출제의도] 역행렬을 이용하여 거듭제곱 계산하기

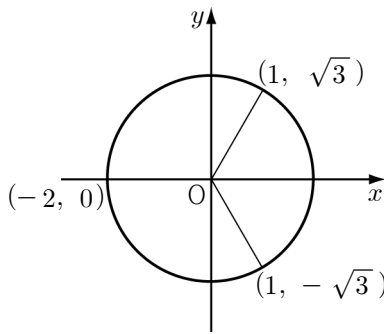
[해설] A 의 역행렬이 $A - E$ 이므로 $A(A - E) = E$
 이다. $A^2 = A + E$ 에서
 $A^3 = A^2 + A = A + E + A = 2A + E$

- [출제의도] 부분분수로 표현되는 무한급수의 합 구하기

[해설] 수열의 일반항을 a_n , n 항까지의 합을 S_n 이라 하면
 $a_n = \frac{n}{(n^2 - n + 1)(n^2 + n + 1)}$
 $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} \left(\frac{1}{k^2 - k + 1} - \frac{1}{k^2 + k + 1} \right)$
 $= \frac{1}{2} \left\{ \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{13}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n^2 - n + 1} - \frac{1}{n^2 + n + 1}\right) \right\}$
 $= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{n^2 + n + 1}\right) \therefore \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1}{2}$

- [출제의도] 수리 '가' 형 10번과 같음
- [출제의도] 역행렬 갖지 않을 조건 구하기

[해설] 행렬 $\begin{pmatrix} x-1 & y \\ 0 & x+2 \end{pmatrix}$ 가 역행렬을 갖지 않으므로
 $(x-1)(x+2) = 0 \therefore x = 1, x = -2$
 $P(x, y)$ 가 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 점이므로



$\therefore \alpha = \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5\pi}{3}$ 이므로 α 의 합은 3π

- [출제의도] 수리 '가' 형 12번과 같음

- [출제의도] 무한수열의 성질 이해하기

[해설] \neg . (반례) 수열 $1, 0, 1, 0, 1, 0, \dots$ 에서 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n} = 0$ 으로 수렴하지만 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 은 발산한다. (거짓)
 $\neg. \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 이 수렴하면 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} a_{n-1}$ 이므로
 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} a_{2n-1}$ (참)

\neg . (반례) 수열 $-1, 1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \dots$
 에서 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 0$ 으로 수렴하지만 $\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n} = \infty$ 이므로 발산한다. (거짓)

- [출제의도] 등비수열의 합을 이용하여 원리함계 구하기

[해설] n 월 말에 통장에 남아있는 잔액을 a_n 이라 하면
 $a_1 = 1000 \times 1.005 - 50$
 $a_2 = a_1 \times 1.005 - 50$
 $= 1000 \times 1.005^2 - 50(1.005 + 1)$
 $a_3 = a_2 \times 1.005 - 50$
 $= 1000 \times 1.005^3 - 50(1.005^2 + 1.005 + 1)$
 \vdots
 $a_{12} = a_{11} \times 1.005 - 50$
 $= 1000 \times 1.005^{12} - 50(1.005^{11} + \dots + 1.005 + 1)$
 $= 444.7$

- [출제의도] 수리 '가' 형 15번과 같음

- [출제의도] 수리 '가' 형 16번과 같음

- [출제의도] 수리 '가' 형 17번과 같음

- [출제의도] 수리 '가' 형 18번과 같음

- [출제의도] 상용로그를 이용하여 실생활문제 해결하기

[해설] $D = 2$ 이므로 $2 = \log_{10} \frac{I_0}{I}, \frac{I_0}{I} = 100$
 $\therefore I_0 = 100I \therefore 100$ 배

- [출제의도] 행렬을 이용하여 연립방정식 풀기

[해설] $A^2 - A - E = O$
 $(A + E)(A - 2E) = -E$
 $\therefore (A + E)^{-1} = (-A + 2E)$
 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = (A + E)^{-1} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = (-A + 2E) \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \end{pmatrix}$
 $\therefore \alpha = 3, \beta = 10, \alpha + \beta = 13$

- [출제의도] 무한등비급수의 수렴조건 구하기

[해설] 주어진 무한등비급수가 수렴하기 위한 조건은

- $-1 < 1 - \frac{x}{4} < 1$ 일 때, $0 < x < 8$
- 첫째항이 0일 때, $x = -1$
 $\therefore x = -1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ 합은 27

- [출제의도] 조건에 맞는 진수 구하기

[해설] $[\log_2 k] = 6$ 이므로 $2^6 \leq k < 2^7$
 $[\log_3 k] = 3$ 이므로 $3^3 \leq k < 3^4$
 $\therefore 64 \leq k < 81$, 정수 k 의 개수는 17개이다.

- [출제의도] 무한수열의 극한값 구하기

[해설] $(2n-1)a_n = c_n$ 이라 하면 $a_n = \frac{c_n}{2n-1}$,
 $(n^2 + 3n + 2)b_n = d_n$ 라 하면 $b_n = \frac{d_n}{n^2 + 3n + 2}$,
 $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = 3, \lim_{n \rightarrow \infty} d_n = 2$ 이므로
 $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n+1)^3 a_n b_n$
 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^3}{(2n-1)(n^2+3n+2)} \lim_{n \rightarrow \infty} c_n \lim_{n \rightarrow \infty} d_n$
 $= 4 \times 3 \times 2 = 24$

- [출제의도] 순서도를 이용하여 수열의 합 구하기

[해설] 순서도에 따라 계산되는 값은 표와 같다.

N	1	2	3	4	5
S	2^1	2×2^2	3×2^3	4×2^4	5×2^5

- 수리 '가' 형 25번과 같음

- [출제의도] 무한수열의 극한값 구하기

[해설] $\neg. a_n = 2^n$ 이므로 $S_n = 2^{n+1} - 2$ 이다.
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} - 2}{2^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{2^{n-1}}\right) = 2$
 $\neg. a_n = (-1)^n$ 이면
 $S_n = \begin{cases} n & \text{이 짝수이면} \\ 0 & \text{이 홀수이면} \end{cases}$ 이므로
 수열 $\left\{ \frac{S_n}{a_n} \right\}$ 은 1 또는 0으로 진동한다.
 $\neg. S_n = 3^n - 1$ 이므로 $a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 1}{2 \cdot 3^{n-1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \left(3 - \frac{1}{3^{n-1}}\right) = \frac{3}{2}$
 $\therefore \neg, \neg$ 의 경우에 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{a_n}$ 가 존재한다.

- [출제의도] 등차수열의 합 구하기

[해설] 이 사실을 알게 된 날을 첫째 날로 하여 드 무와브르가 깨어 있는 시간을 수열 $\{a_n\}$ 이라고 하면 a_n 은
 $a_1 = 10$ (시간)이고 공차가 $-\frac{1}{4}$ (시간)인 등차수열이다.
 24시간 계속 수면하게 되는 날은 깨어 있는 시간이 0시간
 이므로 $a_n = 10 - \frac{1}{4}(n-1) = 0 \therefore n = 41$
 \therefore 깨어있는 시간의 합은 $\frac{41(10+0)}{2} = 205$ (시간)이다.

- [출제의도] 상용로그의 지표를 이용하여 자리수 구하기

[해설] 구하고자 하는 수는 $\sqrt{2\pi} \cdot 100^{100 + \frac{1}{2}} \cdot e^{-100}$
 의 정수부분의 자리수가 같으므로
 $\log_{10} \left(\sqrt{2\pi} \cdot 100^{100 + \frac{1}{2}} \cdot e^{-100} \right)$
 $= \log_{10} \sqrt{2\pi} + \log_{10} 100^{100 + \frac{1}{2}} + \log_{10} e^{-100}$
 $= \frac{1}{2}(\log_{10} 2 + \log_{10} \pi) + 201 - 100 \log_{10} e$
 $= 157.96905$
 $\therefore 158$ 자리수

- [출제의도] 행렬의 곱셈을 이용하여 실생활 문제 해결하기

[해설] 표에서 각 세트에 구성된 과자와 사탕의 봉의 개수를 행렬로 나타내면 $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ 이고 각 세트의 개수가 10, 15이므로 전체 과자와 사탕의 봉의 개수는
 $(10 \ 15) \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = (10 \times 5 + 15 \times 2 \ 10 \times 1 + 15 \times 4)$
 이다.
 한 봉 당 과자가 500원, 사탕이 800원이므로
 전체 구입금액은 $(10 \ 15) \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 500 \\ 800 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 80 \times 500 \\ 70 \times 800 \end{pmatrix}$

$$\therefore (10 \ 15) \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 500 \\ 800 \end{pmatrix} \text{ 또는 } (500 \ 800) \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \end{pmatrix}$$

30. [출제의도] 등차수열을 이용한 행렬의 성분 구하기

[해설] 행렬 A_n 의 $(1, 1)$ 성분을 a_n 이라고 하면

$$a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 8, a_4 = 13, a_5 = 18, \dots$$

$$a_n = 5n - 7 \quad (n \geq 2)$$

$$A_n = \begin{pmatrix} 5n-7 & 5n-3 \\ 5n-1 & 5n+3 \end{pmatrix} (n \geq 2) \text{이므로}$$

$$A_{10} = \begin{pmatrix} 43 & 47 \\ 49 & 53 \end{pmatrix}$$

\therefore 각 성분의 합은 192