



5. 연립방정식  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가  $x=0, y=0$  이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 합은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

6. 자연수  $n$ 에 대하여  $\sqrt{n^2+1}$ 의 정수부분을  $a_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n(\sqrt{n^2+1} - a_n)$ 의 값은? [3점]

- ① 0      ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       ④ 1      ⑤  $\sqrt{2}$

7. 이차정사각행렬  $A$ 의 역행렬이  $A+2E$ 일 때,  $A-E$ 의 역행렬은  $pA+qE$ 이다. 두 실수  $p, q$ 의 합  $p+q$ 의 값은? (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

8. 이차정사각행렬  $A, B$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단,  $O$ 는 영행렬,  $E$ 는 단위행렬이다.) [3점]

— < 보 기 > —

- ㄱ.  $A \neq O$ 이고  $AB=A$ 이면  $B=E$ 이다.  
 ㄴ.  $A^2-A+E=O$ 이면  $A^3=-E$ 이다.  
 ㄷ.  $A^2$ 의 역행렬이 존재하면  $A^3$ 의 역행렬도 존재한다.

- ① ㄱ      ② ㄴ      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 등비수열  $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 5항까지의 합이  $\frac{31}{2}$ 이고

곱이 32일 때,  $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} + \frac{1}{a_5}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{31}{4}$     ②  $\frac{31}{8}$     ③  $\frac{31}{12}$     ④  $\frac{8}{31}$     ⑤  $\frac{4}{31}$

10. 수열  $\{a_n\}$ 은 다음과 같이 3으로 나누어 떨어지지 않는 자연수를 작은 수부터 차례로 나열한 것이다.

1, 2, 4, 5, 7, 8, ...

이때  $\sum_{k=1}^{30} a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 675    ② 685    ③ 695    ④ 705    ⑤ 715

11. 수열  $\{a_n\}$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$a_1 = 1, \quad a_{2n} = a_n + 1, \quad a_{2n+1} = a_n - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ.  $a_6 = 1$   
 ㄴ.  $n = 2^k$  ( $k$ 는 자연수)이면  $a_n = k + 1$ 이다.  
 ㄷ.  $n = 2^k + 1$  ( $k$ 는 자연수)이면  $a_n = k - 1$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 자연수  $n$ 을  $n$ 개 이어 붙여 만든 자연수를  $N_n$ 이라 하자.

예를 들어  $N_3 = 333$ ,  $N_{12} = 121212 \cdots 12$  (24자리의 수)이다.

$\log N_n$ 의 지표와 가수를 각각  $p(n)$ ,  $q(n)$ 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ.  $p(15) = 30$   
 ㄴ.  $q(n) = 0$ 인 자연수  $n$ 은 1 뿐이다.  
 ㄷ.  $n = 10^k$  ( $k$ 는 자연수)이면  $p(n) - p(n-1) = n + k$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ  
 ④ ㄱ, ㄴ                ⑤ ㄴ, ㄷ

13 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ 로 정의한다.

다음은 2 이상인 모든 자연수  $n$ 에 대하여 등식

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} = n(a_n - 1)$$

이 성립함을 증명한 것이다.

<증명>

(1)  $n=2$ 일 때, (좌변)=(우변) = (가) 이므로 주어진 등식은 성립한다.

(2)  $n=k$ 일 때, 주어진 등식이 성립한다고 가정하면

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{k-1} = k(a_k - 1)$$

양변에  $a_k$ 를 더하면

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_k = \text{ (나) }$$

그런데  $a_k = a_{k+1} - \text{ (다) }$  이므로

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_k = (k+1)(a_{k+1} - 1)$$

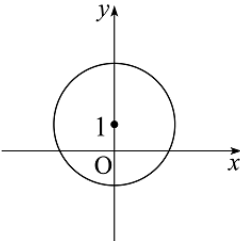
그러므로  $n=k+1$ 일 때도 성립한다.

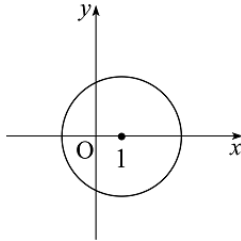
따라서 2 이상인 모든 자연수  $n$ 에 대하여 주어진 등식은 성립한다.

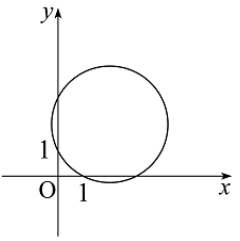
위 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

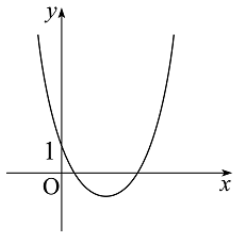
- | (가)             | (나)            | (다)             |
|-----------------|----------------|-----------------|
| ① 1             | $ka_{k+1} - k$ | $\frac{1}{k}$   |
| ② 1             | $(k+1)a_k - k$ | $\frac{1}{k+1}$ |
| ③ 1             | $(k+1)a_k - k$ | $\frac{1}{k}$   |
| ④ $\frac{3}{2}$ | $ka_{k+1} - k$ | $\frac{1}{k+1}$ |
| ⑤ $\frac{3}{2}$ | $(k+1)a_k - k$ | $\frac{1}{k+1}$ |

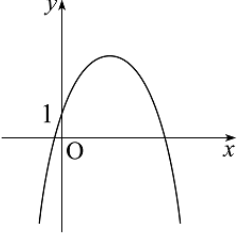
14 실수  $x, y$ 에 대하여 행렬  $A = \begin{pmatrix} x-2 & -y \\ y-2 & x+2 \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않을 때, 좌표평면 위에서 점  $(x, y)$ 가 나타내는 그래프의 개형은? [4점]

- ① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

‘나’형

15 좌표평면 위의 점  $P(a, b)$  에 대하여 행렬  $M_P$  를

$$M_P = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \text{로 정의하자.}$$

임의의 두 점  $P, Q$  에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단,  $E$  는 단위행렬이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ.  $M_P M_Q = M_R$  인 점  $R$  가 존재한다.  
 ㄴ.  $M_P M_Q = M_Q M_P$   
 ㄷ. 점  $P$  가 원점이 아니면  $M_P M_Q = E$  인 점  $S$  가 존재한다.

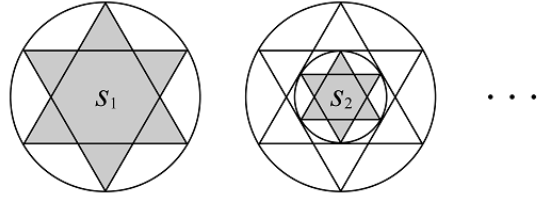
- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16 어느 연구소의 보고서에 따르면 앞으로 LPG 경차 사용이 늘어나 자동차 휘발유 소비량이 감소할 것이라고 한다. 2007년 A 지역의 연간 자동차 휘발유 소비량은  $a$  톤이고, 매년 이 지역의 연간 자동차 휘발유 소비량은 전년도에 비하여 일정한 비율로 감소하여 2015년에는  $\frac{1}{3}a$  톤이 된다고 한다. 2015년 이후에도 이와 같은 비율로 계속 감소한다고 할 때, A 지역에서 2007년부터 2022년까지 16년 동안 사용되는 자동차 휘발유 소비량의 총합은? (단,  $\sqrt[3]{3} = 1.15$  로 계산한다.) [4점]

- ①  $\frac{145}{27}a$  톤              ②  $\frac{154}{27}a$  톤              ③  $\frac{164}{27}a$  톤  
 ④  $\frac{175}{27}a$  톤              ⑤  $\frac{184}{27}a$  톤

17 반지름의 길이가  $2\sqrt{3}$  인 원이 있다. 그림과 같이 이 원에 내접하는 두 정삼각형이 겹쳐지는 부분이 정육각형이 되도록  $\star$  모양의 도형  $S_1$  (어두운 부분)을 그린다. 또,  $S_1$  의 정육각형에 내접하는 원을 그리고, 이 원에 내접하는 두 정삼각형이 겹쳐지는 부분이 정육각형이 되도록  $\star$  모양의 도형  $S_2$  (어두운 부분)를 그린다.

이와 같은 방법으로  $\star$  모양의 도형  $S_3, S_4, \dots, S_{10}$  을 그릴 때, 도형  $S_{10}$  의 넓이는? [4점]



- ①  $\frac{\sqrt{3}}{2^{16}}$                       ②  $\frac{\sqrt{3}}{2^{16}}$                       ③  $\frac{3\sqrt{3}}{2^{16}}$   
 ④  $\frac{3\sqrt{3}}{2^{16}}$                       ⑤  $\frac{5\sqrt{3}}{2^{16}}$

## 단답형(18~25)

18 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1a_2=6$ ,  $a_3a_4=12$ 일 때,  $a_7a_8$ 의 값을 구하시오. [3점]

19 이차정사각행렬  $A, B$ 가

$$A^2+B^2=\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, AB+BA=\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

을 만족시킬 때, 행렬  $(A+B)^{100}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

20 두 등차수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$a_1+b_1=45, \sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{10} b_k=500$$

일 때,  $a_{10}+b_{10}$ 의 값을 구하시오. [3점]

21 두 정수  $a, b$ 가  $2a+b=12$ 를 만족할 때,  $4^a+2^b$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

22 1부터  $n$ 까지 자연수의 합을  $S_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{20} [\log_{10} S_n]$ 의 값을 구하시오. (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

23  $A$ 는 세 자리의 자연수이고,  $B$ 는 900보다 큰 세 자리의 자연수이다.  $\log B$ 의 가수가  $\log A$ 의 가수의 2배일 때, 자연수  $A$ 의 값을 구하시오. [4점]

24 표는 두 등산화 A, B를 각각 한 켤레씩 만드는 데 필요한 가죽과 고무의 양을 나타낸 것이다.

(단위 : kg)

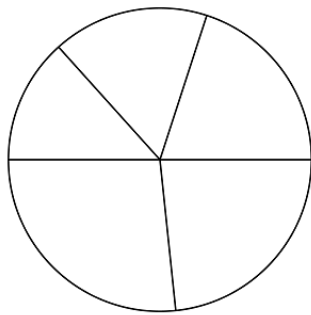
	A	B
가죽	0.6	0.3
고무	0.5	0.4

가죽 45 kg, 고무 42 kg을 모두 사용하여 등산화 A를  $x$  켤레, 등산화 B를  $y$  켤레 만든다고 할 때, 다음은  $x$ 와  $y$ 의 값을 구하는 식을 행렬로 나타낸 것이다.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} a-3 \\ b-6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 450 \\ 420 \end{pmatrix}$$

이때 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $(a-b)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

25 그림과 같이 반지름의 길이가 15인 원을 5개의 부채꼴로 나누었더니 부채꼴의 넓이가 작은 것부터 차례로 등차수열을 이루었다. 가장 큰 부채꼴의 넓이가 가장 작은 부채꼴의 넓이의 2배일 때, 가장 큰 부채꼴의 넓이는  $k\pi$ 이다. 이때  $k$ 의 값을 구하시오. [4점]



5지 선다형

26 무한등비수열  $\left\{ \left( -\sin \frac{k\pi}{4} \right)^n \right\}$ 이 수렴하도록 하는 10 이하의 자연수  $k$ 의 개수는? [3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

27 실수  $x$ 에 대하여  $3^{x+1} - 3^x = a$ ,  $2^{x+1} + 2^x = b$ 일 때,  $12^x$ 을  $a, b$ 를 이용하여 나타낸 것은? [3점]

- ①  $\frac{ab}{6}$       ②  $\frac{a^2b}{18}$       ③  $\frac{a^2b}{12}$       ④  $\frac{ab^2}{18}$       ⑤  $\frac{ab^2}{12}$

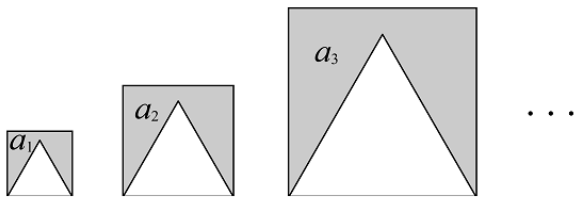
28 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하면  $S_n = pa_n + 1$ 이 성립한다. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단,  $p$ 는 1이 아닌 상수이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ.  $a_1 = \frac{1}{1-p}$   
 ㄴ. 수열  $\{a_n\}$ 은 등비수열이다.  
 ㄷ.  $p = \frac{2}{3}$ 이면 수열  $\{a_n\}$ 은 수렴한다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29 넓이가 1, 3, 9, 27, ... 인 등비수열을 이루는 정사각형들을 그림과 같이 왼쪽부터 차례로 배열하고, 각 정사각형의 내부에 정삼각형과 한 변을 공유하는 정삼각형을 그린다.



정삼각형의 외부와 정사각형의 내부의 공통부분(어두운 부분)의 넓이를 왼쪽부터 차례로  $a_1, a_2, a_3, \dots$  이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8(a_1 + a_2 + \dots + a_n)}{3^n}$ 의 값은? [4점]

- ①  $2 - \sqrt{3}$               ②  $3 - \sqrt{3}$               ③  $4 - \sqrt{3}$   
 ④  $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$                 ⑤  $\frac{4 - \sqrt{3}}{2}$

단답형

30 그림은 직사각형 모양을 이루고 있는  $(5 \times 100)$ 개의 칸에 다음 규칙에 따라 수를 나열한 것이다.

(가) 제 1행에는 1, 2, 3, ..., 100을 차례로 나열하고, 각 행의 첫 칸에는 모두 1을 나열한다.

(나) 그림에 있는  $(2 \times 2)$ 개의 칸으로 이루어진 임의의 직사각형

$\begin{matrix} a & b \\ c & d \end{matrix}$ 에서 등식  $d = |b - c|$ 가 성립하도록 한다.

예를 들면  $\begin{matrix} 4 & 5 \\ 2 & 3 \end{matrix}$ 에서  $3 = |5 - 2|$ 가 성립한다.

제 1행	1	2	3	4	5	6	...	100
제 2행	1	1	2	2	3	3	...	50
제 3행	1	0	2	0	3	0	...	0
제 4행	1	1	1	1	2	2	...	25
제 5행	1	0	1	0	2	0	...	0

이때 제 5행(어두운 부분)에 나열된 100개의 수의 합을 구하십시오. [4점]

※ 확인 사항  
 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하십시오.