

5. 연립방정식 $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n^2+1}$ 의 정수부분을 a_n 이라 할 때,
 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n(\sqrt{n^2+1} - a_n)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ 1 ⑤ $\sqrt{2}$

7. 1부터 9까지 9개의 자연수 중에서 서로 다른 세 수를 일렬로 나열하여 세 자리의 자연수를 만들 때, 그 중 각 자리의 수의 곱이 10의 배수인 자연수의 개수는? [3점]

- ① 60 ② 88 ③ 100 ④ 132 ⑤ 144

8. $0 < a < 1 < b$ 이고 $ab < 1$ 인 두 실수 a, b 에 대하여

$$A = \log_e \sqrt{b}, B = \log_{\sqrt{b}} a$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

— < 보 기 > —

- ㄱ. $A < 0$
 ㄴ. $A > B$
 ㄷ. $\log_{ab} |A| + \log_{ab} |B| = 0$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 5항까지의 합이 $\frac{31}{2}$ 이고

곱이 32일 때, $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} + \frac{1}{a_5}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{31}{4}$ ② $\frac{31}{8}$ ③ $\frac{31}{12}$ ④ $\frac{8}{31}$ ⑤ $\frac{4}{31}$

10. 두 집합 $A = \{(x, y) \mid y = 3^x\}$, $B = \{(x, y) \mid y = \log_3 x\}$ 에 대하여 $(a, b) \in A$, $(c, d) \in B$ 일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

㉠. $(a^3, 3b) \in A$ ㉡. $(b, a) \in B$ ㉢. $(a+d, bc) \in A$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

11. 수열 $\{a_n\}$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$a_1 = 1, \quad a_{2n} = a_n + 1, \quad a_{2n+1} = a_n - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

㉠. $a_6 = 1$
 ㉡. $n = 2^k$ (k 는 자연수)이면 $a_n = k + 1$ 이다.
 ㉢. $n = 2^k + 1$ (k 는 자연수)이면 $a_n = k - 1$ 이다.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

12. 자연수 n 을 n 개 이어 붙여 만든 자연수를 N_n 이라 하자.

예를 들어 $N_3 = 333$, $N_{12} = 121212 \cdots 12$ (24자리의 수)이다.

$\log N_n$ 의 지표와 가수를 각각 $p(n)$, $q(n)$ 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

㉠. $p(15) = 30$
 ㉡. $q(n) = 0$ 인 자연수 n 은 1 뿐이다.
 ㉢. $n = 10^k$ (k 는 자연수)이면 $p(n) - p(n-1) = n + k$ 이다.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
 ④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉡, ㉢

가형

15 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 에 대하여 행렬 M_P 를

$$M_P = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \text{로 정의하자.}$$

임의의 두 점 P, Q 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

< 보 기 >

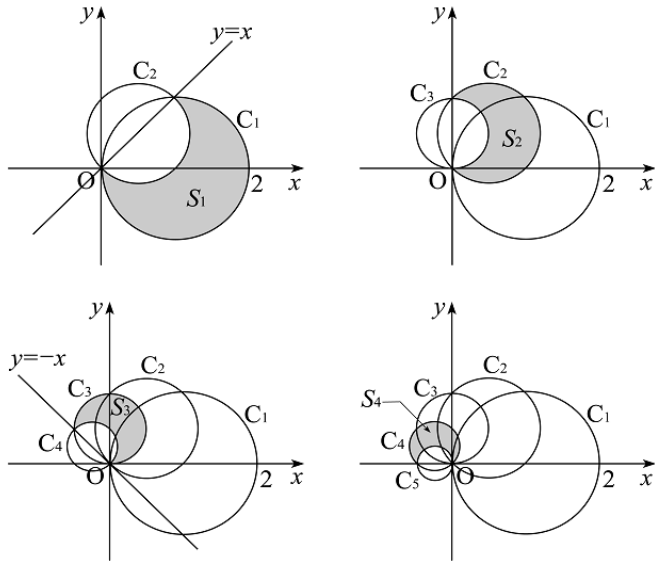
ㄱ. $M_P M_Q = M_R$ 인 점 R 가 존재한다.
 ㄴ. $M_P M_Q = M_Q M_P$
 ㄷ. 점 P 가 원점이 아니면 $M_P M_Q = E$ 인 점 S 가 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16 어느 연구소의 보고서에 따르면 앞으로 LPG 경차 사용이 늘어나 자동차 휘발유 소비량이 감소할 것이라고 한다. 2007년 A 지역의 연간 자동차 휘발유 소비량은 a 톤이고, 매년 이 지역의 연간 자동차 휘발유 소비량은 전년도에 비하여 일정한 비율로 감소하여 2015년에는 $\frac{1}{3}a$ 톤이 된다고 한다. 2015년 이후에도 이와 같은 비율로 계속 감소한다고 할 때, A 지역에서 2007년부터 2022년까지 16년 동안 사용되는 자동차 휘발유 소비량의 총합은? (단, $\sqrt[3]{3} = 1.15$ 로 계산한다.) [4점]

- ① $\frac{145}{27}a$ 톤 ② $\frac{154}{27}a$ 톤 ③ $\frac{164}{27}a$ 톤
 ④ $\frac{175}{27}a$ 톤 ⑤ $\frac{184}{27}a$ 톤

17 그림과 같이 원점 O 와 점 $(2, 0)$ 을 지름의 양 끝으로 하는 원을 C_1 이라 하자. 또, 원 C_1 과 직선 $y=x$ 가 만나는 두 점을 지름의 양 끝으로 하는 원을 C_2 , 원 C_2 와 y 축이 만나는 두 점을 지름의 양 끝으로 하는 원을 C_3 이라 하자. 또, 원 C_3 과 직선 $y=-x$ 가 만나는 두 점을 지름의 양 끝으로 하는 원을 C_4 , 원 C_4 와 x 축이 만나는 두 점을 지름의 양 끝으로 하는 원을 C_5 라 하자.



이와 같은 방법으로 중심이 차례로 직선 $y=x$, y 축, 직선 $y=-x$, x 축, ... 위에 있는 원 $C_6, C_7, C_8, C_9, \dots$ 를 한없이 만들어 갈 때, 원 C_n 의 내부와 원 C_{n+1} 의 외부의 공통부분(어두운 부분)의 넓이를 S_n ($n=1, 2, 3, \dots$) 이라 하자.

이때 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]

- ① $\pi+1$ ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ $\frac{5}{4}(\pi+1)$
 ④ $\frac{3}{2}(\pi+1)$ ⑤ 2π

단답형(18~25)

18 방정식 $(\log_2 x - 6)^2 + \log_2 x^2 - 11 = 0$ 의 해를 구하시오. [3점]

19 $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^7$ 의 전개식에서 x^3 의 계수를 구하시오. [3점]

20 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$a_1 + b_1 = 45, \quad \sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{10} b_k = 500$$

일 때, $a_{10} + b_{10}$ 의 값을 구하시오. [3점]

21 두 정수 a, b 가 $2a + b = 12$ 를 만족할 때, $4^a + 2^b$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

22 1부터 n 까지 자연수의 합을 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{20} [\log_{10} S_n]$ 의 값을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

23 A 는 세 자리의 자연수이고, B 는 900보다 큰 세 자리의 자연수이다. $\log B$ 의 가수가 $\log A$ 의 가수의 2 배일 때, 자연수 A 의 값을 구하시오. [4점]

24 표는 두 등산화 A, B를 각각 한 켤레씩 만드는 데 필요한 가죽과 고무의 양을 나타낸 것이다.

(단위 : kg)

	A	B
가죽	0.6	0.3
고무	0.5	0.4

가죽 45 kg, 고무 42 kg을 모두 사용하여 등산화 A를 x 켤레, 등산화 B를 y 켤레 만든다고 할 때, 다음은 x 와 y 의 값을 구하는 식을 행렬로 나타낸 것이다.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} a-3 & 450 \\ b & 420 \end{pmatrix}$$

이때 두 상수 a, b 에 대하여 $(a-b)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

25 네 명이 동전을 한 개씩 동시에 던져서 다음과 같은 방법으로 두 명씩 두 개 조로 나누려고 한다.

- (가) 앞면과 뒷면이 각각 두 개씩 나오면 같은 면이 나온 사람끼리 같은 조가 된다.
- (나) 앞면과 뒷면의 개수가 다르면 앞면과 뒷면의 개수가 같게 나올 때까지 네 명 모두 동전을 다시 던진다.

이와 같은 방법으로 네 명을 두 개 조로 나눌 때, 동전을 두 번씩 던지게 될 확률은 $\frac{q}{p}$ (p, q 는 서로소인 자연수)이다.

이때 $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]

5지 선다형

26 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_1 = \frac{5}{4}, S_n = a_n + \frac{n+3}{n+2} \quad (n=2, 3, 4, \dots)$$

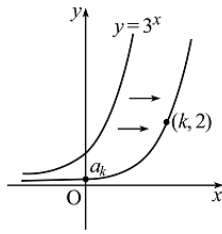
일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2

27 진서와 윤서는 각각 주사위를 한 개씩 한 번만 던져서 더 큰 수의 눈이 나온 사람이 이기고, 같은 수의 눈이 나오면 비기는 것으로 하였다. 진서가 던진 주사위가 홀수인 눈이 나왔을 때, 진서가 이길 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

28 함수 $y=3^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 평행이동시켜 점 $(k, 2)$ (k 는 자연수)를 지나도록 하는 곡선의 y 절편을 a_k 라 하자. 이때 $\sum_{k=1}^{\infty} a_k$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{2}{3}$
- ② 1
- ③ $\frac{4}{3}$
- ④ $\frac{3}{2}$
- ⑤ 2

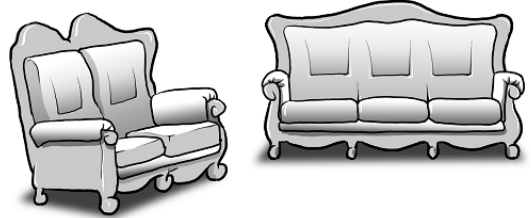
29 어느 공장에서 만드는 제품 A의 무게는 평균 120g, 표준편차 10g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 만드는 제품 A 중에서 임의 추출한 1개의 무게가 130g 이상일 확률을 p_1 , 임의추출한 4개의 무게의 평균이 130g 이상일 확률을 p_2 라 할 때, $p_1 - p_2$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① -0.1498
- ② -0.1359
- ③ 0
- ④ 0.1359
- ⑤ 0.1498

단답형

30 A, B, C, D, E 5명이 3인용 소파에 3명, 2인용 소파에 2명으로 나누어 앉으려고 한다. 이때 A와 B가 같은 소파에 이웃하여 앉는 방법의 수를 구하시오. [4점]



※ 확인 사항
문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.