

5. 상수 k 에 대하여 $\log x = k+2$, $\log y = 2k + \frac{3}{4}$ 일 때, $\log \frac{x^2}{y}$ 의
가수는? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

6. 이차정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 가

$$a_{ij} = \begin{cases} \log_2 i + \log_2 j & (i = j) \\ 2^{i-j} & (i \neq j) \end{cases}$$

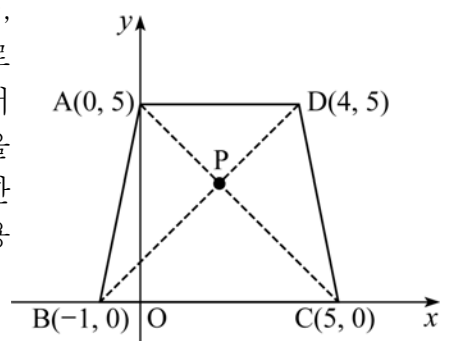
로 주어질 때, A^2 의 모든 성분의 합은? [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

7. 세 수 $A = \sqrt{5}$, $B = \sqrt[3]{11}$, $C = \sqrt{2\sqrt[3]{15}}$ 의 대소를 바르게 비교한
것은? [3점]

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
④ $B < C < A$ ⑤ $C < B < A$

8. 그림과 같이 네 점 $A(0, 5)$,
 $B(-1, 0)$, $C(5, 0)$, $D(4, 5)$ 로
만들어진 사다리꼴 $ABCD$ 에서
두 대각선 AC , BD 의 교점을
 $P(x, y)$ 라 하자. x, y 에 대한
연립일차방정식을 행렬을 이용
하여



$$\begin{pmatrix} a & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ b \end{pmatrix}$$

와 같이 나타낼 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

9. 다음은 $\log 2$ 가 무리수임을 증명한 것이다.

< 증명 >
 $\log 2$ 가 유리수라고 가정하자.
 $\log 2 = \frac{n}{m}$ (m, n 은 서로소인 자연수) ... ㉠
 로 놓으면
 $0 < \log 2 < 1$ 이므로 (가) 이다.
 ㉠에서
 $10^{\frac{n}{m}} = 2$ 이므로
 $2^{(나)} = 5^n$
 이때, (가) 이므로
 $2^{(나)}$ 은 (다) 이고 5^n 은 []가 되어 모순이다.
 따라서 $\log 2$ 는 무리수이다.

위 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|---------|---------|-----|
| ① | $m > n$ | $m - n$ | 짝수 |
| ② | $m > n$ | $n - m$ | 홀수 |
| ③ | $m > n$ | m | 짝수 |
| ④ | $m < n$ | $n - m$ | 홀수 |
| ⑤ | $m < n$ | $m - n$ | 짝수 |

10. 양의 실수 a, b 에 대하여 연산 \diamond 을

$$a \diamond b = 2^a + [\log b]$$

로 정의할 때, $(3 \diamond 30) + (5 \diamond \frac{1}{50})$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

- ① 33 ② 36 ③ 39 ④ 42 ⑤ 45

11. 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 A 의 역행렬이 존재하고 $A^2 + AB = E, B^2 = E$ 일 때, $B - A$ 의 역행렬을 A, B 로 나타내는 과정이다.

$$A^2 + AB = A(A + B) = E \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\therefore A^{-1} = \text{[(가)]}$$

또한 ([(가)]) $A = E \quad \dots \textcircled{2}$

㉠, ㉡에서 (나) []

또, $B^2 = E$ 이므로

$$A^2 + AB = B^2$$

$$A^2 + AB - 2B^2 = -E$$

$$\therefore (B - A)^{-1} = \text{[(다)]}$$

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [3점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|------------|--------------|----------|
| ① | $A^2 + AB$ | $AB \neq BA$ | $A - 2B$ |
| ② | $A^2 + AB$ | $AB = BA$ | $A + 2B$ |
| ③ | $A + B$ | $AB = BA$ | $A - 2B$ |
| ④ | $A + B$ | $AB = BA$ | $A + 2B$ |
| ⑤ | $A + B$ | $AB \neq BA$ | $A - 2B$ |

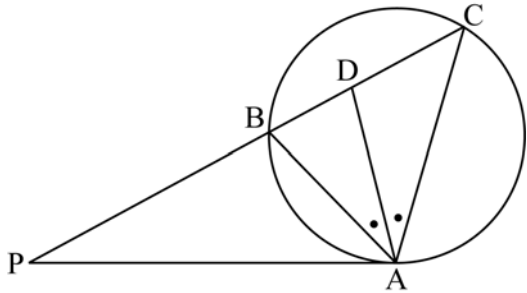
12. 실수 a, b 에 대하여 두 행렬 A, B 를

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b & -a \\ a & b \end{pmatrix}$$

라 하자. $A + B = E$ 일 때, $(AB)^{-1}$ 의 모든 성분의 합은? (단, E 는 단위행렬이다.) [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

13. 그림과 같이 원 밖의 한 점 P에서 원에 한 접선과 한 할선을 그을 때, 접점을 A 라 하고 원이 할선과 만나는 두 점을 각각 B, C 라 하자. 또, $\angle BAC$ 의 이등분선과 할선의 교점을 D 라 하자.



네 선분 PA, PB, PC, PD의 길이를 각각 a, b, c, d 라 할 때, a, b, c, d 를 성분으로 하는 이차정사각행렬 T 를 $T = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 라 하자.

<보기>에서 역행렬이 항상 존재하는 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

— < 보 기 > —		
ㄱ. T	ㄴ. $T+E$	ㄷ. $T-E$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. x, y 에 관한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & b \\ -a & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가 $x=y=0$ 이외의 해를 가질 때, 자연수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

15. 다음 조건을 만족시키는 실수 a, b 에 대하여 점 (a, b) 가 나타내는 영역의 넓이는? [4점]

- (가) 이차방정식 $bx^2 - 2ax + 4 - b = 0$ 은 서로 다른 두 허근을 갖는다.
 (나) $\log 5b$ 의 지표가 1이다.

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3\pi}{2}$ ④ 2π ⑤ $\frac{5\pi}{2}$

16. 용액의 수소이온 농도 $[H^+]$ 와 수산화이온 농도 $[OH^-]$ 에 대하여

$$[OH^-] = 10^{-14} \times \frac{1}{[H^+]}$$

이 성립하고, 용액의 산성도를 나타내는 pH는

$$pH = -\log [H^+]$$

로 정의된다. 이때, $[OH^-] = 10^{-4}$ 인 용액의 pH의 값은? [4점]

- ① 6.0 ② 7.0 ③ 8.0 ④ 9.0 ⑤ 10.0

17. 자연수 n 에 대하여 $\log 2^n$ 의 지표를 $f(n)$, $\log 5^n$ 의 지표를 $g(n)$ 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $f(10)=3$
 ㄴ. $f(n)+g(n)=n$
 ㄷ. 2^n 의 자릿수와 5^n 의 자릿수의 합은 10^n 의 자릿수와 같다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

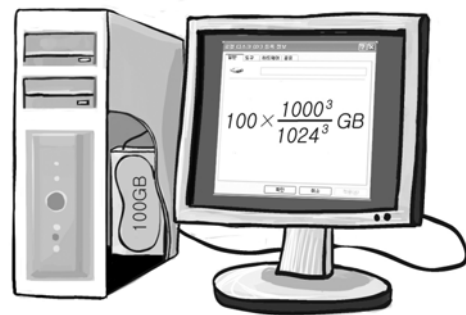
18. 두 이차정사각행렬 A, B 가 $AB+A+B=O$, $A^3=O$ 를 만족한다. 다음 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, O 는 영행렬이고 E 는 단위행렬이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $A+E$ 의 역행렬이 존재한다.
 ㄴ. $B=A^2-A$
 ㄷ. $A^2=O$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 컴퓨터의 저장장치인 하드디스크에 표시되어 있는 1GB(기가바이트)는 1000^3 Byte(바이트)를 나타낸다. 그런데 컴퓨터의 운영체제는 1024^3 Byte를 1GB로 인식하기 때문에 하드디스크에 표시된 용량과 컴퓨터 운영체제가 인식하는 용량이 달라 사용자를 혼란스럽게 한다. 예를 들어 100GB로 표시된 하드디스크를 컴퓨터에 설치하면 컴퓨터는 $100 \times \frac{1000^3}{1024^3}$ GB로 인식한다.



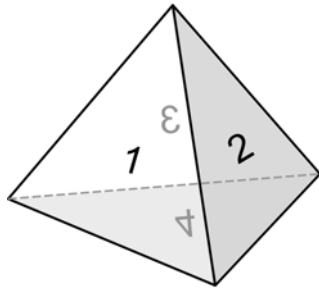
어떤 사람이 500GB로 표시된 하드디스크를 컴퓨터에 설치했을 때, 컴퓨터가 인식하는 용량을 다음 상용로그표를 이용하여 구한 것은? (단, 바이트는 컴퓨터 저장장치 용량의 기본 단위이다.)

[4점]

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2.0	.301	.303	.305	.308	.310	.312	.314	.316	.318	.320
...
4.4	.644	.644	.645	.646	.647	.648	.649	.650	.651	.652
4.5	.653	.654	.655	.656	.657	.658	.659	.660	.661	.662
4.6	.663	.664	.665	.666	.667	.668	.668	.669	.670	.671
4.7	.672	.673	.674	.675	.676	.678	.678	.679	.679	.680
4.8	.681	.682	.683	.684	.685	.686	.687	.688	.688	.689
...
9.3	.969	.969	.969	.970	.970	.971	.971	.972	.972	.973

- ① 약 447GB ② 약 457GB ③ 약 467GB
 ④ 약 477GB ⑤ 약 487GB

20. 각 면에 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 정사면체 주사위를 두 번 던져서 바닥에 닿는 면에 적혀 있는 수를 차례로 a, b 라 하자. 임의의 실수 t 에 대하여 행렬 $\begin{pmatrix} a-3 & a+1 \\ b-2 & t \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하도록 하는 순서쌍 (a, b) 의 개수는? [4점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

21. 세 자리 자연수 x 에 대하여 $\log \sqrt{x}$ 와 $\log \sqrt[3]{x^2}$ 의 가수의 합이 1이다. $\log x^2$ 의 지표를 n , 가수를 α 라 할 때, $n\alpha$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{5}{7}$ ③ $\frac{8}{7}$ ④ $\frac{9}{7}$ ⑤ $\frac{10}{7}$

단답형(22 ~ 30)

22. $5^x = 9$ 일 때, $25^{\frac{x}{2}} + 625^{\frac{x}{2}}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 10 & 1 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}$ 에 대하여 A^{10} 의 모든 성분의 합을 N 이라 할 때, $\log \frac{N}{3}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 집합 $A = \left\{ x \mid x = \left(\frac{1}{64} \right)^{\frac{1}{k}}, k \text{는 } 0 \text{이 아닌 정수} \right\}$ 의 원소 중 자연수인 것들의 합을 구하시오. [3점]

26. 역행렬을 갖는 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & 2 \\ b & -5 \end{pmatrix}$ 가 $A - 3A^{-1} = O$ 를 만족한다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 영행렬이다.) [3점]

25. 이차정사각행렬 A 가 $A^2 + A - 2E = O$, $A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ 를 만족한다. $A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ 가 되는 상수 a, b 에 대하여 $100a + 10b$ 의 값을 구하시오. (단, E 는 단위행렬이고 O 는 영행렬이다.) [3점]

27. 영행렬이 아닌 두 이차정사각행렬 X, Y 에 대하여 $X + Y = E$, $XY = O$ 일 때, 행렬 A 를 $A = 3X + Y$ 라 하면 $A^3 = aX + Y$ 이다. a 의 값을 구하시오. (단, E 는 단위행렬이고 O 는 영행렬이다.) [4점]

28. 양의 실수 k 에 대하여 k 의 네제곱근 중 실수인 것을

a, b ($a > b$)라 하고, k 의 세제곱근 중 실수인 것을 $c, -k$ 의 세제곱근 중 실수인 것을 d 라 한다. 이때, $\log_2 \frac{c}{a} = \log_2 \frac{b}{d} + 1$ 을 만족하는 k 의 값을 구하시오. [4점]

29. 양의 실수 a, b, c 에 대하여 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ 가 다음 조건을 만족한다.

$$(가) A^2 - 2aA = O$$

(나) 함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 최솟값이 3이다.

$a+b+c$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 영행렬이다.) [4점]

30. 그림과 같이 반지름의 길이가 r_1 인 세 원 C_1, C_2, C_3 의 중심과 반지름의 길이가 r_2 인 두 원 O_1, O_2 의 중심이 모두 한 직선 위에 있다.

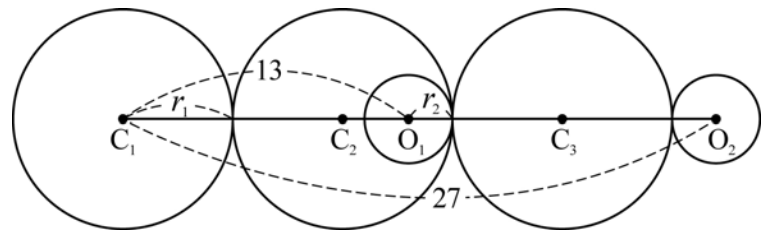
두 원 C_1, C_2 는 외접하고, 두 원 C_2, C_3 이 외접한다. 두 원 C_1, C_3 은 만나지 않는다.

원 O_1 은 원 C_2 에 내접하고 원 C_3 에 외접한다. 원 O_2 은 원 C_3 에 외접하고 원 C_2 와 만나지 않는다.

원 C_1 과 원 O_1 의 중심거리가 13이고 원 C_1 과 원 O_2 의 중심거리가 27일 때, r_1, r_2 에 대한 연립일차방정식을 행렬을 이용하여

$$\begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} a & 1 \\ -5 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 13 \\ 27 \end{pmatrix}$$

과 같이 나타낼 수 있다.



$10(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, $r_1 > r_2$) [4점]

※ 확인 사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.