

2008학년도 6월 고2 전국연합학력평가 정답 및 해설

수리 영역

'가형' 정답

1	④	2	②	3	①	4	②	5	⑤
6	③	7	①	8	④	9	②	10	③
11	③	12	④	13	⑤	14	④	15	①
16	①	17	③	18	②	19	②	20	③
21	⑤	22	17	23	16	24	12	25	15
26	48	27	19	28	513	29	10	30	19

해설

1. [출제의도] 로그 계산하기

$$\log_2 12 + \log_2 5 - \log_2 15 = \log_2 \frac{12 \cdot 5}{15} = \log_2 4 = 2$$

2. [출제의도] 집합의 연산 이해하기

- ① $A \cup C = A$
- ② $A \cap B = C$
- ③ $A \cup B^c = U - \{4, 12\}$
- ④ $A - C = \{9, 18\}$
- ⑤ $B - C = \{4, 12\}$

3. [출제의도] 이중근호 계산하기

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{3 - \sqrt{8}} \\ &= \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{2} - 1 \\ x - \frac{1}{x} &= \sqrt{2} - 1 - \frac{1}{\sqrt{2} - 1} \\ &= (\sqrt{2} - 1) - (\sqrt{2} + 1) \\ &= -2 \end{aligned}$$

4. [출제의도] 지수 계산하기

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}} \times \sqrt{\sqrt[3]{a}} &= \frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a}} \times \sqrt[6]{a} \\ &= a^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} \\ &= a^{\frac{1}{3}} \\ &= \sqrt[3]{a} \end{aligned}$$

5. [출제의도] 이차방정식의 근과 계수의 관계 이해하기

$$\begin{aligned} \cos \alpha + \cos \beta &= p, \quad \cos \alpha \cdot \cos \beta = q \\ \sec \alpha + \sec \beta &= r, \quad \sec \alpha \cdot \sec \beta = s \\ rs &= (\sec \alpha + \sec \beta)(\sec \alpha \cdot \sec \beta) \\ &= \frac{\cos \alpha + \cos \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} \times \frac{1}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} \\ &= \frac{p}{q^2} \end{aligned}$$

6. [출제의도] 역행렬이 존재하지 않을 조건 이해하기

$$\text{두 행렬 } A+E = \begin{pmatrix} a+1 & b \\ c & d+1 \end{pmatrix},$$

$A-E = \begin{pmatrix} a-1 & b \\ c & d-1 \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하지 않으므로

$$\begin{cases} (a+1)(d+1) - bc = 0 \\ (a-1)(d-1) - bc = 0 \end{cases}$$

두 식을 연립하면 $ad - bc = -1, a+d=0$

ㄱ. $ad - bc = -1$ 이므로 A^{-1} 이 존재한다. (참)

ㄴ. $(A+E)(A-E) = A^2 - E$

$$A^2 = \begin{pmatrix} a^2+bc & b(a+d) \\ c(a+d) & bc+d^2 \end{pmatrix}$$

$a+d=0$ 이고,

$d=-a, ad-bc=-1$ 에 의하여

$a^2+bc=bc+d^2=1$ 이므로

$$A^2 = \begin{pmatrix} a^2+bc & b(a+d) \\ c(a+d) & bc+d^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E$$

$\therefore (A+E)(A-E) = A^2 - E = O$ (참)

ㄷ. ㄴ에 의하여 $A^2 = E$ 이므로

$$A^2 + 3A + 2E = 3(A+E)$$

$A+E$ 의 역행렬이 존재하지 않으므로

$A^2 + 3A + 2E$ 의 역행렬이 존재하지 않는다. (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

7. [출제의도] 행렬의 연산 이해하기

$$AB + AX = A(B+X) = E$$

$$B+X = A^{-1}$$

$$\therefore X = A^{-1} - B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$$

그러므로 행렬 X 의 모든 성분의 합은 -7

8. [출제의도] 상용로그의 지표와 가수의 성질 이해하기

x 의 정수부분이 네 자리이므로,

$$\log x = 3 + \alpha \quad (0 \leq \alpha < 1) \quad \cdots \text{①}$$

$\log x^3 = 9 + 3\alpha$ 의 지표가 9이므로 3α 는 가수이고, $0 \leq 3\alpha < 1$

$$\therefore 0 \leq \alpha < \frac{1}{3} \quad \cdots \text{②}$$

$\log x^4 = 12 + 4\alpha = 13 + (4\alpha - 1)$ 의 지표가 13이므로 $4\alpha - 1$ 은 가수이고, $0 \leq 4\alpha - 1 < 1$

$$\therefore \frac{1}{4} \leq \alpha < \frac{1}{2} \quad \cdots \text{③}$$

$$\text{②, ③에서 } \alpha \text{의 범위는 } \frac{1}{4} \leq \alpha < \frac{1}{3}$$

$\therefore \log x$ 의 가수의 최솟값은 $\frac{1}{4}$

9. [출제의도] 나머지정리 이해하기

$$f(x) = (x-1)Q(x) + 3 \quad \cdots \text{①}$$

$$g(x) = (x-1)Q'(x) + 4 \quad \cdots \text{②}$$

①에서 $f(1) = 3$ 이고,

②에서 $g(1) = 4$ 이므로

$$\therefore 3f(1) + 2g(1) = 17$$

10. [출제의도] 행렬을 이용한 수학 내적문제 추론하기

ㄱ. $a=1, b=3$ 이므로

$A(1, 1), A'(2, 1), B(3, 0), B'(4, 0)$ 이다.

$\therefore S(M) = 1$ (참)

$$\text{ㄴ. } kM = \begin{pmatrix} ka & 2ka \\ kb & k(a+b) \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$S(kM) = (ka)^2 = k^2 a^2$$

$$kS(M) = ka^2$$

$\therefore S(kM) \neq kS(M)$ (거짓)

ㄷ. 역행렬이 존재하지 않으므로

$$a(a+b) - 2ab = 0$$

$a(a-b) = 0, a$ 는 양수이므로 $a=b$ 이고,

이때의 사각형은 정사각형이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

11. [출제의도] 함수의 성질 이해하기

$$\begin{aligned} \text{ㄱ. } f(12) &= f(10 \times 1 + 2) = f(1) + 2 \\ &= f(10 \times 0 + 1) + 2 = f(0) + 1 + 2 \\ &= 1 + 2 = 3 \quad (\text{참}) \end{aligned}$$

$$\text{ㄴ. } f(8 \times 123) = f(984) = 21,$$

$$8f(123) = 8(1+2+3) = 48 \quad (\text{거짓})$$

$$\text{ㄷ. } f(100a + 10b + c) = f(10a + b) + c = a + b + c$$

$$f(100c + 10b + a) = f(10c + b) + a = c + b + a \quad (\text{참})$$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

12. [출제의도] 부정방정식의 해 구하기

소수인 두 근을 p, q 라 할 때, $p+q = \frac{10}{m}$ 은 자연수이므로 $m = 1, 2, 5, 10$ 이다.

(i) $m = 1$ 이면, $p+q = 10$ 이므로, $p = 3, q = 7$ 이고, $pq = n = 21$

(ii) $m = 2$ 이면, $p+q = 5$ 이므로, $p = 2, q = 3$ 이고, $pq = \frac{n}{2} = 6 \quad \therefore n = 12$

(iii) $m = 5, 10$ 이면, $\frac{10}{m}$ 은 두 소수의 합 $p+q$ 로 나타낼 수 없다.

따라서 모든 n 의 값의 합은 33이다.

13. [출제의도] 연산 및 유리함수 이해하기

연산 \odot 에 대한 항등원을 e 라 하면, 모든 실수 a 에 대하여 $a \odot e = e \odot a = a$ 를 만족하는 항등원은 $e = -1$ 이다.

따라서 $x \odot f(x) = f(x) \odot x = -1$

$$xf(x) + 2x + 2f(x) + 2 = -1$$

$$(x+2)f(x) = -2x-3$$

$$x \neq -2 \text{ 일 때, } f(x) = \frac{1}{x+2} - 2$$

따라서 $y = f(x)$ 는 $x = -2, y = -2$ 를 점근선으로 하는 유리함수이다.

14. [출제의도] 제2코사인법칙의 증명 과정 이해하기

$$\frac{AD}{AE} = \cos(\pi - A) = -\cos A$$

또 $\angle C$ 가 공통이고,

$(\pi - \angle ADF) = \angle AGF = (\pi - \angle AGC)$ 이므로,

$$\triangle ACG \sim \triangle FCD$$

$$(a-c):b = (b-2c \cos A):(a+c)$$

$$\therefore \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

15. [출제의도] 유리함수와 직선 사이의 최단거리 구하기

직선 QR의 방정식은 $4x + y + 4 = 0$ 이고,
점 P $(a, \frac{1}{a})$ 에서 직선 QR까지의 거리 h는

$$h = \frac{|4a + \frac{1}{a} + 4|}{\sqrt{17}}$$

a는 양수이므로 $4a + \frac{1}{a} \geq 2\sqrt{4a \cdot \frac{1}{a}} = 4$

따라서 $h = \frac{|4a + \frac{1}{a} + 4|}{\sqrt{17}} \geq \frac{8}{\sqrt{17}}$ 이다.

$\therefore \triangle PQR$ 의 넓이의 최솟값은

$$\frac{1}{2} \times \sqrt{17} \times \frac{8}{\sqrt{17}} = 4$$

16. [출제의도] 역행렬이 존재하지 않는 조건 이해하기

양수 a, b에 대하여 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 과 원점 사이의 거리 $h = \frac{|-ab|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ 이고,

$(\frac{a}{1} \ h \ \frac{1}{b})$ 가 역행렬이 존재하지 않으려면 $h = ab$ 이다.

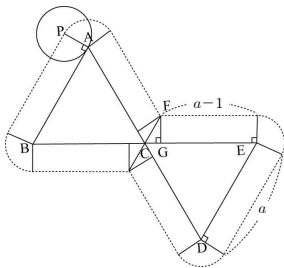
따라서, $\frac{|-ab|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = ab$

a, b가 양수이므로 $a^2 + b^2 = 1$ 이다.

17. [출제의도] 로그의 성질을 이용하여 계산하기

$P_3(2, 3)$ 에 대하여
 $2 < \log_2 6 < 3$ 이므로 $P_4(2, 4)$
 $\log_2 8 = 3$ 이므로 $P_5(3, 4)$
 $3 < \log_2 12 < 4$ 이므로 $P_6(4, 4)$

18. [출제의도] 삼각비를 활용하여 도형의 길이 구하기



$\angle FCG = \frac{\pi}{3}$ 이므로, $\overline{CG} = 1$ 이다.

그림과 같이 원 P의 중심이 움직인 거리는

$$2a + 4(a-1) + 4\left(\sqrt{3} \times \frac{2}{3}\pi\right) = 23 + \frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$$

$$\therefore a = \frac{9}{2}$$

19. [출제의도] 지수와 상용로그의 관계 이해하기

동물 B의 표준대사량을 $E_B = kW^{\frac{3}{4}}$ 이라 하면,
동물 A의 표준대사량 E_A 는

$$E_A = k(100W)^{\frac{3}{4}} = 100^{\frac{3}{4}} E_B \text{이므로, } \alpha = 100^{\frac{3}{4}}$$

$$\begin{aligned} \log \alpha &= \frac{3}{4} \log 100 = 1.5 = 1 + 0.5 \\ &= \log 10 + \log 3.162 = \log 31.62 \\ \therefore \alpha &= 31.62 \end{aligned}$$

20. [출제의도] 로그의 성질을 이해하고 계산하기

$$\begin{aligned} &\log_3 \tan \theta + \log_3 \tan 3\theta + \log_3 \tan 5\theta \\ &= \log_3 \tan 15^\circ + \log_3 \tan 45^\circ + \log_3 \tan 75^\circ \\ &= \log_3 (\tan 15^\circ \times \tan 45^\circ \times \tan 75^\circ) \\ &= \log_3 (\tan 15^\circ \times \tan 45^\circ \times \cot 15^\circ) \\ &= \log_3 1 \\ &= 0 \end{aligned}$$

21. [출제의도] 상용로그를 이용하여 실생활 문제 해결하기

B축의 속력의 최솟값은 A_1 과 B_1 을 연결할 때 이고, 그 값을 x라 하자. 또, B축의 속력의 최댓값은 A_3 과 B_7 을 연결할 때이다.

주어진 조건에 의하여 B축의 속력의 최댓값은 $(1.15)^2(1.2)^6$ x이다.

$$\begin{aligned} \log(1.15)^2(1.2)^6 &= 2\log 1.15 + 6\log 1.2 \\ &= 0.60 = \log 2^2 \text{ 이므로,} \end{aligned}$$

$$(1.15)^2(1.2)^6 = 2^2$$

따라서 B축의 속력의 최댓값은 최솟값의 4배이다.

22. [출제의도] 역행렬 계산하기

$$A+B = \begin{pmatrix} -7 & 3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} \text{이므로}$$

$$(A+B)^{-1} = \begin{pmatrix} -7 & 3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \text{이다.}$$

그러므로 모든 성분의 합은 17이다.

23. [출제의도] 자료의 분산 구하기

$$\frac{84 + 78 + a + 86 + 87}{5} = 85 \text{이므로 } a = 90 \text{ 이고,}$$

$$\text{분산은 } \frac{(-1)^2 + (-7)^2 + 5^2 + 1^2 + 2^2}{5} = 16$$

24. [출제의도] 행렬을 이용하여 연립방정식의 근이 존재하지 않을 조건 이해하기

연립방정식이 해를 갖지 않으므로

$$a(a-2) - 10(a+1) = 0$$

$$a^2 - 12a - 10 = 0$$

따라서 모든 a값의 합은 12

25. [출제의도] 로그의 성질 이해하기

$$a = \log_{30} 3, \quad b = \log_{30} 5 \text{ 이고,}$$

$$\frac{a+b}{1-a} = \frac{\log_{30} 15}{\log_{30} 10} = \log_{10} 15 \text{ 이므로}$$

$$10^{\log_{10} 15} = 15^{\log_{10} 10} = 15$$

26. [출제의도] 상용로그의 지표를 이해하고 계산하기

N은 두 자리 자연수이므로, $1 \leq \log N < 2$ 이고,
 $\log N$ 의 값을 소수점 첫째자리에서 반올림하면 1 또는 2이다.

따라서, $\log_2 \frac{N}{8} = 1$ 또는 2

$$\frac{N}{8} = 2 \text{ 또는 } 4$$

$$N = 16 \text{ 또는 } 32$$

\therefore 모든 N의 값의 합은 48

27. [출제의도] 행렬을 이용한 식의 값 계산하기

주어진 행렬의 곱셈 결과 얻어지는 연립방정식

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 5 & \dots \text{①} \\ 2xy + 6yz + 3zx = 3 & \dots \text{②} \end{cases} \text{에서}$$

식 ①의 양변을 제곱하면,

$$x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 4xy + 12yz + 6zx = 25 \text{ 이고,}$$

식 ②에 의하여 $4xy + 12yz + 6zx = 6$ 이므로

$$\therefore x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 19$$

28. [출제의도] 로그를 이용한 식의 값 계산하기

$$36\pi \times 5 = \frac{4}{3}\pi r^3 \text{이므로, } r^3 = 5 \times 3^3 \text{이다.}$$

$$3 \log r = 1 - \log 2 + 3 \log 3 = 2.1303$$

$$\log r = 0.7101 \text{ 이고, } r = 5.13$$

따라서 $100r = 513$

29. [출제의도] 삼각함수의 그래프 이해하기

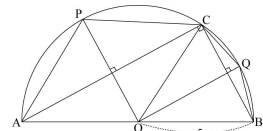
주기가 6이므로 $\frac{2\pi}{b} = 6$ 에서 $b = \frac{\pi}{3}$

$$f(x) = a \cos \frac{\pi}{3}x \text{에서 } f(1) = \frac{a}{2}$$

$$(\text{사각형의 넓이}) = \frac{a}{2} \cdot 4 = 20$$

$$\therefore a = 10$$

30. [출제의도] 원의 성질을 이해하고 도형의 넓이 구하기



원의 중심을 O라 하자.

$\triangle ABC$ 의 넓이가 11이므로,

$$\frac{1}{2} \overline{AC} \cdot \overline{BC} = 11, \quad \overline{AC} \cdot \overline{BC} = 22 \quad \dots \text{①}$$

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로,

$$\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 \quad \dots \text{②}$$

$$\text{①, ②에서 } \overline{AC} + \overline{BC} = 12 \quad \dots \text{③}$$

한편 $\overline{AC} \perp \overline{OP}$, $\overline{BC} \perp \overline{OQ}$ 일 때, $\triangle ACP$ 와 $\triangle BCQ$ 의 넓이가 각각 최대이다.

$\triangle ACP$ 와 $\triangle BCQ$ 의 넓이의 합의 최댓값은

$$\square AOC P + \square BQCO - \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times \overline{AC} + \frac{1}{2} \times 5 \times \overline{BC} - 11$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times (\overline{AC} + \overline{BC}) - 11$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 12 - 11 \quad (\because \text{③에 의하여})$$

$$= 19$$

‘나형’ 정답

1	4	2	3	1	4	2	5	5	
6	3	7	2	8	4	9	2	10	3
11	3	12	4	13	5	14	4	15	1
16	4	17	3	18	2	19	2	20	3
21	5	22	12	23	16	24	23	25	15
26	48	27	22	28	513	29	10	30	19

해설

1. [출제의도] 로그 계산하기

$$\log_2 12 + \log_2 5 - \log_2 15 = \log_2 \frac{12 \cdot 5}{15} = \log_2 4 = 2$$

2. [출제의도] 집합의 연산 이해하기

- ① $A \cup C = A$
- ② $A \cap B = C$
- ③ $A \cup B^c = U - \{4, 12\}$
- ④ $A - C = \{9, 18\}$
- ⑤ $B - C = \{4, 12\}$

3. [출제의도] 이중근호 계산하기

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{3 - \sqrt{8}} \\ &= \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{2} - 1 \\ x - \frac{1}{x} &= \sqrt{2} - 1 - \frac{1}{\sqrt{2} - 1} \\ &= (\sqrt{2} - 1) - (\sqrt{2} + 1) \\ &= -2 \end{aligned}$$

4. [출제의도] 지수 계산하기

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} \times \sqrt[3]{\sqrt{a}} &= \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} \times \sqrt[6]{a} \\ &= a^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} \\ &= a^{\frac{1}{3}} \\ &= \sqrt[3]{a} \end{aligned}$$

5. [출제의도] 이차방정식의 근과 계수의 관계 이해하기

$$\begin{aligned} \cos \alpha + \cos \beta &= p, \quad \cos \alpha \cdot \cos \beta = q \\ \sec \alpha + \sec \beta &= r, \quad \sec \alpha \cdot \sec \beta = s \\ rs &= (\sec \alpha + \sec \beta)(\sec \alpha \cdot \sec \beta) \\ &= \frac{\cos \alpha + \cos \beta}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} \times \frac{1}{\cos \alpha \cdot \cos \beta} \\ &= \frac{p}{q^2} \end{aligned}$$

6. [출제의도] 역함수의 함숫값 계산하기

$$\begin{aligned} f^{-1}(4) &= 1 \text{ 이므로 } f(1) = 4 \\ f(1) &= a + 2 = 4 \quad \therefore a = 2 \\ \text{따라서 } f(x) &= 2x + 2 \\ f^{-1}(8) &= b \text{ 이므로 } f(b) = 8, \\ f(b) &= 2b + 2 = 8 \quad \therefore b = 3 \end{aligned}$$

7. [출제의도] 로그의 연산 이해하기

$$3^{a\beta} = 3^4, \quad \therefore a\beta = 4$$

$$\begin{aligned} \log_4 \alpha^2 + \log_{16} \beta^4 &= \log_2 \alpha^2 + \log_2 \beta^4 \\ &= \log_2 |\alpha| + \log_2 |\beta| \\ &= \log_2 \alpha \beta \\ &= \log_2 4 \\ &= 2 \end{aligned}$$

8. [출제의도] 상용로그의 지표와 가수의 성질 이해하기

$$\begin{aligned} x \text{의 정수부분이 네 자리이므로,} \\ \log x &= 3 + \alpha \quad (0 \leq \alpha < 1) \quad \cdots \text{①} \\ \log x^3 &= 9 + 3\alpha \text{의 지표가 9이므로 } 3\alpha \text{는 가수이} \\ &\text{고, } 0 \leq 3\alpha < 1 \\ \therefore 0 &\leq \alpha < \frac{1}{3} \quad \cdots \text{②} \\ \log x^4 &= 12 + 4\alpha = 13 + (4\alpha - 1) \text{의 지표가 13이} \\ &\text{므로 } 4\alpha - 1 \text{은 가수이고, } 0 \leq 4\alpha - 1 < 1 \\ \therefore \frac{1}{4} &\leq \alpha < \frac{1}{2} \quad \cdots \text{③} \\ \text{②, ③에서 } \alpha \text{의 범위는 } &\frac{1}{4} \leq \alpha < \frac{1}{3} \\ \therefore \log x \text{의 가수의 최솟값은 } &\frac{1}{4} \end{aligned}$$

9. [출제의도] 나머지정리 이해하기

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)Q(x) + 3 \quad \cdots \text{①} \\ g(x) &= (x-1)Q'(x) + 4 \quad \cdots \text{②} \\ \text{①에서 } f(1) &= 3 \text{이고,} \\ \text{②에서 } g(1) &= 4 \text{이므로} \\ \therefore 3f(1) + 2g(1) &= 17 \end{aligned}$$

10. [출제의도] 판별식을 이용하여 이차방정식의 문제 해결하기

$$\begin{aligned} \text{두 근을 } \alpha, \beta (\alpha > 0, \beta > 0) \text{라 하면,} \\ \text{(i) 판별식 } D &= a^2 - 4(a+3) \geq 0, \\ (a+2)(a-6) &\geq 0 \\ \therefore a &\leq -2, a \geq 6 \quad \cdots \text{①} \\ \text{근과 계수의 관계에서} \\ \text{(ii) } \alpha + \beta &= a > 0 \quad \cdots \text{②} \\ \text{(iii) } \alpha\beta &= a+3 > 0, a > -3 \quad \cdots \text{③} \\ \text{①, ②, ③에 의하여 } &a \geq 6 \end{aligned}$$

11. [출제의도] 함수의 성질 이해하기

$$\begin{aligned} \neg. f(12) &= f(10 \times 1 + 2) = f(1) + 2 \\ &= f(10 \times 0 + 1) + 2 = f(0) + 1 + 2 \\ &= 1 + 2 = 3 \quad (\text{참}) \\ \cup. f(8 \times 123) &= f(984) = 21, \\ 8f(123) &= 8(1 + 2 + 3) = 48 \quad (\text{거짓}) \\ \cap. f(100a + 10b + c) &= f(10a + b) + c \\ &= a + b + c \\ f(100c + 10b + a) &= f(10c + b) + a \\ &= c + b + a \quad (\text{참}) \\ \text{따라서 옳은 것은 } &\neg, \cap \text{이다.} \end{aligned}$$

12. [출제의도] 부정방정식의 해 구하기

$$\begin{aligned} \text{소수인 두 근을 } p, q \text{라 할 때, } p+q &= \frac{10}{m} \text{은 자연} \\ \text{수이므로 } m &= 1, 2, 5, 10 \text{이다.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(i) } m = 1 \text{이면, } p+q = 10 \text{이므로, } p = 3, q = 7 \\ \text{이고, } pq = n = 21 \\ \text{(ii) } m = 2 \text{이면, } p+q = 5 \text{이므로, } p = 2, q = 3 \text{이} \\ \text{고, } pq = \frac{n}{2} = 6 \quad \therefore n = 12 \\ \text{(iii) } m = 5, 10 \text{이면, } \frac{10}{m} \text{은 두 소수의 합 } p+q \text{로} \\ \text{나타낼 수 없다.} \\ \text{따라서 모든 } n \text{의 값의 합은 } 33 \text{이다.} \end{aligned}$$

13. [출제의도] 연산 및 유리함수 이해하기

$$\begin{aligned} \text{연산 } \odot \text{에 대한 항등원을 } e \text{라 하면, 모든 실수} \\ a \text{에 대하여 } a \odot e = e \odot a = a \text{를 만족하는 항등원} \\ \text{은 } e = -1 \text{이다.} \\ \text{따라서 } x \odot f(x) = f(x) \odot x = -1 \\ xf(x) + 2x + 2f(x) + 2 = -1 \\ (x+2)f(x) = -2x-3 \\ x \neq -2 \text{일 때, } f(x) = \frac{-1}{x+2} - 2 \\ \text{따라서 } y = f(x) \text{는 } x = -2, y = -2 \text{를 점근선으} \\ \text{로 하는 유리함수이다.} \end{aligned}$$

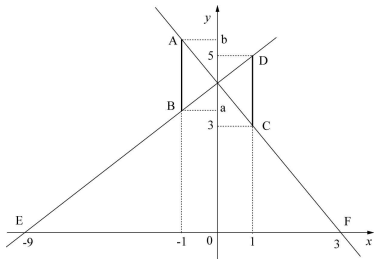
14. [출제의도] 제2코사인법칙의 증명 과정 이해하기

$$\begin{aligned} \frac{AD}{AE} &= \cos(\pi - A) = -\cos A \\ \text{또 } \angle C \text{가 공통이고,} \\ (\pi - \angle ADF) &= \angle AGF = (\pi - \angle AGC) \text{이므로,} \\ \triangle ACG &\sim \triangle FCD \\ (a-c):b &= (b-2c \cos A):(a+c) \\ \therefore \cos A &= \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \end{aligned}$$

15. [출제의도] 유리함수와 직선 사이의 최단거리 구하기

$$\begin{aligned} \text{직선 QR의 방정식은 } 4x + y + 4 = 0 \text{이고,} \\ \text{점 } P\left(a, \frac{1}{a}\right) \text{에서 직선 QR까지의 거리 } h \text{는} \\ h = \frac{\left|4a + \frac{1}{a} + 4\right|}{\sqrt{17}} \\ a \text{는 양수이므로 } 4a + \frac{1}{a} \geq 2\sqrt{4a \cdot \frac{1}{a}} = 4 \\ \text{따라서 } h = \frac{\left|4a + \frac{1}{a} + 4\right|}{\sqrt{17}} \geq \frac{8}{\sqrt{17}} \text{이다.} \\ \therefore \triangle PQR \text{의 넓이의 최솟값은} \\ \frac{1}{2} \times \sqrt{17} \times \frac{8}{\sqrt{17}} = 4 \end{aligned}$$

16. [출제의도] 직선의 방정식의 그래프 이해하기



그림에서 점 D, B를 지나는 직선의 x절편은 -9이고, 점 A, C를 지나는 직선의 x절편은 3이다.

(직선 DE의 기울기)=(직선 BE의 기울기) ... ①
(직선 AF의 기울기)=(직선 CF의 기울기) ... ②

①에서 $\frac{5-0}{1-(-9)} = \frac{a-0}{-1-(-9)} \therefore a = 4$

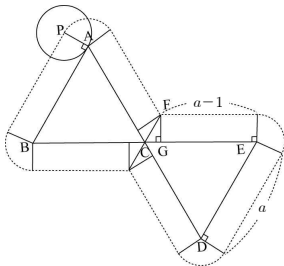
②에서 $\frac{b-0}{-1-3} = \frac{3-0}{1-3} \therefore b = 6$

따라서 $a + b = 10$

17. [출제의도] 로그의 성질을 이용하여 계산하기

$P_3(2, 3)$ 에 대하여
 $2 < \log_2 6 < 3$ 이므로 $P_4(2, 4)$
 $\log_2 8 = 3$ 이므로 $P_5(3, 4)$
 $3 < \log_2 12 < 4$ 이므로 $P_6(4, 4)$

18. [출제의도] 삼각비를 활용하여 도형의 길이 구하기



$\angle FCG = \frac{\pi}{3}$ 이므로, $\overline{CG} = 1$ 이다.

그림과 같이 원 P의 중심이 움직인 거리는

$$2a + 4(a-1) + 4\left(\sqrt{3} \times \frac{2}{3}\pi\right) = 23 + \frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$$

$\therefore a = \frac{9}{2}$

19. [출제의도] 지수와 상용로그의 관계 이해하기

동물 B의 표준대사량을 $E_B = kW^{\frac{3}{4}}$ 이라 하면, 동물 A의 표준대사량 E_A 는

$$E_A = k(100W)^{\frac{3}{4}} = 100^{\frac{3}{4}} E_B \text{ 이므로, } \alpha = 100^{\frac{3}{4}}$$

$$\log \alpha = \frac{3}{4} \log 100 = 1.5 = 1 + 0.5$$

$$= \log 10 + \log 3.162 = \log 31.62$$

$\therefore \alpha = 31.62$

20. [출제의도] 로그의 성질을 이해하고 계산하기

$$\log_3 \tan \theta + \log_3 \tan 3\theta + \log_3 \tan 5\theta = \log_3 \tan 15^\circ + \log_3 \tan 45^\circ + \log_3 \tan 75^\circ$$

$$= \log_3 (\tan 15^\circ \times \tan 45^\circ \times \tan 75^\circ) = \log_3 (\tan 15^\circ \times \tan 45^\circ \times \cot 15^\circ) = \log_3 1 = 0$$

21. [출제의도] 상용로그를 이용하여 실생활 문제 해결하기

B축의 속력의 최솟값은 A_1 과 B_1 을 연결할 때이고, 그 값을 x 라 하자. 또, B축의 속력의 최댓값은 A_3 과 B_7 을 연결할 때이다.

주어진 조건에 의하여 B축의 속력의 최댓값은 $(1.15)^2(1.2)^6 x$ 이다.

$$\log(1.15)^2(1.2)^6 = 2\log 1.15 + 6\log 1.2 = 0.60 = \log 2^2 \text{ 이므로,}$$

$$(1.15)^2(1.2)^6 = 2^2$$

따라서 B축의 속력의 최댓값은 최솟값의 4배이다.

22. [출제의도] 로그의 성질을 이용하여 로그의 값 계산하기

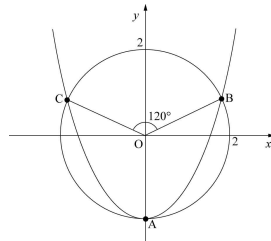
$$\log_3 16 \cdot \log_2 27 = \frac{\log 16}{\log 3} \cdot \frac{\log 27}{\log 2} = \frac{4\log 2}{\log 3} \cdot \frac{3\log 3}{\log 2} = 12$$

23. [출제의도] 자료의 분산 구하기

$$\frac{84 + 78 + a + 86 + 87}{5} = 85 \text{ 이므로 } a = 90 \text{ 이고,}$$

$$\text{분산은 } \frac{(-1)^2 + (-7)^2 + 5^2 + 1^2 + 2^2}{5} = 16$$

24. [출제의도] 이차함수와 원의 그래프 이해하기



이차함수 $f(x) = ax^2 + b$ 의 그래프와 원 $x^2 + y^2 = 4$ 의 그래프가 세 점 A(0, -2), B(c, d), C(-c, d) ($c > 0$)에서 만날 때, 세 점 A, B, C가 원의 둘레를 삼등분한다. 원점 O에 대하여 $\angle AOB = 120^\circ$ 이므로,

$$c = \sqrt{3}d \dots ①$$

$$\text{또 B(c, d)는 원 위의 점이므로 } c^2 + d^2 = 4 \dots ②$$

$$\text{①, ②에 의하여 } c = \sqrt{3}, d = 1$$

한편 $f(x) = ax^2 + b$ 는 점 A(0, -2)를 지나므로, $b = -2$ 이고, 점 B($\sqrt{3}, 1$)은 포물선 위의 점이므로 $1 = 3a - 2, a = 1$ 이다.

$$\therefore f(x) = x^2 - 2 \text{ 이므로 } f(5) = 23$$

25. [출제의도] 로그의 성질 이해하기

$$a = \log_{30} 3, b = \log_{30} 5 \text{ 이고,}$$

$$\frac{a+b}{1-a} = \frac{\log_{30} 15}{\log_{30} 10} = \log_{10} 15 \text{ 이므로}$$

$$10^{\log_{10} 15} = 15^{\log_{10} 10} = 15$$

26. [출제의도] 상용로그의 지표를 이해하고 계산하기

N은 두 자리 자연수이므로, $1 \leq \log N < 2$ 이고, $\log N$ 의 값을 소수점 첫째자리에서 반올림하면 1 또는 2이다.

따라서, $\log_2 \frac{N}{8} = 1$ 또는 2

$$\frac{N}{8} = 2 \text{ 또는 } 4$$

$$N = 16 \text{ 또는 } 32$$

\therefore 모든 N의 값의 합은 48

27. [출제의도] 이차함수의 그래프를 이용한 부등식의 해 구하기

$$f(1) = f(11) = k \text{ 이므로,}$$

$$f(x) = (x-1)(x-11) + k = x^2 - 12x + 11 + k$$

따라서, 부등식 $f(x) < f(2) - 2$ 는

$$x^2 - 12x + 11 + k < -11 + k$$

$$x^2 - 12x + 22 < 0 \text{ 이고,}$$

이 부등식을 만족하는 x의 범위 $\alpha < x < \beta$ 에 대하여, $\alpha\beta = 22$ 이다.

28. [출제의도] 로그를 이용한 식의 값 계산하기

$$36\pi \times 5 = \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ 이므로, } r^3 = 5 \times 3^3 \text{ 이다.}$$

$$3\log r = 1 - \log 2 + 3\log 3 = 2.1303$$

$$\log r = 0.7101 \text{ 이고, } r = 5.13$$

따라서 $100r = 513$

29. [출제의도] 삼각함수의 그래프 이해하기

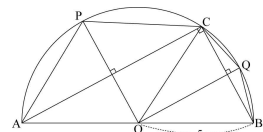
주기가 6 이므로 $\frac{2\pi}{b} = 6$ 에서 $b = \frac{\pi}{3}$

$$f(x) = a \cos \frac{\pi}{3} x \text{ 에서 } f(1) = \frac{a}{2}$$

(사각형의 넓이) = $\frac{a}{2} \cdot 4 = 20$

$\therefore a = 10$

30. [출제의도] 원의 성질을 이해하고 도형의 넓이 구하기



원의 중심을 O라 하자.

$\triangle ABC$ 의 넓이가 11이므로,

$$\frac{1}{2} \overline{AC} \cdot \overline{BC} = 11, \overline{AC} \cdot \overline{BC} = 22 \dots ①$$

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로,

$$\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 \dots ②$$

$$\text{①, ②에서 } \overline{AC} + \overline{BC} = 12 \dots ③$$

한편 $\overline{AC} \perp \overline{OP}, \overline{BC} \perp \overline{OQ}$ 일 때, $\triangle ACP$ 와 $\triangle BCQ$ 의 넓이가 각각 최대이다.

$\triangle ACP$ 와 $\triangle BCQ$ 의 넓이의 합의 최댓값은

$$\square AOC P + \square BQCO - \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times \overline{AC} + \frac{1}{2} \times 5 \times \overline{BC} - 11$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times (\overline{AC} + \overline{BC}) - 11$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times 5 \times 12 - 11 \quad (\because \textcircled{3} \text{에 의하여}) \\ &= 19 \end{aligned}$$