

# 수리 영역(나형)

제 2 교시

성명

수험번호

2

1

- 먼저 수험생이 선택한 과목의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지에 수험 번호, 선택 과목, 답을 표기할 때에는 반드시 ‘수험생이 지켜야 할 일’에 따라 표기하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1.  $\sqrt[5]{8} \times 4^{-\frac{4}{5}}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{8}$
- ②  $\frac{1}{4}$
- ③  $\frac{1}{2}$
- ④ 1
- ⑤ 2

2.  $\log_3 12 + 2\log_3 \frac{3}{2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

3. 등식  $\begin{pmatrix} 1 & x \\ 3 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 8 & -2 \end{pmatrix}$ 를 만족하는 상수  $x, y$ 에 대하여  $x+y$ 의 값은? [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

4. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여  $AX=E$ 를 만족하는 행렬  $X$ 의 모든 성분의 합은? (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [3점]

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 8

5. 2이상의 자연수  $n$ 에 대하여  $\frac{\sqrt[n]{2^{18}}}{\sqrt[n]{3^{24}}}$ 이 유리수가 되도록 하는  $n$ 의 개수는? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

6. 세 수  $A = \sqrt[3]{2}$ ,  $B = \sqrt[4]{3}$ ,  $C = \sqrt[6]{5}$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? [3점]

- ①  $A < B < C$
- ②  $A < C < B$
- ③  $B < C < A$
- ④  $C < B < A$
- ⑤  $C < A < B$

7. 수열  $\{a_n\}$ 이  $a_1 = 2$ ,  $a_{n+1} = a_n + 2n - 1$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )을 만족할 때,  $a_{10}$ 의 값은? [3점]

- ① 83
- ② 85
- ③ 87
- ④ 89
- ⑤ 91

8.  $\log_{1-x}(x+5)$ 가 정의되기 위한 정수  $x$ 의 개수는? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

9. 이차정사각행렬  $A, B$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $E$ 는 단위행렬,  $O$ 는 영행렬,  $A^{-1}$ 는  $A$ 의 역행렬이다.) [4점]

< 보기 >

ㄱ.  $A^2 = B^2$ 이면  $A = B$  또는  $A = -B$ 이다.  
 ㄴ.  $(A + E)(A - E) = E$  이면  $A^2 B = BA^2$ 이다.  
 ㄷ.  $A^3 + A^2 + A + E = O$ 이면  $(A^2)^{-1} = A^2$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 위치기반서비스(LBS)란 휴대폰 속에 기지국이나 위성항법장치(GPS)와 연결되는 칩을 부착해 위치와 관련된 각종 정보를 제공하는 서비스를 일컫는다.

위치기반서비스 이용자 수가 매월 전월보다 10%씩 증가한다고 하자. 현재 이용자 수가 10만 명이라고 할 때, 12개월 후 이용자 수는? (단,  $\log 1.1 = 0.04$ ,  $\log 3.02 = 0.48$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 302000 명
- ② 314000 명
- ③ 326000 명
- ④ 338000 명
- ⑤ 350000 명

11. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육면체를 여러 개 붙여서 만든 입체가 지면에 고정되어 있다. 표는 이 입체를 방향1, 방향2, 방향3에서 바라보았을 때 보이는 모양과 그 때의 한 변의 길이가 1인 정사각형의 개수를 각각  $m_1, m_2, m_3$ 로 나타낸 것이다.

바라본 방향	보이는 모양	정사각형의 개수
방향1		$m_1 = 2$
방향2		$m_2 = 3$
방향3		$m_3 = 6$

이때, 행렬  $A$ 의  $(i, j)$  성분을  $a_{ij}$ 라 하고

$$a_{ij} = m_i \times m_j \quad (i=1, 2, 3, j=1, 2, 3)$$

으로 정의하면 위 그림에 대응하는 행렬은  $\begin{pmatrix} 4 & 6 & 12 \\ 6 & 9 & 18 \\ 12 & 18 & 36 \end{pmatrix}$ 이다.

이와 같이 정의된 행렬  $\begin{pmatrix} 4 & 6 & 8 \\ 6 & 9 & 12 \\ 8 & 12 & 16 \end{pmatrix}$ 에 해당하는 입체는? [3점]

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

12.  $2^m = 3^n = 6$ 일 때,  $\log(m-1)(n-1)$ 의 값은? [3점]

- ① -3
- ② -2
- ③ -1
- ④ 0
- ⑤ 1

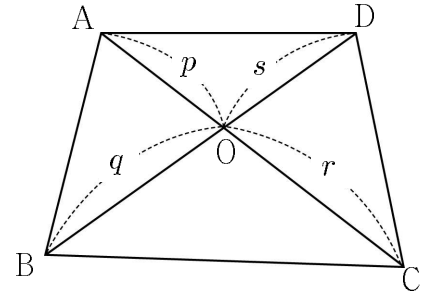
13. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 이  $S_n = 3n^2 - 32n$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보기 >

- ㄱ. 수열  $\{a_n\}$ 은 등차수열이다.
- ㄴ.  $S_n$ 이 최소가 되는  $n$ 의 값은 5이다.
- ㄷ.  $\sum_{n=1}^{10} |a_n|$ 의 값은 140이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 그림과 같이 사각형 ABCD의 두 대각선의 교점을 O라 하자. 네 선분 AO, BO, CO, DO의 길이가 각각  $p, q, r, s$ 일 때, 이를 성분으로 하는 행렬  $\begin{pmatrix} p & s \\ q & r \end{pmatrix}$ 의 역행렬이 존재하는 사각형은? [4점]



- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

15.  $\sum_{k=1}^{10} \frac{k^3}{k^2 - k + 1} + \sum_{k=2}^{10} \frac{1}{k^2 - k + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① 62
- ② 64
- ③ 66
- ④ 68
- ⑤ 70

16. 월이율 0.5%이고 1개월마다 복리로 매월 초에 10만 원씩 적립해 가면 60개월 후의 원리합계는? (단,  $1.005^{60}$ 은 1.35로 계산한다.)

[3점]

- ① 703만 5천 원
- ② 712만 5천 원
- ③ 724만 5천 원
- ④ 738만 5천 원
- ⑤ 746만 5천 원

17. 두 자리 자연수의 집합  $N$ 에서 실수 전체의 집합  $R$ 로 대응되는 함수  $f(x)$ 를  $f(x) = \log x - [\log x]$ 라 정의할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $[x]$ 는  $x$ 를 넘지 않는 최대의 정수이다.) [4점]

— <보기> —

- ㄱ. 함수  $f(x)$ 의 최솟값은 0이다.
- ㄴ.  $f(x) + f(y) = 1$ 을 만족하는  $x, y$ 가 존재한다.
- ㄷ. 2이상의 자연수  $n$ 에 대하여  $f(x^n) = nf(x)$ 이면  $10 \leq x < 10^{\frac{1}{n}}\sqrt{10}$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n = \sqrt{1 \cdot 2} + \sqrt{2 \cdot 3} + \dots + \sqrt{n(n+1)} \text{ 일 때,}$$

부등식  $\frac{n(n+1)}{2} < a_n < \frac{(n+1)^2}{2}$ 이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

[증명]

(i)  $n=1$ 일 때,

$$1 < a_1 = \sqrt{2} < 2 \text{ 이므로 성립한다.}$$

(ii)  $n=k$ 일 때,

$$\frac{k(k+1)}{2} < a_k < \frac{(k+1)^2}{2} \text{ 이 성립한다고 가정하면}$$

$$\frac{k(k+1)}{2} + \sqrt{(k+1)(k+2)} < a_{k+1} < \frac{(k+1)^2}{2} + \sqrt{(k+1)(k+2)}$$

이다.

한편,  $\sqrt{(k+1)(k+2)} > \boxed{\text{(가)}}$  이므로

$$\frac{k(k+1)}{2} + \sqrt{(k+1)(k+2)} > \boxed{\text{(나)}} \text{ 이다.}$$

$k+1 > 0, k+2 > 0$  이므로

$$\sqrt{(k+1)(k+2)} < \boxed{\text{(다)}} \text{ 이고,}$$

$$\frac{(k+1)^2}{2} + \sqrt{(k+1)(k+2)} < \frac{(k+2)^2}{2} \text{ 이다.}$$

그러므로  $n=k+1$ 일 때에도 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수  $n$ 에 대하여 주어진 부등식은 성립한다.

(가) ~ (다)에 알맞은 것을 바르게 짝지은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	$k+1$	$\frac{(k+1)(k+2)}{2}$	$\frac{2k+1}{2}$
②	$k+1$	$\frac{(k+1)(k+2)}{2}$	$\frac{2k+3}{2}$
③	$k+1$	$\frac{(k+2)(k+3)}{2}$	$\frac{2k+1}{2}$
④	$k+2$	$\frac{(k+1)(k+2)}{2}$	$\frac{2k+1}{2}$
⑤	$k+2$	$\frac{(k+2)(k+3)}{2}$	$\frac{2k+3}{2}$

19. 실수  $a, b$ 에 대하여 연립방정식  $\begin{pmatrix} a+2 & b \\ -b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ 이  $x=0, y=0$  이외의 해를 가질 때,  $a+b$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 하자. 이때,  $M^2 + m^2$ 의 값은? [4점]

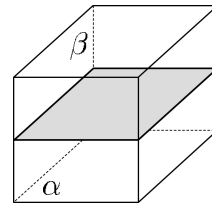
- ① 4
- ② 6
- ③ 8
- ④ 10
- ⑤ 12

20.  $\frac{a+a^5}{a^{-1}+a^{-5}}=3$ 일 때,  $\frac{a^2+a^4+a^6}{a^{-2}+a^{-4}+a^{-6}}$ 의 값은? (단,  $a > 0$ 이다.)

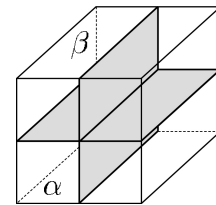
[4점]

- ① 1
- ②  $\sqrt[3]{3}$
- ③  $\sqrt[3]{3^2}$
- ④ 3
- ⑤  $\sqrt[3]{3^4}$

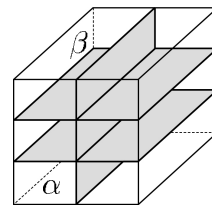
21. 정육면체의 밑면을  $\alpha$ , 옆면을  $\beta$ 라고 하자.  $\alpha$ 와 평행한 서로 다른  $m$ 개의 평면과  $\beta$ 와 평행한 서로 다른  $n$ 개의 평면으로 정육면체를 잘랐을 때, 얻어진 직육면체 모양의 조각의 개수를  $f(m, n)$ 으로 정의하자. 예를 들어 그림과 같이  $f(1, 0)=2, f(1, 1)=4, f(2, 1)=6, f(2, 2)=9$ 이다. 이때,  $\sum_{k=1}^{10} f(k, k-1)$ 의 값은? [4점]



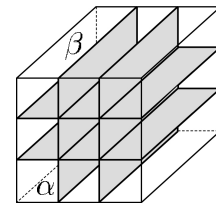
$f(1, 0) = 2$



$f(1, 1) = 4$



$f(2, 1) = 6$



$f(2, 2) = 9$

- ① 420
- ② 430
- ③ 440
- ④ 450
- ⑤ 460

단답형

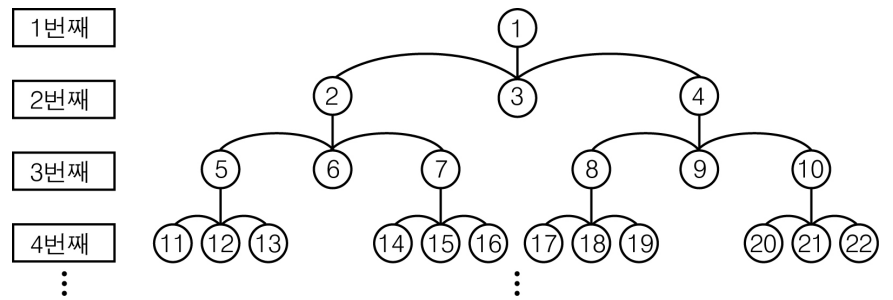
22. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1 + a_5 = 14$ ,  $a_2 + a_3 = 11$  일 때,  $a_{15}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 서로 다른 세 수  $a, b, 3$ 이 이 순서로 등비수열을 이루고,  $12, 3a, 2b$ 가 이 순서로 등차수열을 이룰 때,  $9a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

24.  $1 < a < 10$ 인 상수  $a$ 와 자연수  $n$ 에 대하여  $6^{20}$ 을  $a \times 10^n$ 으로 나타낼 때,  $n$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $\log 2 = 0.3010$ ,  $\log 3 = 0.4771$ ) [3점]

25. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여  $A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5 = kA$ 일 때, 상수  $k$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 그림과 같은 규칙으로 위에서부터 차례로 숫자를 써내려간다. 예를 들어 17은 위에서 4번째, 왼쪽에서 7번째에 위치하고 있다. 2008은 위에서  $m$ 번째, 왼쪽에서  $n$ 번째에 위치한다고 할 때,  $m+n$ 의 값을 구하시오. [4점]



27. 집합  $\{(x, y) \mid |x| + |y| = 2, x, y \text{는 실수}\}$ 의 임의의 원소  $(a, b)$ 에 대하여 행렬  $P = \begin{pmatrix} 1 & m \\ a+3 & b+3 \end{pmatrix}$ 이 역행렬  $P^{-1}$ 를 갖지 않을 때,  $m$ 의 최댓값을 구하시오. (단,  $m$ 은 실수이다.) [4점]

28. 좌표평면에서  $y = \frac{2}{3}x$ 와  $x$ 축,  $x = 30$ 으로 둘러싸인 영역의 내부의 점 중  $x, y$ 의 좌표가 모두 정수인 순서쌍  $(x, y)$ 의 개수가  $a$ 개 일 때,  $a$ 의 값을 구하시오. (단, 경계는 포함하지 않는다.) [4점]

29. 수열  $\{a_n\}$ 이  $a_1 = 1$ 이고,  $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = \frac{1}{3}a_n a_{n+1}$ 을 만족할 때,  $a_{30}$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 상용로그  $\log A$ 의 지표  $n$ 과 가수  $\alpha$ 가 방정식  $4x^2 - 13x + \beta = 0$ 의 두 근일 때,  $\sum_{k=1}^{30} \left[ \frac{400\alpha}{n^k} \right]$ 의 값을 구하시오. (단,  $\beta$ 는 상수이고,  $[x]$ 는  $x$ 를 넘지 않는 최대의 정수이다.) [4점]

※ 확인사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.