

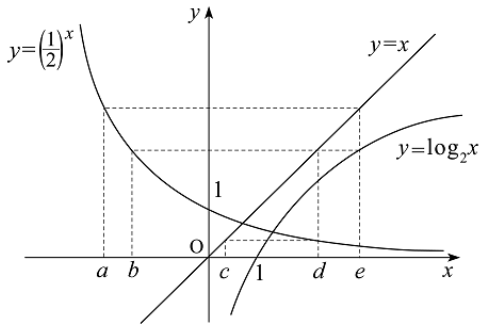
5. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} a-1 & -2 \\ 8 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 두 양수 a, b 의 값을 정할 때, $a+b$ 의 최소값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

6. 그림은 두 함수 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, y = \log_2 x$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 를 나타낸 것이다.
옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단, 점선은 모두 좌표축에 평행하다.) [4점]

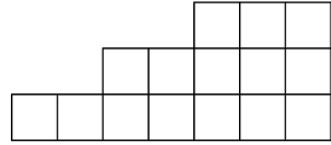


< 보기 >

- ㄱ. $\left(\frac{1}{2}\right)^d = c$
 ㄴ. $a+d=0$
 ㄷ. $ae=1$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 그림은 합동인 정사각형 15개를 연결하여 만든 도형을 나타낸 것이다. 이 도형의 선들로 이루어질 수 있는 직사각형의 개수는? [4점]



- ① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

8. 승용차를 타던 사람 중에서 2007년에 새 승용차로 바꾸어 구입한 사람을 대상으로 승용차를 소형차와 중대형차로 나누어 구매 실태를 조사하였다. 조사 결과에 따르면 대상자의 60%가 소형차를 타던 사람이었다. 그리고 소형차를 타던 사람의 60%는 2007년에도 소형차를 구입하였고, 중대형차를 타던 사람의 80%는 2007년에도 중대형차를 구입하였다.
대상자 중에서 임의로 한 사람을 택하였더니 2007년에 중대형차를 구입한 사람이었다. 이 사람이 소형차를 타던 사람이었을 확률은? [4점]

- ① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{2}{7}$ ④ $\frac{3}{14}$ ⑤ $\frac{1}{7}$

'나'형

9. 주사위 1개와 동전 6개를 동시에 던질 때, 나온 주사위의 눈의 수와 앞면이 나온 동전의 개수가 서로 같을 확률은? [4점]

- ① $\frac{21}{128}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{11}{64}$ ④ $\frac{25}{128}$ ⑤ $\frac{15}{64}$

10. 과목별 석차 등급은 석차백분율에 따라 1등급부터 9등급까지 부여되고 등급별 석차백분율은 다음과 같다.

등급	석차백분율
1등급	4%이하
2등급	4%초과 - 11%이하
3등급	11%초과 - 23%이하
4등급	23%초과 - 40%이하
5등급	40%초과 - 60%이하
6등급	60%초과 - 77%이하
7등급	77%초과 - 89%이하
8등급	89%초과 - 96%이하
9등급	96%초과

어느 고등학교 3학년 학생들의 수학 성적이 정규분포 $N(60.2, 20^2)$ 을 따를 때, 이 학교 학생이 수학 과목에서 3등급을 받기 위한 최소 점수를 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 동점자는 없다.) [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.28	0.11
0.61	0.23
0.74	0.27
1.23	0.39

- ① 73점 ② 75점 ③ 79점 ④ 82점 ⑤ 85점

11. 첫째항이 3이고 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_n = 3d$ 를 만족시키는 n 이 존재하도록 하는 모든 자연수 d 의 값의 합은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

12. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표를 $f(x)$, 가수를 $g(x)$ 라 하자. 양수 a, b 에 대하여 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $f(a^2) = 2f(a)$
 ㄴ. $f(a^2) + g(a^2) = 2f(a) + 2g(a)$
 ㄷ. $g(a) + g(b) = 1$ 이면 ab 는 정수이다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13 다음은 등식 ${}_nC_r + {}_nC_{r+1} = {}_{n+1}C_{r+1}$ 을 이용하여

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

을 증명한 것이다.

<증명>
 2 이상인 자연수 k 에 대하여
 $k^2 = \boxed{\text{(가)}} + 2 \cdot {}_kC_2$ 로 나타낼 수 있으므로
 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$
 $= {}_1C_1 + ({}_2C_1 + 2 \cdot {}_2C_2) + ({}_3C_1 + 2 \cdot {}_3C_2) + \dots + ({}_nC_1 + 2 \cdot \boxed{\text{(나)}})$
 $= ({}_1C_1 + {}_2C_1 + {}_3C_1 + \dots + {}_nC_1) + 2({}_2C_2 + {}_3C_2 + \dots + \boxed{\text{(다)}})$
 $= {}_{n+1}C_2 + 2 \cdot \boxed{\text{(다)}}$
 $= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

위 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

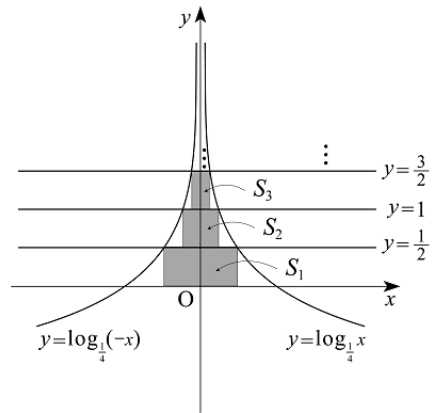
- | | (가) | (나) | (다) |
|---|----------|----------|----------|
| ① | kC_1 | nC_2 | nC_3 |
| ② | kC_1 | nC_2 | $n+1C_3$ |
| ③ | kC_1 | $n+1C_2$ | nC_3 |
| ④ | $k+1C_1$ | nC_2 | nC_3 |
| ⑤ | $k+1C_1$ | $n+1C_2$ | $n+1C_3$ |

14 두 곡선 $y = \log_{\frac{1}{4}}(-x)$, $y = \log_{\frac{1}{4}}x$ 가 직선 $y = \frac{1}{2}$ 과 만나는 두 점을 꼭지점으로 하고, 한 변이 x 축 위에 있는 직사각형의 넓이를 S_1 이라 하자.

두 곡선이 직선 $y=1$ 과 만나는 두 점을 꼭지점으로 하고, 한 변이 직선 $y = \frac{1}{2}$ 위에 있는 직사각형의 넓이를 S_2 라 하자.

두 곡선이 직선 $y = \frac{3}{2}$ 과 만나는 두 점을 꼭지점으로 하고, 한 변이 직선 $y=1$ 위에 있는 직사각형의 넓이를 S_3 이라 하자.

위와 같은 과정을 계속하여 얻은 n 번째 직사각형의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{7}{8}$ ④ 1 ⑤ $\frac{9}{8}$

‘나’형

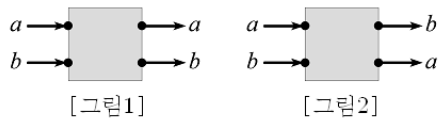
15. 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 $AB=BA$ 가 성립하기 위한 충분조건인 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $A+B=2E$
 ㄴ. $A^2B=BA^2$
 ㄷ. $A^2B=A+E$

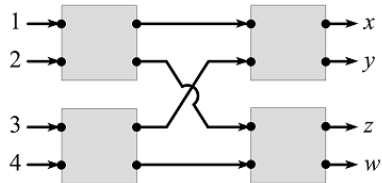
- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 그림은 왼쪽의 입력 신호 a, b 를 오른쪽으로 전달하여 신호를 출력하는 장치를 나타낸 것이다. 이 장치가 [그림1]과 같이 출력할 확률은 $\frac{1}{3}$ 이고, [그림2]와 같이 출력할 확률은 $\frac{2}{3}$ 이다.



이 장치 4개를 아래 그림과 같이 연결하고, 입력신호를 1, 2, 3, 4로 하였을 때의 출력신호를 x, y, z, w 라 하자.

이때, $y=3$ 또는 $z=1$ 일 확률은? (단, 각 장치들은 독립적으로 작동한다.) [4점]

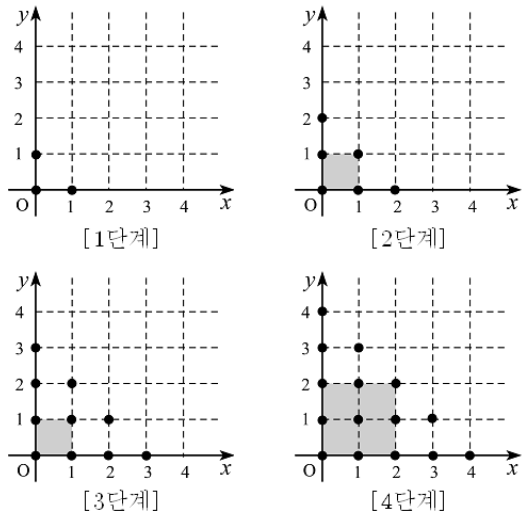


- ① $\frac{22}{81}$ ② $\frac{23}{81}$ ③ $\frac{25}{81}$ ④ $\frac{26}{81}$ ⑤ $\frac{29}{81}$

17. 다음과 같이 좌표평면 위에 단계별로 x 좌표와 y 좌표가 음이 아닌 정수인 점을 표시한다.

[1단계]에서는 원점과 x 좌표와 y 좌표의 합이 1인 점들을 표시하고, [2단계]에서는 [1단계]의 점에 x 좌표와 y 좌표의 합이 2인 점들을 추가로 표시한다.

이와 같은 방법으로 [n단계]에서는 [n-1단계]의 점에 x 좌표와 y 좌표의 합이 n ($n=2, 3, 4, \dots$)인 점들을 추가로 표시한다.



이때, [n단계]에 있는 모든 점의 개수를 a_n , [n단계]에 있는 점들을 꼭지점으로 하는 정사각형 중에서 원점을 한 꼭지점으로 하고 넓이가 최대인 정사각형의 내부 및 둘레에 있는 모든 점의 개수를 b_n 이라 하자. 예를 들어 $a_4 = 15, b_4 = 9$ 이다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n}}{b_{2n}}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 2 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ 1

단답형(18~25)

18 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ 을 따른다.

$P(X=2) = 10P(X=1)$ 이 성립할 때, n 의 값을 구하시오. [3점]

19 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 + a_5 = 36$ 이고 $a_2 a_4 = 180$ 일 때,
 $a_n < 100$ 을 만족시키는 n 의 최대값을 구하시오. [3점]

20 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 B_n 을 다음과 같이 정의한다.

$$B_n = A^n + (A^{-1})^n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

이때, 행렬 $B_1 + B_2 + B_3 + \dots + B_{100}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오.

[4점]

21 이차방정식 $9x^2 - 6x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,

$$\frac{1}{\beta - \alpha} \sum_{n=1}^{\infty} (\beta^n - \alpha^n) = \frac{q}{p}$$

이다. 이때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

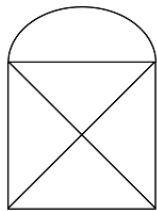
22 1이 적힌 구슬이 1개, 2가 적힌 구슬이 2개, 3이 적힌 구슬이 3개, ..., 10이 적힌 구슬이 10개 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 구슬을 꺼낼 때, 그 구슬에 적힌 숫자를 X 라 하자. 이때, 확률변수 $5X+2$ 의 평균을 구하시오.

[3점]

‘나’형

23 $\frac{1}{2} < x < 1, y > 1$ 일 때, 부등식 $\log_x(\log_y 2x) < 0$ 이 나타내는 영역의 넓이를 S 라 하자. 이때, $100S$ 의 값을 구하시오. [3점]

24 그림과 같이 다섯 개의 영역으로 나누어진 도형이 있다. 각 영역에 빨간색, 노란색, 파란색 중 한 가지 색을 칠하는데, 인접한 영역은 서로 다른 색을 칠하여 구별하려고 한다. 칠할 수 있는 방법의 수를 구하시오. [4점]



25 다음 두 조건을 동시에 만족시키는 자연수 x 의 개수를 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

- (가) $200 \leq x \leq 300$
 (나) $[\log_2 x] = [\log_3 x] + [\log_4 x]$

5지 선다형

26 세 양수 a, b, c 에 대하여 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & -c \end{pmatrix}$ 가 $A^4 - 3A^2 = O$ 를 만족시킬 때, $a^2 + 2b^2 + c^2$ 의 값은? (단, O 는 영행렬이다.) [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

27. 두 집합

$A = \{x \mid 2^{x(x-3a)} < 2^{a(x-3a)}\}$, $B = \{x \mid \log_3(x^2 - 2x + 6) < 2\}$
에 대하여 $A \cap B = A$ 가 성립하도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?
[3점]

- ① $-1 \leq a \leq 0$ ② $-1 \leq a \leq \frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{3} \leq a \leq 1$
- ④ $\frac{1}{3} \leq a \leq 3$ ⑤ $1 \leq a \leq 3$

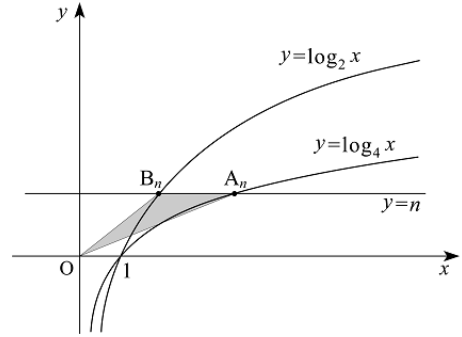
28. 어느 고등학교에서는 방학 중 방과후학교 강좌를 다음과 같이 개설하였다. 어떤 학생이 국어, 수학, 영어 세 과목을 각각 한 번씩 수강하려고 할 때, 그 방법의 수는? [4점]

	1교시	2교시	3교시	4교시
국어	○	○	○	×
수학	○	×	○	○
영어	×	○	○	○

○:개설, ×:미개설

- ① 11 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 17

29. 자연수 n 에 대하여 두 함수 $y = \log_4 x$, $y = \log_2 x$ 의 그래프와 직선 $y = n$ 의 교점을 각각 A_n, B_n 이라 하자. 삼각형 OA_nB_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_{n+1}}{S_n}$ 의 값은? [4점]



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

단답형

30. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 3, a_n = 3 + \sum_{k=1}^{n-1} a_k \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

가 성립할 때, a_6 의 값을 구하시오. [3점]

※ 확인 사항

문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.