2008 대학수학능력시험 대비

2007학년도 10월 고3 전국연합학력평가 정답 및 해설(1~4교시)

• 2교시 수리 영역 •

‘가’형 정답

1	⑤	2	⑤	3	④	4	②	5	①
6	⑤	7	③	8	④	9	⑤	10	①
11	②	12	①	13	②	14	④	15	③
16	③	17	②	18	20	19	18	20	826
21	14	22	37	23	25	24	36	25	45

해 설

1. [출제의도] 로그를 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$\frac{\frac{3}{2}\log 2}{\log 3}\times\frac{2\log 3}{\log 2}=3$$

2. [출제의도] 행렬을 계산할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$$AB^{-1}+B=\begin{pmatrix}1&2\\1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&-1\\-2&1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&1\\2&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&1\\3&-1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&1\\2&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&2\\5&2\end{pmatrix}$$

따라서 주어진 행렬의 모든 성분의 합은 9 이다.

3. [출제의도] 함수의 극한을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\sqrt{3a+3}-3=0$에서 $a=2,\ b=\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt{2x+3}-3}{x-3}=\dfrac{1}{3}$

$\therefore\ a+b=\dfrac{7}{3}$

4. [출제의도] 벡터의 연산과 내적을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

두 변 OA, OB가 이루는 각의 크기를 θ라 하면

$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta=6\cos\theta=2$ 에서 $\cos\theta=\dfrac{1}{3}$

$\therefore\ \sin\theta=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

$\therefore$ (넓이)$=|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta=4\sqrt{2}$

5. [출제의도] 분수부등식을 풀 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\dfrac{a}{x+1}+\dfrac{1}{x-3}>0\ \Leftrightarrow\ \left(x-\dfrac{3a-1}{a+1}\right)(x+1)(x-3)>0$

이때, $A\subset B$이기 위해서는 $\dfrac{3a-1}{a+1}\geqq 2$ 이어야 하므로

$3a-1\geqq 2a+2\quad\therefore\ a\geqq 3$

6. [출제의도] 함수의 연속성을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $g(x)=\begin{cases}1 & (x\neq0)\\ 0 & (x=0)\end{cases}$ 이므로 $x=0$ 에서 불연속

ㄴ. $g(x)=\begin{cases}x^2+5 & (x\neq0)\\ 5 & (x=0)\end{cases}$ 이므로 $x=0$ 에서 연속

ㄷ. $g(x)=\begin{cases}\sum\limits_{r=2}^{10}{}_{10}\mathrm{C}_r\,x^{r-1}+1 & (x\neq0)\\ 1 & (x=0)\end{cases}$ 에서

$\lim\limits_{x\to0}g(x)=g(0)=1$ 이므로 $x=0$ 에서 연속

7. [출제의도] 정사영을 이용하여 도형의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

평면 AFH와 평면 EFGH가 이루는 각의 크기를 θ라 하면 $\triangle\mathrm{AFH}\cos\theta=\triangle\mathrm{EFH}$이다.

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}(4\sqrt{2})^2\cos\theta=\dfrac{1}{2}\cdot4^2\qquad\therefore\ \cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

이때, 구하는 넓이를 S, 반원의 넓이를 S'이라 하면

$S=\dfrac{S'}{\cos\theta}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\pi$

8. [출제의도] 벡터의 연산을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{AO}}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\dfrac{2\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\overrightarrow{\mathrm{AO}}}{3}$ 이므로 B는 선분 OP를 2 : 1 로 내분하는 점이다.

원뿔의 전개도에서 L은 선분 AA′이고 선분 OA와 선분 OA′을 2 : 1 로 내분하는 점을 각각 X, X′이라 하면 점 B의 자취는 선분 XX′이다. 부채꼴의 중심각 의 크기를 θ라 하면 $30\times\theta=2\pi\times10$ 에서 $\theta=\dfrac{2\pi}{3}$ 이므로 삼각형 OAA′에서

$\dfrac{\overline{\mathrm{AA'}}}{\sin\frac{2\pi}{3}}=\dfrac{30}{\sin\frac{\pi}{6}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AA'}}=30\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{XX'}}=\dfrac{2}{3}\overline{\mathrm{AA'}}=20\sqrt{3}$

9. [출제의도] 삼차함수의 그래프의 성질을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$f(a)=f(b)=f(c)=k$라 할 때 삼차방정식 $f(x)=k$의 세 근이 a,b,c이므로 $f(x)=p(x-a)(x-b)(x-c)+k$ $(p>0)$로 놓으면

$f'(x)=p(x-b)(x-c)+p(x-a)(x-c)+p(x-a)(x-b)$

ㄱ. $f'(a)=p(a-b)(a-c)>0$ (참)

ㄴ. $f'(a)+f'(b)=p(a-b)^2>0$ (참)

ㄷ. $f'(a)-f'(c)=p(c-a)(2b-a-c)=0$ 이므로

$b=\dfrac{a+c}{2}$ (참)

10. [출제의도] 정적분을 이용하여 도형의 넓이를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

포물선 C_1의 방정식을 $y=ax^2+b$로 놓으면 곡선 $y=ax^2+b$가 점 $(1,\ \sqrt{3})$을 지나고 이 점에서 접선의 기울기가 $\sqrt{3}$ 이므로 $\sqrt{3}=a+b$ 이고 $\sqrt{3}=2a$ 이다.

따라서 $a=b=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x^2+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore\ S=12\displaystyle\int_0^1\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x^2+\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}x\right)dx=2\sqrt{3}$

11. [출제의도] 등차수열의 일반항을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$a_n=3+(n-1)d=3d$ 에서 $n=4-\dfrac{3}{d}$

n,d가 자연수이므로 $d=1,3\qquad\therefore\ 1+3=4$

12. [출제의도] 상용로그의 지표와 가수의 성질을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. [반례] $a=10^{\frac{3}{2}}$ 이면 $f(a)=1,\ f(a^2)=3$ (거짓)

ㄴ. $\log a=f(a)+g(a),\ \log a^2=2\log a=2f(a)+2g(a)$

$\log a^2=f(a^2)+g(a^2)$ (참)

ㄷ. [반례] $a=b=10^{-\frac{1}{2}}$ 이면

$g(a)+g(b)=1,\ ab=\dfrac{1}{10}$ (거짓)

13. [출제의도] 조합을 이용하여 등식을 증명할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$k^2=\boxed{{}_k\mathrm{C}_1}+2\cdot{}_k\mathrm{C}_2$ 로 나타낼 수 있으므로

$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2$

$={}_1\mathrm{C}_1+({}_2\mathrm{C}_1+2\cdot{}_2\mathrm{C}_2)+\cdots+({}_n\mathrm{C}_1+2\cdot\boxed{{}_n\mathrm{C}_2})$

$=({}_1\mathrm{C}_1+{}_2\mathrm{C}_1+{}_3\mathrm{C}_1+\cdots+{}_n\mathrm{C}_1)+2({}_2\mathrm{C}_2+{}_3\mathrm{C}_2+\cdots+\boxed{{}_n\mathrm{C}_2})$

$={}_{n+1}\mathrm{C}_2+2\cdot\boxed{{}_{n+1}\mathrm{C}_3}=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

14. [출제의도] 도형의 넓이에 관한 무한급수의 합을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

곡선 $y=\log_{\frac{1}{4}}x$ 와 직선 $y=\dfrac{1}{2},\ y=1,\ y=\dfrac{3}{2},\ \cdots$ 이 만나는 점의 x좌표는 각각 $\dfrac{1}{2},\left(\dfrac{1}{2}\right)^2,\left(\dfrac{1}{2}\right)^3,\cdots$ 이다.

$y=\log_{\frac{1}{4}}x$ 와 $y=\log_{\frac{1}{4}}(-x)$ 는 y축에 대하여 대칭이므로

$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}S_n=\frac{1}{2}\left\{1+\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\cdots\right\}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{2}}=1$

15. [출제의도] 행렬의 연산의 성질을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

ㄱ. $A+B=2E$ 이면 $B=2E-A$ 이므로

$AB=A(2E-A)=2A-A^2=(2E-A)A=BA$ (참)

ㄴ. [반례] $A=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1&0\\1&1\end{pmatrix}$ 이면 $A^2=E$ 이므로

$A^2B=BA^2=B$ 이지만 $AB=\begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}\neq\begin{pmatrix}0&1\\1&1\end{pmatrix}=BA$ (거짓)

ㄷ. $A^2B=A+E$에서 $A^2B-A=A(AB-E)=E\cdots$ ㉠

$A^{-1}=AB-E$에서 $(AB-E)A=E,\ ABA-A=E\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $A^2B=ABA$이고 A^{-1}을 곱하면

$AB=BA$ (참)

16. [출제의도] 확률의 덧셈정리를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$y=3$인 사건을 A, $z=1$인 사건을 B라고 하면

$\mathrm{P}(A)=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{9},\ \mathrm{P}(B)=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{9}$ 이고

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\dfrac{2}{81}$ 이므로

$\therefore\ \mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{25}{81}$

17. [출제의도] 수열의 일반항을 구하여 수열의 극한값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$a_n=1+2+3+4+\cdots+(n+1)=\dfrac{(n+1)(n+2)}{2}$

$a_{2n}=\dfrac{(2n+1)(2n+2)}{2}=(2n+1)(n+1)$

$b_{2n}=b_{2n+1}=(n+1)^2$

$\therefore\ \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{2n}}{b_{2n}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2n+1)(n+1)}{(n+1)^2}=2$

18. [출제의도] 정적분의 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\displaystyle\int_0^6|2x-4|\,dx=\int_0^2(4-2x)dx+\int_2^6(2x-4)dx=20$

19. [출제의도] 쌍곡선의 정의를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\mathrm{F}'(-3,0),\ \mathrm{F}(3,0)$ 이고 주축의 길이는 4 이므로

$\overline{\mathrm{PF'}}=a,\ \overline{\mathrm{PF}}=b$라 하면 $a-b=4$

$\angle\mathrm{F'PA}=\angle\mathrm{FPA}$ 이므로 $a:b=2:1$

$\therefore\ a=8,\ b=4$

따라서 삼각형 PFF′의 둘레의 길이는 $8+4+6=18$이다.

20. [출제의도] 공간도형에서 직선의 위치 관계를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

(i) n이 홀수일 때, $f(n)=(n-2)+(n-1)=2n-3$

$\therefore\ f(2k-1)=4k-5$

(ii) n이 짝수일 때, $f(n)=(n-2)+(n-2)=2n-4$

$\therefore\ f(2k)=4k-4$

$\therefore\ \displaystyle\sum_{n=3}^{30}f(n)=\sum_{k=2}^{15}\{f(2k-1)+f(2k)\}=\sum_{k=2}^{15}(8k-9)=826$

21. [출제의도] 타원의 성질을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

원의 반지름의 길이를 r라 하면 타원의 장축과 단축의 길이는 각각 $2(10-r),\ 2(6-r)$이므로 타원의 방정식은 $\dfrac{x^2}{(10-r)^2}+\dfrac{y^2}{(6-r)^2}=1$ 이다.

타원의 두 초점사이의 거리가 $4\sqrt{10}$ 이므로

$(10-r)^2-(6-r)^2=(2\sqrt{10})^2\quad\therefore\ r=3$

따라서 타원의 장축의 길이는 $2(10-3)=14$이다.

22. [출제의도] 확률변수의 평균을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

X	1	2	3	$\cdots$	10
$\mathrm{P}(X)$	$\frac{1}{55}$	$\frac{2}{55}$	$\frac{3}{55}$	$\cdots$	$\frac{10}{55}$

$\mathrm{E}(X)=\dfrac{1}{55}(1^2+2^2+3^3+\cdots+10^2)=7$

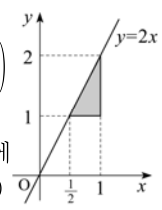
$\mathrm{E}(5X+2)=5\mathrm{E}(X)+2=37$

23. [출제의도] 로그부등식을 풀 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\log_x(\log_y 2x)<0,\ \log_y 2x>1\ \left(\because\ \dfrac{1}{2}<x<1\right)$

$\therefore\ 2x>y\ \ (\because\ y>1)$

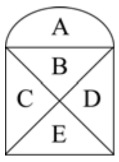
따라서 주어진 부등식의 영역을 좌표평면에 나타내면 그림과 같다. (단, 경계선 제외)



이때, $S=\frac{1}{4}$ 이므로 $100S=25$이다.

24. **[출제의도] 경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

그림에서 A, B영역에 칠할 수 있는 색은 각각 3가지, 2가지이다.



(ⅰ) C, D 영역에 같은 색을 칠하고 E 영역을 칠하는 경우 : 2×2 가지

(ⅱ) C, D 영역에 다른 색을 칠하고 E 영역을 칠하는 경우 : 2×1가지

$\therefore\ 3\times2\times(2\times2+2\times1)=36$

25. **[출제의도] 접선을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

(ⅰ) $y'=3x^2-6x+3$ 이므로 $f'(0)=3$

따라서 원점에서의 접선의 방정식은 $y=3x$

이때, $x^3-3x^2+3x=3x$ 에서 $x^2(x-3)=0$ 이므로 $x=3$

(ⅱ) 점 $(a,f(a))$ 에서의 접선의 방정식은

$y-a^3+3a^2-3a=(3a^2-6a+3)(x-a)$

이 접선이 원점을 지나므로 $x=0, y=0$ 을 대입하여 정리하면 $a=\frac{3}{2}$

$\therefore\ 10S=10\left(\frac{3}{2}+3\right)=45$

[미분과 적분]

26	①	*27*	③	*28*	⑤	*29*	④	*30*	50

26. **[출제의도] 정적분의 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

$$\int_0^{\frac{1}{n}}\frac{1}{\sqrt{x+1}}dx=\int_0^{\frac{1}{n}}(x+1)^{-\frac{1}{2}}dx=\frac{2(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})}{\sqrt{n}}$$

$$\therefore\ \lim_{n\to\infty}\left(n\int_0^{\frac{1}{n}}\frac{1}{\sqrt{x+1}}dx\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{2\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}=1$$

27. **[출제의도] 함수가 극값을 가질 조건을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

$f'(x)=a\cos x+b=0$ 에서 $f'(x)$ 의 최대값과 최소값의 부호가 달라야 하므로 $(a+b)(-a+b)=-a^2+b^2<0$

$\therefore\ a^2>b^2$

28. **[출제의도] 넓이의 변화율을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

$S=\pi(\sin x)^2$ 에서 $\frac{dS}{dt}=2\pi\sin x\cos x\times\frac{dx}{dt}$

$x=\frac{t^2}{\pi}$ 로 놓으면 $\frac{dx}{dt}=\frac{2t}{\pi}$ 이고 $t=\frac{\pi}{2}$ 일 때 $x=\frac{\pi}{4}$ 이다.

$$\therefore\ \left[\frac{dS}{dt}\right]_{t=\frac{\pi}{2}}=2\pi\times\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{\sqrt{2}}\times1=\pi$$

29. **[출제의도] 삼각함수의 극한을 이용하여 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

(가) : $r=\frac{\cos\theta}{\sin^2\theta}$

(나) : $\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}}\frac{r\cos\theta}{1-\sin\theta}=\lim_{\theta\to\frac{\pi}{2}}\frac{\cos^2\theta}{(1-\sin\theta)\sin^2\theta}=2$

30. **[출제의도] 삼각함수의 여러 가지 공식을 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

$\sin\theta=2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}=\frac{3}{5}$

$\therefore\ S=\frac{1}{1-\sin\theta}=\frac{1}{1-\frac{3}{5}}=\frac{5}{2}\quad\therefore\ 20S=50$

[확률과 통계]

26	⑤	*27*	①	*28*	④	*29*	②	*30*	77

26. **[출제의도] 줄기와 잎 그림을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

ㄱ. 자료의 개수는 20이므로 중앙값은 10번째로 작은 77과 11번째로 작은 77의 평균인 77이다. (참)

ㄴ. 범위는 $(90+d)-(50+a)\geqq91-58=33$ (참)

ㄷ. 주어진 자료의 평균의 최대값은 79보다 작다. (참)

27. **[출제의도] 조건부확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

구하는 확률은 $\frac{0.4\times0.3}{0.4\times0.3+0.2\times0.3+0.4\times0.4}=\frac{6}{17}$

28. **[출제의도] 독립시행의 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

${}_6C_1\left(\frac{1}{2}\right)^6+{}_6C_3\left(\frac{1}{2}\right)^6+{}_6C_5\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{1}{2}$

29. **[출제의도] 표본평균의 분포를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

확률변수 $\overline{X}$ 는 정규분포 $\mathrm{N}\left(100,\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)^2\right)$ 을 따르므로

$\mathrm{P}(n,\ \sigma)=\mathrm{P}(|\overline{X}-100|\leqq10)=\mathrm{P}\left(|Z|\leqq\frac{10\sqrt{n}}{\sigma}\right)$

따라서 옳은 것은 ㄴ이다.

30. **[출제의도] 확률변수의 평균을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

$\mathrm{E}(X)=0\times\frac{40}{100}+1\times\frac{43}{100}+2\times\frac{17}{100}=0.77$

$\therefore\ \mathrm{E}(100X)=100\mathrm{E}(X)=77$

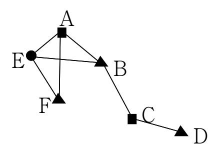
[이산수학]

26	②	*27*	④	*28*	①	*29*	③	*30*	220

26. **[출제의도] 비둘기집의 원리를 활용할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

비둘기집의 원리에 의하여 k 의 최대값은 4이다.

27. **[출제의도] 적절하게 색칠하는 방법을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.**



각 기지국을 꼭지점으로 하고 두 기지국 사이의 거리가 150km 이내인 두 기지국을 나타내는 꼭지점끼리 변으로 연결하고, 최소의 색으로 구별하면 그림과 같다. 따라서 무선통신 회사가 확보해야 할 주파수의 최소 개수는 3이다.

28. **[출제의도] 수의 규칙성을 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

$a_n=2^{n-2}+\frac{1}{2}\,(n\geqq2)$ 이므로 조건을 만족하는 자연수 n 의 최소값은 12이다.

29. **[출제의도] 가중치 선거를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

ㄱ. $f_6(\mathrm{A})=\frac{3}{5},\ f_6(\mathrm{B})=\frac{1}{5},\ f_6(\mathrm{C})=\frac{1}{5}$ (참)

ㄴ. $f_5(\mathrm{A})=1$ (거짓)

ㄷ. $n=9$일 때, $f_n(\mathrm{A})=f_n(\mathrm{B})=f_n(\mathrm{C})$ (참)

30. **[출제의도] 중복조합을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

${}_{10+3-1}C_3={}_{12}C_3=220$ (가지)

‘나’형 정답

1	⑤	*2*	⑤	*3*	④	*4*	③	*5*	④
6	⑤	*7*	④	*8*	①	*9*	①	*10*	②
11	②	*12*	①	*13*	②	*14*	④	*15*	③
16	③	*17*	②	*18*	21	*19*	24	*20*	400
21	11	*22*	37	*23*	25	*24*	36	*25*	43
26	⑤	*27*	③	*28*	①	*29*	③	*30*	96

해 설

1~2. ‘가’형과 같음.

3. **[출제의도] 독립사건과 확률의 덧셈정리를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

두 사건 A, B가 독립이므로 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$

$\frac{2}{3}=\frac{1}{3}+\mathrm{P}(B)-\frac{1}{3}\mathrm{P}(B)\qquad\therefore\ \mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}$

4. **[출제의도] 등비수열의 합을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

$S_6=\frac{a(2^6-1)}{2-1}=21\qquad\therefore\ a=\frac{1}{3}$

5. **[출제의도] 역행렬을 이용하여 연립방정식을 풀 수 있는가를 묻는 문제이다.**

$\begin{pmatrix}a-1&-2\\8&b\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1&0\\0&2b\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$에서 $\begin{pmatrix}a&-2\\8&-b\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$

$x=0,\ y=0$ 이외의 해를 가지므로 $ab=16$이다.

$\therefore\ a+b\geqq2\sqrt{ab}=2\sqrt{16}=8$

따라서 $a+b$의 최소값은 8이다.

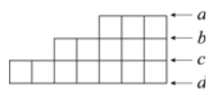
6. **[출제의도] 지수함수와 로그함수의 그래프를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

ㄱ. $\left(\frac{1}{2}\right)^d=c$ (참)

ㄴ. $\left(\frac{1}{2}\right)^a=e$에서 $a=-\log_2 e,\ d=\log_2 e\ \ \therefore a+d=0$ (참)

ㄷ. $\left(\frac{1}{2}\right)^d=c,\ \log_2 e=d$ 에서 $2^d=e\ \ \therefore ce=1$ (참)

7. **[출제의도] 조합을 이용하여 경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**



직사각형의 윗변과 아랫변을 선택하는 경우는 다음과 같이 여섯 가지이다.

a, b인 경우 : ${}_4C_2=6$, a, c인 경우 : ${}_4C_2=6$

a, d인 경우 : ${}_4C_2=6$, b, c인 경우 : ${}_6C_2=15$

b, d인 경우 : ${}_6C_2=15$, c, d인 경우 : ${}_8C_2=28$

따라서 직사각형의 개수는 76개이다.

8. **[출제의도] 조건부확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

구입후 / 구입전	소형차	중대형차	계
소형차	x	z	60%
중대형차	y	w	40%

$x+z=60(\%),\ x:z=60:40$ 이므로 $x=36(\%), z=24(\%)$

$y+w=40(\%),\ y:w=20:80$ 이므로 $y=8(\%), w=32(\%)$

중대형차를 구입한 사건을 A, 소형차를 타던 사건을 B라 하면

$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{24}{100}}{\frac{56}{100}}=\frac{3}{7}$$

9. **[출제의도] 독립시행의 확률을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

주사위의 눈의 수가 k일 확률은 $\frac{1}{6}$

동전 6개에서 앞면의 개수가 k일 확률은 ${}_6C_k\left(\frac{1}{2}\right)^6$

$$\therefore\ \sum_{k=1}^{6}\frac{1}{6}\cdot{}_6C_k\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{1}{6}\left\{\sum_{k=0}^{6}{}_6C_k\left(\frac{1}{2}\right)^6-\left(\frac{1}{2}\right)^6\right\}=\frac{21}{128}$$

10. **[출제의도] 정규분포를 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

학생의 점수를 X라 하자.

$0.11<0.5-\mathrm{P}(0\leqq Z\leqq z)\leqq0.23$

$0.27\leqq\mathrm{P}(0\leqq Z\leqq z)<0.39$

$0.74\leqq z=\frac{X-60.2}{20}<1.23\qquad\therefore\ 75\leqq X<84.8$

따라서 구하는 최소점수는 75점이다.

11~17. ‘가’형과 같음.

18. **[출제의도] 이항분포를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

${}_nC_2\left(\frac{1}{2}\right)^{10}=10\,{}_nC_1\left(\frac{1}{2}\right)^{10},\ \frac{n(n-1)}{2}=10n$ 이므로 $n=21$

19. **[출제의도] 등차수열의 일반항을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a, 공차를 d 라 하면
$a_3+a_5=36$ 에서 $a+3d=18$
$a_2a_4=180$ 에서 $a+d=10$ $\quad\therefore\ a=6,\ d=4$
$a_n=4n+2<100$ 에서 n 의 최대값은 24이다.

20. [출제의도] 행렬의 거듭제곱을 추론할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$A^n=\begin{pmatrix}1 & -2n\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $(A^{-1})^n=(A^n)^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 2n\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ 이므로 $B^n=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}$
따라서 모든 성분의 합은 $4\times100=400$이다.

21. [출제의도] 근과 계수의 관계를 이용하여 무한등비급수의 합을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$9x^2-6x-1=0$ 의 두 근은 $x=\dfrac{1\pm\sqrt{2}}{3}$ 이고

$|\alpha|<1,\ |\beta|<1$ 이므로 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\alpha^n,\ \sum\limits_{n=1}^{\infty}\beta^n$ 은 수렴한다.

근과 계수와의 관계에서 $\alpha+\beta=\dfrac{2}{3},\ \alpha\beta=-\dfrac{1}{9}$ 이므로

$\dfrac{1}{\beta-\alpha}\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\beta^n-\alpha^n)=\dfrac{1}{\beta-\alpha}\left(\dfrac{\beta}{1-\beta}-\dfrac{\alpha}{1-\alpha}\right)=\dfrac{9}{2}$
$\therefore\ p+q=2+9=11$

22~24. '가'형과 같음.

25. [출제의도] 로그의 성질을 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$200\leqq x\leqq 300$ 이므로 $7<\log_2 x<9$
(i) $7<\log_2 x<8$ 즉, $200\leqq x<256$ 일 때
$[\log_2 x]=7,\ [\log_4 x]=[\frac{1}{2}\log_2 x]=3$ 이므로 $[\log_3 x]=4$
$\therefore\ 4\leqq\log_3 x<5,\ 200\leqq x<243$
(ii) $8\leqq\log_2 x<9$ 즉, $256\leqq x\leqq 300$ 일 때
$[\log_2 x]=8,\ [\log_4 x]=4,\ [\log_3 x]=5$ 이므로 조건 (나)를 만족하는 자연수는 없다.
(i), (ii)에서 자연수 x는 43개이다.

26. [출제의도] 역행렬을 이용한 행렬의 연산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.

행렬 $A=\begin{pmatrix}a & b\\ b & -c\end{pmatrix}$ 에서 a,b,c 가 양수이므로 $-ac-b^2<0$
따라서 행렬 A의 역행렬이 항상 존재한다.
$A^4=3A^2$ 에서 양변에 $(A^{-1})^2$ 을 곱하면 $A^2=3E$
$\therefore\ A^2=\begin{pmatrix}a & b\\ b & -c\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a & b\\ b & -c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a^2+b^2 & ab-bc\\ ab-bc & b^2+c^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}$
$\therefore\ a^2+2b^2+c^2=(a^2+b^2)+(b^2+c^2)=3+3=6$

27. [출제의도] 지수부등식과 로그부등식을 풀 수 있는가를 묻는 문제이다.

$A=\{x|2^{x(x-3a)}<2^{a(x-3a)}\}=\{x|(x-a)(x-3a)<0\}$
$B=\{x|\log_3(x^2-2x+6)<2\}=\{x|-1<x<3\}$
$A\cap B=A$ 즉, $A\subset B$가 성립해야 하므로
(i) $a>0$일 때
$A=\{x|a<x<3a\}\subset\{x|-1<x<3\}=B$ 에서
$0<a\leqq 1$
(ii) $a=0$일 때 $A=\{x|x^2<0\}=\phi\subset B$ 이므로 $a=0$
(iii) $a<0$일 때
$A=\{x|3a<x<a\}\subset\{x|-1<x<3\}=B$ 에서
$-\dfrac{1}{3}\leqq a<0$

(i), (ii), (iii)에서 $-\dfrac{1}{3}\leqq a\leqq 1$이다.

28. [출제의도] 외적 상황에서 경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

<table><tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td rowspan="2">국</td><td>수</td><td>영</td></tr><tr><td>영</td><td>수</td></tr><tr><td>영</td><td>국</td><td>수</td></tr></table>

<table><tr><td>1</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td rowspan="2">국</td><td>수</td><td>영</td></tr><tr><td>영</td><td>수</td></tr><tr><td>수</td><td>국</td><td>영</td></tr></table>

<table><tr><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>국</td><td>영</td><td>수</td></tr><tr><td>수</td><td>국</td><td>영</td></tr></table>

<table><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>국</td><td>영</td><td>수</td></tr><tr><td rowspan="2">수</td><td>국</td><td>영</td></tr><tr><td>영</td><td>국</td></tr></table>

이상에서 구하는 방법의 수는 11이다.

29. [출제의도] 수열의 극한을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

$\log_4 x=n$에서 $\mathrm{A}_n(4^n,\ n)$, $\log_2 x=n$에서 $\mathrm{B}_n(2^n,\ n)$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{S_{n+1}}{S_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{2}(n+1)(4^{n+1}-2^{n+1})}{\frac{1}{2}n(4^n-2^n)}=4$$

30. [출제의도] 수열의 귀납적 정의를 이해할 수 있는가를 묻는 문제이다.

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하면 $S_1=a_1=3$이고 $a_n=S_n-S_{n-1}$ $(n\geqq 2)$

$S_{n-1}=\sum\limits_{k=1}^{n-1}a_n$이므로 $S_n=2S_{n-1}+3$

$S_n=6\cdot 2^{n-1}-3$ $\quad\therefore\ a_6=S_6-S_5=96$