

제 2 교시

수리 영역

나 형

성명		수험 번호																	
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형('가'형/ '나'형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1.  $\log_{\frac{1}{2}} 2 + \log_7 \frac{1}{7}$  의 값은? [2점]

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 + n + 1}{n^2 + 1}$  의 값은? [2점]

- ① 0    ② 2    ③ 4    ④ 6    ⑤ 8

3. 이차정사각행렬  $X$ 에 대하여

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

일 때,  $X$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 5    ② 3    ③ 0    ④ -3    ⑤ -5

4. 다음 식을 간단히 한 것은? [3점]

$$(2^{x+y} + 2^{x-y})^2 - (2^{x+y} - 2^{x-y})^2$$

- ①  $2^{2x}$     ②  $2^{2x+2}$     ③  $2^{2x+2y}$   
 ④  $2^{-2y}$     ⑤  $2^{-2y+2}$

5. 서로 독립인 두 사건  $A, B$ 에 대하여

$$P(A) = \frac{1}{3}, \quad P(A \cup B) = \frac{4}{5}$$

일 때,  $P(B^c)$ 의 값은? (단,  $B^c$ 은  $B$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{10}$     ②  $\frac{1}{5}$     ③  $\frac{3}{10}$     ④  $\frac{2}{5}$     ⑤  $\frac{1}{2}$

6. 행렬로 나타낸  $x, y$ 에 관한 연립일차방정식

$$\begin{pmatrix} k-6 & -2 \\ 2 & k-1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \end{pmatrix}$$

의 해가 무수히 많을 때, 상수  $k$ 의 값은? [3점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

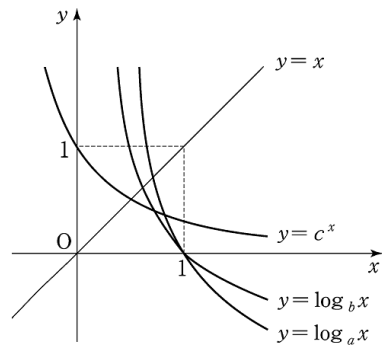
7. 여학생 2명이 먼저, 남학생 3명이 나중에 한 명씩 차례로 놀이공원에 입장하려고 한다. 이 학생 5명이 놀이공원에 입장하는 방법의 수는? [3점]

- ① 10    ② 12    ③ 14    ④ 16    ⑤ 18

8. 다음은 1이 아닌 세 양수  $a, b, c$ 에 대하여 세 함수

$$y = \log_a x, \quad y = \log_b x, \quad y = c^x$$

의 그래프를 나타낸 것이다. 세 양수  $a, b, c$ 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은? [3점]



- ①  $a > b > c$     ②  $a > c > b$     ③  $b > a > c$   
 ④  $b > c > a$     ⑤  $c > b > a$

9. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 이

$S_n = 2^n + 3^n$ 일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{S_n}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{6}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{2}{3}$     ⑤  $\frac{5}{6}$

10. 어느 공장에서 생산되는 건전지의 수명은 평균  $m$ 시간,

표준편차 3시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 건전지 중 크기가  $n$ 인 표본을 임의추출하여 건전지의 수명에 대한 표본평균을  $\bar{X}$ 라 하자.

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

$P(m - 0.5 \leq \bar{X} \leq m + 0.5) = 0.8664$

를 만족시키는 표본의 크기  $n$ 의 값을 위의 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

- ① 49    ② 64    ③ 81    ④ 100    ⑤ 121

11.  $n \geq 2$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여 집합  $A_n$ 을

$A_n = \{1, 2, \dots, n\}$ 이라 하자. 집합  $A_n$ 의 부분집합 중 원소가 2개인 각 부분집합에서 작은 원소를 뺀아 그 원소들의 평균을  $a_n$ 이라 하자. 다음은  $a_n = \frac{n+1}{3}$ 임을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(1)  $n = 2$ 일 때,  $A_2 = \{1, 2\}$ 의 원소가 2개인 부분집합은 자신뿐이므로  $a_2 = 1 = \frac{2+1}{3}$ 이다.

(2)  $n = k (k \geq 2)$ 일 때 성립한다고 가정하면

$a_k = \frac{k+1}{3}$ 이다.

$A_{k+1} = \{1, 2, \dots, k, k+1\}$ 의 부분집합 중 원소가 2개인 모든 부분집합은,  $A_k$ 의 부분집합 중 원소가 2개인 모든 부분집합에  $k$ 개의 집합

$\{1, k+1\}, \{2, k+1\}, \dots, \{k, k+1\}$

을 추가한 것이다.  $A_k$ 의 부분집합 중 원소가 2개인 부분집합의 개수는 (가) 이므로

$$a_{k+1} = \frac{(나) + (1+2+\dots+k)}{{}_{k+1}C_2} = \frac{k+2}{3} = \frac{(k+1)+1}{3}$$

이다.

그러므로 (1), (2)에 의하여  $n \geq 2$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n = \frac{n+1}{3}$ 이다.

위 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [4점]

- |   |                |                                    |
|---|----------------|------------------------------------|
|   | (가)            | (나)                                |
| ① | ${}_k C_2$     | ${}_k C_2 \cdot \frac{k}{3}$       |
| ② | ${}_k C_2$     | ${}_k C_2 \cdot \frac{k+1}{3}$     |
| ③ | ${}_{k+1} C_2$ | ${}_{k+1} C_2 \cdot \frac{k}{3}$   |
| ④ | ${}_{k+1} C_2$ | ${}_{k+1} C_2 \cdot \frac{k+1}{3}$ |
| ⑤ | ${}_{k+2} C_2$ | ${}_k C_2 \cdot \frac{k}{3}$       |



15. 모든 성분이 양수인 행렬  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $L(A)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$L(A) = \begin{pmatrix} \log_2 a & \log_2 b \\ \log_2 c & \log_2 d \end{pmatrix}$$

<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

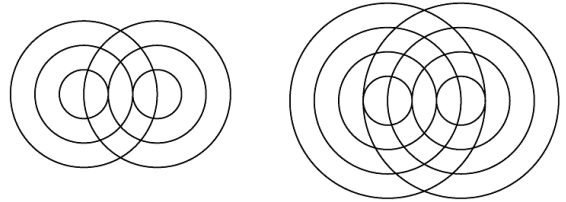
- ㄱ.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 일 때,  $L(8A) = 3A$ 이다.
- ㄴ.  $L(A) = E$ 를 만족시키는 행렬  $A$ 는 역행렬을 갖는다.  
(단,  $E$ 는 단위행렬이다.)
- ㄷ.  $L(A^2) = 2L(A)$ 를 만족시키는 행렬  $A$ 가 존재한다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 거리가 3인 두 점  $O, O'$ 이 있다. 점  $O$ 를 중심으로 반지름의 길이가 각각  $1, 2, \dots, n$ 인  $n$ 개의 원과 점  $O'$ 을 중심으로 반지름의 길이가 각각  $1, 2, \dots, n$ 인  $n$ 개의 원이 있다. 이  $2n$ 개 원의 모든 교점의 개수를  $a_n$ 이라 하자.

예를 들어, 그림에서와 같이  $a_3 = 14, a_4 = 26$ 이다.

$a_{20}$ 의 값은? [4점]



- ① 214
- ② 218
- ③ 222
- ④ 226
- ⑤ 230

17. 어느 회사에서는 두 종류의 막대 모양 과자 A, B를 생산하고 있다. 과자 A의 길이의 분포는 평균  $m$ , 표준편차  $\sigma_1$ 인 정규분포이고, 과자 B의 길이의 분포는 평균  $m+25$ , 표준편차  $\sigma_2$ 인 정규분포이다. 과자 A의 길이가  $m+10$  이상일 확률과 과자 B의 길이가  $m+10$  이하일 확률이 같을 때,  $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{3}{2}$
- ② 2
- ③  $\frac{5}{2}$
- ④ 3
- ⑤  $\frac{7}{2}$

단답형

18.  $\sum_{k=1}^{10} (k+2)(k-2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 첫째항이 12, 공비가  $\frac{1}{3}$ 인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  
 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 부등식

$$\log_3(x-3) + \log_3(x+1) < 1 + \log_3 4$$

의 해가  $a < x < b$ 일 때,  $ab$ 의 값을 구하시오. [3점]

21.  $x$ 에 관한 방정식  $a^{2x} - a^x = 2$  ( $a > 0, a \neq 1$ )의 해가  $\frac{1}{7}$ 이 되도록 하는 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

22. 다항식  $(x+a)^6$ 의 전개식에서  $x^4$ 의 계수가  $x^5$ 의 계수의 50배일 때, 양의 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 이차방정식  $x^2 - kx + 125 = 0$ 의 두 근  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ )에 대하여  $\alpha, \beta - \alpha, \beta$ 가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 양수  $k$ 의 값을 구하시오. [4점]

24. 어느 스포츠 용품 가게에서는 별(★) 모양이 그려져 있는 야구공 한 개를 포함하여 모두 20개의 야구공을 한 상자에 넣어 상자 단위로 판매한다. 한 상자에서 5개의 야구공을 임의추출하여 별(★) 모양이 그려져 있는 야구공이 있으면 축구공 한 개를 경품으로 준다. 어느 고객이 이 가게에서 야구공 3상자를 구입하여 경품 당첨 여부를 모두 확인할 때, 축구공 2개를 경품으로 받을 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

25. 음성 신호를 크게 하는 장치를 증폭기라고 한다. 전압 이득이  $V$ 인 증폭기의 데시벨 전압 이득  $D$ 는

$$D = 20 \log V$$

라고 한다. 전압 이득이  $V_k$  ( $k = 1, 2, \dots, 9$ )인 증폭기의 데시벨 전압 이득  $D_k$  ( $k = 1, 2, \dots, 9$ )는

$$D_k = 20 \log V_k \quad (k = 1, 2, \dots, 9)$$

이다. 증폭기의 전압 이득  $V_k$ 가

$$V_k = \frac{k+1}{k} \quad (k = 1, 2, \dots, 9)$$

인 9개의 증폭기를 연결하여 얻은 전체 데시벨 전압 이득  $S_9$ 가

$$S_9 = \sum_{k=1}^9 D_k$$

라 할 때,  $S_9$ 의 값을 구하시오. [4점]

5지선다형

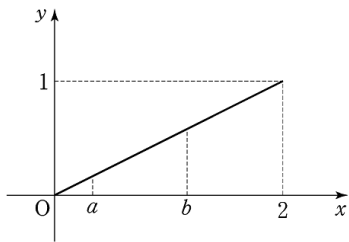
26. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여  $A^{11} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 일 때,  $c$ 의 값은? [3점]

- ① 0                                      ②  $2^5 \cdot 3^5$                                       ③  $2^5 \cdot 3^6$
- ④  $2^6 \cdot 3^5$                                       ⑤  $2^6 \cdot 3^6$

27. 흰 공 2개, 노란 공 2개, 파란 공 2개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 공의 색깔이 모두 다를 확률은? (단, 모든 공의 크기와 모양은 같다.) [3점]

- ①  $\frac{2}{5}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③  $\frac{3}{5}$     ④  $\frac{7}{10}$     ⑤  $\frac{4}{5}$

28. 연속확률변수  $X$ 가 갖는 값의 범위는  $0 \leq X \leq 2$  이고 확률밀도함수의 그래프는 다음과 같다.



두 양수  $a, b$ 에 대하여

$$p_1 = P(0 \leq X \leq a), \quad p_2 = P(a < X \leq b), \quad p_3 = P(b < X \leq 2)$$

이다. 세 확률  $p_1, p_2, p_3$ 이 이 순서로 등차수열을 이루고

$a + b = \frac{4}{3}$  일 때,  $b$ 의 값은? (단,  $a < b$ 이다.) [4점]

- ①  $\frac{11}{12}$     ② 1    ③  $\frac{13}{12}$     ④  $\frac{7}{6}$     ⑤  $\frac{5}{4}$

29. 여학생 100명과 남학생 200명을 대상으로 영화 A와 영화 B의 관람 여부를 조사하였다. 그 결과 모든 학생은 적어도 한 편의 영화를 관람하였고, 영화 A를 관람한 학생 150명 중 여학생이 45명이었으며, 영화 B를 관람한 학생 180명 중 여학생이 72명이었다. 두 영화 A, B를 모두 관람한 학생들 중에서 한 명을 임의로 뽑을 때, 이 학생이 여학생일 확률은? [4점]

- ①  $\frac{31}{60}$     ②  $\frac{8}{15}$     ③  $\frac{11}{20}$     ④  $\frac{17}{30}$     ⑤  $\frac{7}{12}$

단답형

30. 두 양수  $x, y$ 에 대하여

$$\log x = 6 + \alpha \quad \left(0 < \alpha < \frac{1}{4}\right)$$

$$\log y = 1 + \beta \quad \left(\frac{1}{2} < \beta < 1\right)$$

이다.  $\frac{x^2}{y}$ 의 정수 부분이  $n$  자리의 수일 때,  $n$ 의 값을 구하십시오. [4점]

\* 확인 사항  
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하십시오.