

제 2 교시

수리 영역

가 형

성명		수험 번호																	
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형('가'형/ '나'형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. $\log_{\frac{1}{2}} 2 + \log_7 \frac{1}{7}$ 의 값은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

2. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax+b}{\sqrt{x+1}-\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$ 일 때, ab 의 값은? [2점]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

3. 이차정사각행렬 X 에 대하여

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

일 때, X 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 5 ② 3 ③ 0 ④ -3 ⑤ -5

4. 무리방정식 $x^2 + 5x + 5\sqrt{x^2 + 5x} - 6 = 0$ 의 모든 실근의 합은? [3점]

- ① 10 ② 5 ③ 0 ④ -5 ⑤ -10

5. $\int_0^2 |x^2(x-1)| dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

6. 평면 $2x - y = 0$ 과 평면 $x - 3y + kz + 2 = 0$ 이 이루는 각의 크기가 60° 일 때, 양의 상수 k 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

7. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2x - |x|} & (x \neq 0) \\ a & (x = 0) \end{cases}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?
(단, a 는 실수이다.) [3점]

<보 기>

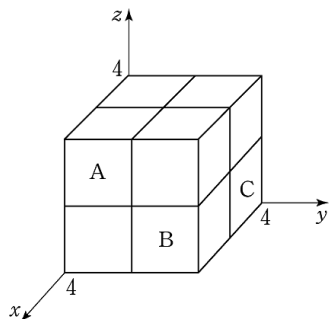
ㄱ. $f(-3) = 1$ 이다.

ㄴ. $x > 0$ 일 때, $f(x) = x$ 이다.

ㄷ. 함수 $f(x)$ 가 $x = 0$ 에서 연속이 되도록 하는 a 가 존재한다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

8. 그림과 같이 좌표공간에서 한 변의 길이가 4인 정육면체를 한 변의 길이가 2인 8개의 정육면체로 나누었다. 이 중 그림의 세 정육면체 A, B, C 안에 반지름의 길이가 1인 구가 각각 내접하고 있다. 3개의 구의 중심을 연결한 삼각형의 무게중심의 좌표를 (p, q, r) 라 할 때, $p+q+r$ 의 값은? [3점]



- ① 6 ② $\frac{19}{3}$ ③ $\frac{20}{3}$ ④ 7 ⑤ $\frac{22}{3}$

9. 쌍곡선 $x^2 - y^2 = 1$ 에 대한 옳은 설명을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. 점근선의 방정식은 $y = x$, $y = -x$ 이다.
 ㄴ. 쌍곡선 위의 점에서 그은 접선 중 점근선과 평행한 접선이 존재한다.
 ㄷ. 포물선 $y^2 = 4px$ ($p \neq 0$)는 쌍곡선과 항상 두 점에서 만난다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 어느 공장에서 생산되는 건전지의 수명은 평균 m 시간,

표준편차 3시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 건전지 중 크기가 n 인 표본을 임의추출하여 건전지의 수명에 대한 표본평균을 \bar{X} 라 하자.

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

$$P(m - 0.5 \leq \bar{X} \leq m + 0.5) = 0.8664$$

를 만족시키는 표본의 크기 n 의 값을 위의 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

- ① 49 ② 64 ③ 81 ④ 100 ⑤ 121

11. $n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 집합 A_n 을

$A_n = \{1, 2, \dots, n\}$ 이라 하자. 집합 A_n 의 부분집합 중 원소가 2개인 각 부분집합에서 작은 원소를 뽑아 그 원소들의 평균을 a_n 이라 하자. 다음은 $a_n = \frac{n+1}{3}$ 임을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(1) $n=2$ 일 때, $A_2 = \{1, 2\}$ 의 원소가 2개인 부분집합은 자신뿐이므로 $a_2 = 1 = \frac{2+1}{3}$ 이다.

(2) $n=k$ ($k \geq 2$)일 때 성립한다고 가정하면

$$a_k = \frac{k+1}{3} \text{이다.}$$

$A_{k+1} = \{1, 2, \dots, k, k+1\}$ 의 부분집합 중 원소가 2개인 모든 부분집합은, A_k 의 부분집합 중 원소가 2개인 모든 부분집합에 k 개의 집합

$$\{1, k+1\}, \{2, k+1\}, \dots, \{k, k+1\}$$

을 추가한 것이다. A_k 의 부분집합 중 원소가 2개인 부분집합의 개수는 $\boxed{\text{(가)}}$ 이므로

$$\begin{aligned} a_{k+1} &= \frac{\boxed{\text{(나)}} + (1+2+\dots+k)}{{}_{k+1}C_2} \\ &= \frac{k+2}{3} = \frac{(k+1)+1}{3} \end{aligned}$$

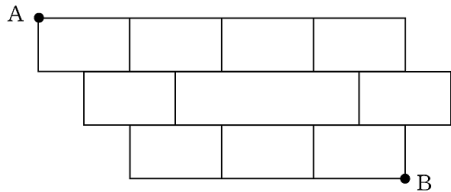
이다.

그러므로 (1), (2)에 의하여 $n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n = \frac{n+1}{3}$ 이다.

위 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은? [4점]

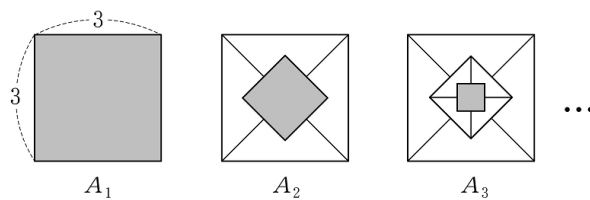
- | | (가) | (나) |
|---|----------------|------------------------------------|
| ① | ${}_k C_2$ | ${}_k C_2 \cdot \frac{k}{3}$ |
| ② | ${}_k C_2$ | ${}_k C_2 \cdot \frac{k+1}{3}$ |
| ③ | ${}_{k+1} C_2$ | ${}_{k+1} C_2 \cdot \frac{k}{3}$ |
| ④ | ${}_{k+1} C_2$ | ${}_{k+1} C_2 \cdot \frac{k+1}{3}$ |
| ⑤ | ${}_{k+2} C_2$ | ${}_k C_2 \cdot \frac{k}{3}$ |

12. 그림과 같은 모양의 도로망이 있다. 지점 A에서 지점 B까지 도로를 따라 최단 거리로 가는 경우의 수는? (단, 가로 방향 도로와 세로 방향 도로는 각각 서로 평행하다.) [4점]



- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

13. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형을 A_1 , 그 넓이를 S_1 이라 하자. 정사각형 A_1 에 대각선을 그어 만들어진 4개의 삼각형의 무게중심을 연결한 정사각형을 A_2 , 그 넓이를 S_2 라 하자. 같은 방법으로 정사각형 A_2 에 대각선을 그어 만들어진 4개의 삼각형의 무게중심을 연결한 정사각형을 A_3 , 그 넓이를 S_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 $(n-1)$ 번째 얻은 정사각형을 A_n , 그 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{64}{7}$ ② $\frac{21}{2}$ ③ $\frac{72}{7}$ ④ $\frac{27}{2}$ ⑤ $\frac{81}{7}$

14. $0 < a < 1$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} a^x & (x < 0) \\ -x+1 & (0 \leq x < 1) \\ \log_a x & (x \geq 1) \end{cases}$$

일 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $\{f(-3)\}^5 = f(-15)$
- ㄴ. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=a$ 는 한 점에서 만난다.
- ㄷ. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 모든 성분이 양수인 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $L(A)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$L(A) = \begin{pmatrix} \log_2 a & \log_2 b \\ \log_2 c & \log_2 d \end{pmatrix}$$

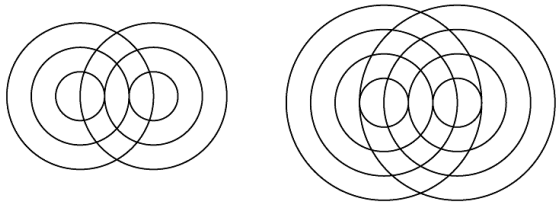
<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 일 때, $L(8A) = 3A$ 이다.
- ㄴ. $L(A) = E$ 를 만족시키는 행렬 A 는 역행렬을 갖는다. (단, E 는 단위행렬이다.)
- ㄷ. $L(A^2) = 2L(A)$ 를 만족시키는 행렬 A 가 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. 거리가 3인 두 점 O, O' 이 있다. 점 O 를 중심으로 반지름의 길이가 각각 $1, 2, \dots, n$ 인 n 개의 원과 점 O' 을 중심으로 반지름의 길이가 각각 $1, 2, \dots, n$ 인 n 개의 원이 있다. 이 $2n$ 개 원의 모든 교점의 개수를 a_n 이라 하자. 예를 들어, 그림에서와 같이 $a_3 = 14, a_4 = 26$ 이다. a_{20} 의 값은? [4점]



- ① 214 ② 218 ③ 222 ④ 226 ⑤ 230

17. 어느 회사에서는 두 종류의 막대 모양 과자 A, B를 생산하고 있다. 과자 A의 길이의 분포는 평균 m , 표준편차 σ_1 인 정규분포이고, 과자 B의 길이의 분포는 평균 $m+25$, 표준편차 σ_2 인 정규분포이다. 과자 A의 길이가 $m+10$ 이상일 확률과 과자 B의 길이가 $m+10$ 이하일 확률이 같을 때, $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

단답형

18. 함수 $f(x) = x^3 + 5x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 곡선 $y = 6x^2 + 1$ 과 x 축 및 두 직선 $x = 1 - h$,
 $x = 1 + h$ ($h > 0$) 로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(h)$ 라 할 때,
 $\lim_{h \rightarrow +0} \frac{S(h)}{h}$ 의 값을 구하시오. [3점]

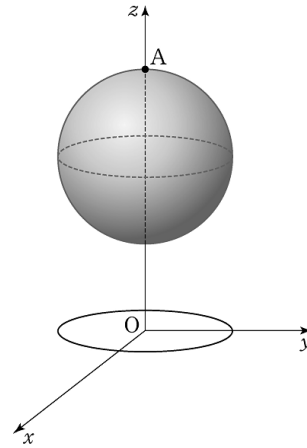
20. 타원 $x^2 + 9y^2 = 9$ 의 두 초점 사이의 거리를 d 라 할 때,
 d^2 의 값을 구하시오. [3점]

21. x 에 관한 방정식 $a^{2x} - a^x = 2$ ($a > 0, a \neq 1$)의 해가 $\frac{1}{7}$ 이 되도록 하는 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

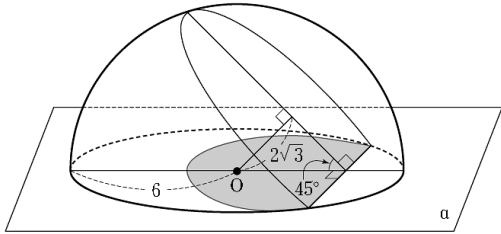
22. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g'(0)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $f(0) = 1, f'(0) = -6, g(0) = 4$
 (나) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)g(x) - 4}{x} = 0$

23. 좌표공간에서 xy 평면 위의 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 C 라 하고, 원 C 위의 점 P 와 점 $A(0, 0, 3)$ 을 잇는 선분이 구 $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$ 과 만나는 점을 Q 라 하자. 점 P 가 원 C 위를 한 바퀴 돌 때, 점 Q 가 나타내는 도형 전체의 길이는 $\frac{b}{a}\pi$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, 점 Q 는 점 A 가 아니고, a, b 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



24. 반지름의 길이가 6인 반구가 평면 α 위에 놓여 있다.
 반구와 평면 α 가 만나서 생기는 원의 중심을 O 라 하자.
 그림과 같이 중심 O 로부터 거리가 $2\sqrt{3}$ 이고 평면 α 와 45° 의
 각을 이루는 평면으로 반구를 자를 때, 반구에 나타나는 단면의
 평면 α 위로의 정사영의 넓이는 $\sqrt{2}(a+b\pi)$ 이다.
 $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 자연수이다.) [4점]



25. 음성 신호를 크게 하는 장치를 증폭기라고 한다.
 전압 이득이 V 인 증폭기의 데시벨 전압 이득 D 는

$$D = 20 \log V$$

라고 한다. 전압 이득이 $V_k (k = 1, 2, \dots, 9)$ 인 증폭기의
 데시벨 전압 이득 $D_k (k = 1, 2, \dots, 9)$ 는

$$D_k = 20 \log V_k (k = 1, 2, \dots, 9)$$

이다. 증폭기의 전압 이득 V_k 가

$$V_k = \frac{k+1}{k} (k = 1, 2, \dots, 9)$$

인 9개의 증폭기를 연결하여 얻은 전체 데시벨 전압 이득 S_9 가

$$S_9 = \sum_{k=1}^9 D_k$$

라 할 때, S_9 의 값을 구하시오. [4점]

26번부터 30번까지는 선택과목 문항입니다. 선택한 과목의
 문제를 풀기 바랍니다.

미분과 적분

26. 두 실수 x, y 에 대하여

$$\sin x + \sin y = 1, \quad \cos x + \cos y = \frac{1}{2}$$

일 때, $\cos(x-y)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $-\frac{3}{8}$ ⑤ $-\frac{5}{8}$

27. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖고

$$f(0) = 0, \quad f(1) = \sqrt{3}$$

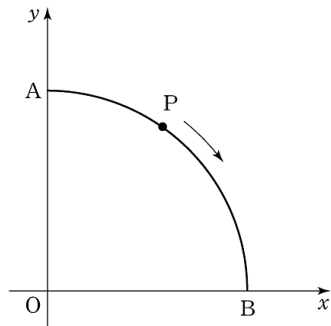
을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\int_0^1 \sqrt{1 + \{f'(x)\}^2} dx$$

의 최소값은? [3점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $1 + \sqrt{2}$
 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $1 + \sqrt{3}$

28. 좌표평면 위에 그림과 같이 중심각의 크기가 90° 이고 반지름의 길이가 10인 부채꼴 OAB 가 있다. 점 P 가 점 A 에서 출발하여 호 AB 를 따라 매초 2의 일정한 속력으로 움직일 때, $\angle AOP = 30^\circ$ 가 되는 순간 점 P 의 y 좌표의 시간(초)에 대한 변화율은? [3점]



- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
 ④ -1 ⑤ -2

29. 두 실수 $a = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{2t}$, $b = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^{2t} - 1}{t}$ 에 대하여
함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} a & (x \geq 1) \\ b & (x < 1) \end{cases}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(1) = \frac{1}{2}$

ㄴ. $f(f(1)) = 2$

ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(f(x)) = \lim_{x \rightarrow 1+0} f(f(x))$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

30. 곡선 $y = 5\sqrt{\ln x}$ 와 x 축 및 직선 $x = e$ 로 둘러싸인 부분을
 x 축 둘레로 회전하여 생기는 회전체의 부피를 V 라 할 때,
 $\frac{V}{\pi}$ 의 값을 구하십시오. [4점]

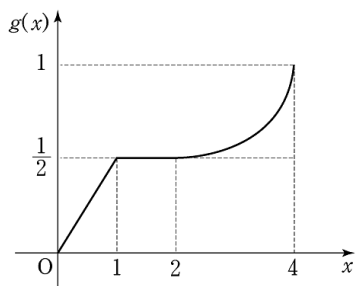
* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
 하시오.

확률과 통계

26. 학생 9명의 혈액형을 조사하였더니 A형, B형, O형인 학생이 각각 2명, 3명, 4명이었다. 이 9명의 학생 중에서 임의로 2명을 뽑을 때, 혈액형이 같을 확률은? [3점]

- ① $\frac{13}{36}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{11}{36}$ ④ $\frac{5}{18}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

27. 연속확률변수 X 가 갖는 값은 구간 $[0, 4]$ 의 모든 실수이다. 다음은 확률변수 X 에 대하여 $g(x) = P(0 \leq X \leq x)$ 를 나타낸 그래프이다. 확률 $P\left(\frac{5}{4} \leq X \leq 4\right)$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

28. 10개의 자료 x_1, x_2, \dots, x_{10} 이 이 순서로 공차가 양수인 등차수열을 이룰 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. x_1, x_3, x_5, x_7, x_9 의 평균과
10개의 자료 x_1, x_2, \dots, x_{10} 의 평균은 같다.

ㄴ. $x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$ 의 평균과
 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 의 평균의 차는 공차의 5배이다.

ㄷ. x_1, x_3, x_5, x_7, x_9 의 분산과
 $x_2, x_4, x_6, x_8, x_{10}$ 의 분산은 같다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 어느 학교의 체육대회에서 학급 대항 멀리뛰기 시합을 하는데, 각 학급에서 임의추출한 학생 4명의 멀리뛰기 기록에 대한 표본평균 \bar{X} 가 상수 L 보다 크면 이 학급은 예선을 통과한 것으로 한다. 어느 학급 학생들의 멀리뛰기 기록은 평균 196.8, 표준편차 10인

정규분포를 따른다고 한다.

이 학급이 예선을 통과할 확률이 0.8770일 때, 상수 L 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 멀리뛰기 기록의 단위는 cm이다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.07	0.3577
1.16	0.3770
1.18	0.3810
1.27	0.3980

- ① 190 ② 191 ③ 192 ④ 193 ⑤ 194

단답형

30. 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 24인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 \bar{X} 의 평균은 다음 자료 5개의 평균과 같고, 표본평균 \bar{X} 의 분산은 이 자료의 분산과 같다. 모집단의 평균 m 과 표준편차 σ 의 합 $m + \sigma$ 의 값을 구하시오. [4점]

8, 9, 11, 12, 15

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이산수학

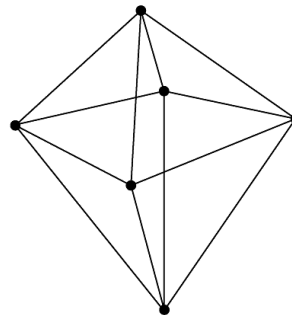
26. 어느 고등학교 미술 동아리에서 작품 전시회를 열기로 하였다. 다음은 작품 전시회를 준비하는 데 필요한 작업, 각 작업에 걸리는 시간, 작업의 순서 관계를 나타낸 표이다.

	작업	작업시간 (일)	먼저 행해져야 할 작업
A	전시회 기본 계획 수립	2	없음
B	작품 모집	5	A
C	전시회 장소 선정	3	A
D	현수막 제작	2	C
E	초대장 제작	3	C
F	전시회 작품 선정	1	B
G	전시회장 준비	2	C, F

작품 전시회 준비를 끝마치는 데 필요한 최소의 시간(일)은?
[3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

27. 6개의 꼭지점을 갖는 다음 그래프 G에 대한 옳은 설명을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

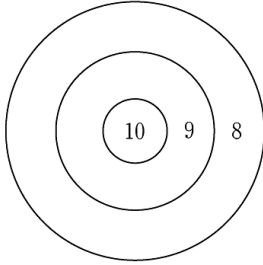


<보 기>

- ㄱ. 그래프 G는 평면그래프이다.
 ㄴ. 그래프 G는 해밀턴회로를 갖는다.
 ㄷ. 그래프 G에 3개의 변을 추가하여 완전그래프로 만들 수 있다.

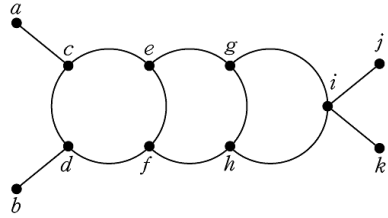
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

28. 점수가 표시된 그림과 같은 과녁에 6개의 화살을 쏘아 점수를 얻는 경기가 있다. 6개의 화살을 모두 과녁에 맞혔을 때, 점수의 합계가 51점 이상이 되는 경우의 수는? (단, 화살이 과녁의 경계에 맞는 경우는 없다.) [3점]



- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

29. 다음 그래프의 서로 다른 생성수형도의 개수는? [4점]



- ① 39 ② 41 ③ 43 ④ 45 ⑤ 47

단답형

30. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = 1, a_2 = 3, a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n \text{ (단, } n \text{ 은 자연수)}$$

를 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^7 a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.