

5. 두 상수 a, b 에 대하여 행렬 $A = \begin{pmatrix} -1 & a \\ b & 2 \end{pmatrix}$ 가 $A^2 = A$ 이고

$a^2 + b^2 = 10$ 일 때, $(a + b)^2$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. 부등식

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-5) + \log_{\frac{1}{2}}(x-6) > -1$$

의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 10 ③ 13 ④ 16 ⑤ 19

7. 수렴하는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n - 3}{a_n + 1} = \frac{3}{4}$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. $1 \leq \log_2 n < 3$ 인 자연수 n 에 대하여 $\log_2 n$ 이 정수가 되도록 하는 n 의 개수는? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

9. 두 함수 $y=2^x$, $y=-\left(\frac{1}{2}\right)^x+k$ 의 그래프가 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 선분 AB의 중점의 좌표가 $\left(0, \frac{5}{4}\right)$ 일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

10. 2 이상인 두 자연수 a, b 에 대하여 $R(a, b)$ 를 $R(a, b) = \sqrt[b]{a}$ 로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $R(16, 4) = R(8, 2)$ ㄴ. $R(a, 5) \cdot R(b, 5) = R(a+b, 5)$ ㄷ. $R(a, b) = k$ 이면 $a = \log_k b$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 두 이차정사각행렬 A, B에 대하여 $A^2 = A$ 이고 $B = -A$ 일 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

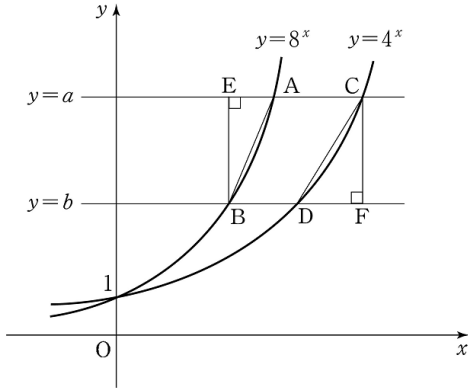
ㄱ. $A^3 = A$ ㄴ. $B^2 = -B$ ㄷ. $A+3E$ 는 역행렬을 갖는다. (단, E는 단위행렬이다.)
--

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 어느 동아리에 속한 여학생 수와 남학생 수가 같다. 이 동아리에서 3명의 대표를 선출하려고 한다. 남녀 구분 없이 3명의 대표를 선출하는 경우의 수가 여학생 중에서 3명의 대표를 선출하는 경우의 수의 10배일 때, 이 동아리에 속한 여학생 수는? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

13. 그림과 같이 함수 $y=8^x$ 의 그래프가 두 직선 $y=a, y=b$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 함수 $y=4^x$ 의 그래프가 두 직선 $y=a, y=b$ 와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 점 B에서 직선 $y=a$ 에 내린 수선의 발을 E, 점 C에서 직선 $y=b$ 에 내린 수선의 발을 F라 하자. 삼각형 AEB의 넓이가 20일 때, 삼각형 CDF의 넓이는? (단, $a > b > 1$ 이다.) [3점]



- ① 26 ② 28 ③ 30 ④ 32 ⑤ 34

14. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$\frac{1!+2!+3!+\dots+n!}{(n+1)!} < \frac{2}{n+1}$$

가 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

자연수 n 에 대하여

$$a_n = \frac{1!+2!+3!+\dots+n!}{(n+1)!}$$

이라 할 때, $a_n < \frac{2}{n+1}$ 임을 보이면 된다.

(1) $n=1$ 일 때, $a_1 = \frac{1!}{2!} = \frac{1}{2} < 1$ 이므로

주어진 부등식은 성립한다.

(2) $n=k$ 일 때, $a_k < \frac{2}{k+1}$ 라고 가정하면

$n=k+1$ 일 때,

$$a_{k+1} = \frac{1!+2!+3!+\dots+(k+1)!}{(k+2)!}$$

$$= \boxed{\text{(가)}} (1+a_k)$$

$$< \boxed{\text{(가)}} \left(1 + \frac{2}{k+1}\right)$$

$$= \frac{1}{k+2} + \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

자연수 k 에 대하여 $\frac{2}{k+1} \leq 1$ 이므로

$$\boxed{\text{(나)}} \leq \frac{1}{k+2} \text{ 이고 } a_{k+1} < \frac{2}{k+2} \text{ 이다.}$$

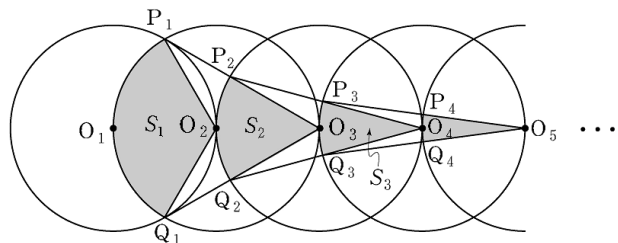
따라서 $n=k+1$ 일 때도 주어진 부등식은 성립한다.

그러므로 모든 자연수 n 에 대하여 주어진 부등식은 성립한다.

위 증명에서 (가), (나)에 들어갈 식으로 알맞은 것은? [3점]

- | | | |
|---|-----------------|------------------------|
| | (가) | (나) |
| ① | $\frac{1}{k+2}$ | $\frac{1}{(k+1)(k+2)}$ |
| ② | $\frac{1}{k+2}$ | $\frac{2}{(k+1)(k+2)}$ |
| ③ | $\frac{1}{k+1}$ | $\frac{1}{(k+1)(k+2)}$ |
| ④ | $\frac{1}{k+1}$ | $\frac{2}{(k+1)(k+2)}$ |
| ⑤ | $\frac{1}{k+1}$ | $\frac{2}{(k+1)^2}$ |

15. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심이 O_1, O_2, O_3, \dots 인 원들이 있다. 모든 원들의 중심은 한 직선 위에 있고, $\overline{O_n O_{n+1}} = 1 (n=1, 2, 3, \dots)$ 이다.
- 두 원 O_1, O_2 가 만나는 두 점을 각각 P_1, Q_1 이라 하고, 부채꼴 $O_2 P_1 Q_1$ 의 넓이를 S_1 이라 하자.
- 두 점 P_1, Q_1 에서 원 O_3 의 중심과 연결한 선분이 원 O_3 과 만나는 두 점을 각각 P_2, Q_2 라 하고, 부채꼴 $O_3 P_2 Q_2$ 의 넓이를 S_2 라 하자.
- 두 점 P_2, Q_2 에서 원 O_4 의 중심과 연결한 선분이 원 O_4 와 만나는 두 점을 각각 P_3, Q_3 이라 하고, 부채꼴 $O_4 P_3 Q_3$ 의 넓이를 S_3 이라 하자.
- 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 부채꼴 $O_{n+1} P_n Q_n$ 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{2}{3}\pi$ ③ $\frac{5}{6}\pi$
 ④ π ⑤ $\frac{7}{6}\pi$

16. 다음은 19세기 초 조선의 유학자 홍길주가 소개한 제곱근을 구하는 계산법의 일부를 재구성한 것이다.

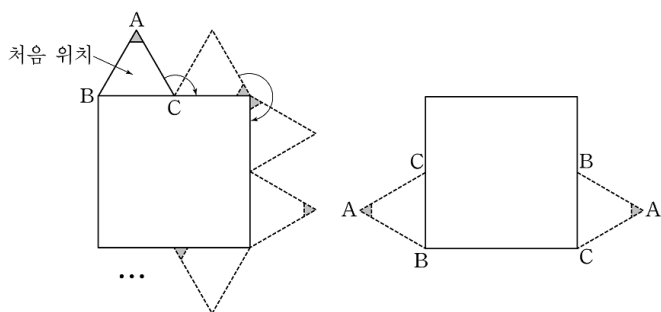
1보다 큰 자연수 p 에서 1을 뺀 수를 p_1 이라 한다.
 p_1 이 2보다 크면 p_1 에서 2를 뺀 수를 p_2 라 한다.
 p_2 가 3보다 크면 p_2 에서 3을 뺀 수를 p_3 이라 한다.
 \vdots
 p_{k-1} 이 k 보다 크면 p_{k-1} 에서 k 를 뺀 수를 p_k 라 한다.
 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 수 p_n 이 $(n+1)$ 보다 작으면 이 과정을 멈춘다.
 이때, $2p_n$ 이 $(n+1)$ 과 같으면 p 는 (가)이다.

(가)에 들어갈 식으로 알맞은 것은? [4점]

- ① $n+1$ ② $\frac{(n+1)^2}{2}$ ③ $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$
 ④ 2^{n+1} ⑤ $(n+1)!$

17. 한 변의 길이가 2인 정사각형과 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC가 있다. [그림 1]과 같이 정사각형 둘레를 따라 시계 방향으로 정삼각형 ABC를 회전시킨다. 정삼각형 ABC가 처음 위치에서 출발한 후 정사각형 둘레를 n 바퀴 도는 동안, 변 BC가 정사각형의 변 위에 놓이는 횟수를 a_n 이라 하자.
- 예를 들어 $n=1$ 일 때, [그림 2]와 같이 변 BC가 2회 놓이므로 $a_1=2$ 이다.

이때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{3n-2}}{n}$ 의 값은? [4점]



[그림 1]

[그림 2]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

단답형

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + n$ 일 때, a_{47} 의 값을 구하시오. [3점]

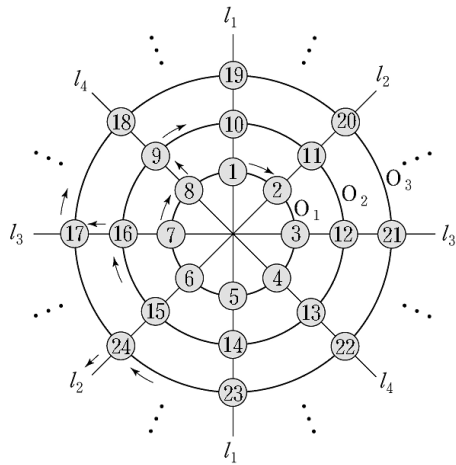
19. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & a \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 가 $AB^{-1} = B^{-1}A$ 를 만족시킬 때, a 의 값을 구하시오. [3점]

20. 다항식 $(x-1)^n$ 의 전개식에서 x 의 계수가 -12 일 때, n 의 값을 구하시오. [3점]

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 3$ 이고 $a_{n+1} - a_n = 4n - 3$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하시오. [3점]

22. 함수 $y = \log_2 x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동시킨 그래프가 함수 $y = \log_b x$ 의 그래프와 점 $(9, 2)$ 에서 만날 때, $10a + b$ 의 값을 구하시오. [4점]

23. 다음 그림은 동심원 O_1, O_2, O_3, \dots 과 직선 l_1, l_2, l_3, l_4 의 교점 위에 자연수를 1부터 차례로 적은 것이다.

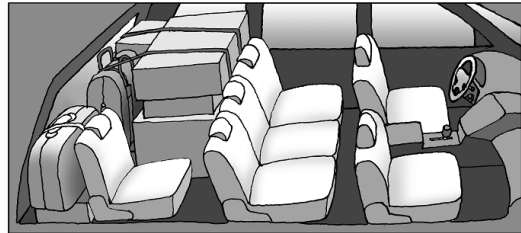


이미 채워진 수들의 규칙에 따라 계속하여 적어 나가면 475는 원 O_m 과 직선 l_n 의 교점 위에 있다. $m+n$ 의 값을 구하시오. [4점]

24. 다음 조건을 만족시키는 세 정수 a, b, c 를 더한 값을 k 라 할 때, k 의 최대값과 최소값의 합을 구하시오. [4점]

- (가) $1 \leq a \leq 5$
- (나) $\log_2(b-a) = 3$
- (다) $\log_2(c-b) = 2$

25. 할머니, 할아버지, 어머니, 아버지, 영화, 철수 모두 6명의 가족이 자동차를 타고 여행을 가려고 한다. 이 자동차에는 앉을 수 있는 좌석이 그림과 같이 앞줄에 2개, 가운데 줄에 3개, 뒷줄에 1개가 있다. 운전석에는 아버지나 어머니만 앉을 수 있고, 영화와 철수는 가운데 줄에만 앉을 수 있을 때, 가족 6명이 모두 자동차의 좌석에 앉는 경우의 수를 구하시오. [4점]



5지선다형

26. 두 양수 a, b 에 대하여 $5^{\log b} = a^{2\log 5}$ 이고

행렬 $\begin{pmatrix} a & -1 \\ -b & 2 \end{pmatrix}$ 가 역행렬을 갖지 않을 때, ab 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 25 ⑤ 27

27. 함수 $f(x) = \log_5 x$ 이고 $a > 0, b > 0$ 일 때,
 <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\left\{f\left(\frac{a}{5}\right)\right\}^2 = \left\{f\left(\frac{5}{a}\right)\right\}^2$ ㄴ. $f(a+1) - f(a) > f(a+2) - f(a+1)$ ㄷ. $f(a) < f(b)$ 이면 $f^{-1}(a) < f^{-1}(b)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

28. 다음 표는 어느 학교에서 한 달 전에 구입한 휴대용 저장 장치의 용량에 따른 1개당 가격과 개수의 현황을 나타낸 것이다.

용량	128 MB	256 MB	512 MB	1 GB	2 GB
1개당 가격	a	$\frac{3}{2}a$	$\left(\frac{3}{2}\right)^2 a$	$\left(\frac{3}{2}\right)^3 a$	$\left(\frac{3}{2}\right)^4 a$
개수	$16b$	$8b$	$4b$	$2b$	b

현재 모든 휴대용 저장 장치의 가격이 한 달 전보다 모두 40%씩 하락하였다. 이 학교에서 휴대용 저장 장치의 용량과 개수를 위 표와 동일하게 현재의 가격으로 구입한다면 지불해야 하는 금액은? (단, $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이다.) [4점]

- ① $\frac{128}{5} ab \left\{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^5\right\}$ ② $32ab \left\{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^5\right\}$
 ③ $32ab \left\{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^5\right\}$ ④ $\frac{192}{5} ab \left\{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^5\right\}$
 ⑤ $\frac{192}{5} ab \left\{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^5\right\}$

29. 1부터 9까지의 서로 다른 자연수 a, b, c, d, e 에 대하여

$$a \cdot 10^4 + b \cdot 10^3 + c \cdot 10^2 + d \cdot 10 + e$$

로 나타내어지는 다섯 자리의 자연수 $abcde$ 중에서 5의 배수이고

$$a > b > c, \quad c < d < e$$

를 만족시키는 모든 자연수의 개수는? [4점]

- ① 53 ② 62 ③ 71 ④ 80 ⑤ 89

단답형

30. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서

$$a_1 = 4, \quad a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 = 28$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.