

4. 다음 두 식을 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 합은? [3점]

$$\begin{cases} 2\sqrt{x^2-x-2} + 2 = x^2-x \\ \frac{x-5}{x-1} \leq 0 \end{cases}$$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$f(-1)=2, \quad f(0)=0, \quad f(1)=-2$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3
④ -4 ⑤ -5

6. 극한

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\{f(x)\}^2}{f(x^2)} = 4$$

를 만족시키는 함수 $f(x)$ 를 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $f(x) = 4|x|$

ㄴ. $f(x) = 2x^2 + 2x$

ㄷ. $f(x) = x + \frac{4}{x}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 두 상수 a, b 에 대하여 부등식 $\frac{x^2-a^2}{x^2-x+1} < 0$ 의 해가

부등식 $\frac{1}{x-2b} < \frac{1}{x+2}$ 의 해와 같을 때, ab 의 값은?

(단, $a > 0$ 이다.) [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

8. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $f(x) = \begin{cases} 1 & (x \geq 0) \\ -1 & (x < 0) \end{cases}$, $g(x) = |x|$ 일 때,
 $(g \circ f)(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.
 ㄴ. $(g \circ f)(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이면
 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.
 ㄷ. $(f \circ f)(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이면
 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

9. 함수 $f(x)$ 에 대하여 <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 0$ 이면
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ 이다.
 ㄴ. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 0$ 이면
 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{2h} = 0$ 이다.
 ㄷ. $f(x) = |x-1|$ 일 때,
 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1-h)}{2h} = 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적힌 10개의 구슬이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 구슬을 꺼내어 그 구슬에 적힌 수를 m 이라 할 때, 직선 $y=m$ 과 포물선 $y=-x^2+5x-\frac{3}{4}$ 이 만나도록 하는 수가 적힌 구슬을 꺼낼 확률은? [4점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

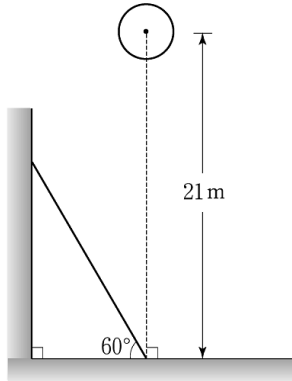
11. 두 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 $A^2=A$ 이고 $B=-A$ 일 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $A^3=A$ ㄴ. $B^2=-B$ ㄷ. $A+3E$ 는 역행렬을 갖는다. (단, E 는 단위행렬이다.)

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

12. 그림과 같이 편평한 바닥에 60° 로 기울어진 경사면과 만지름의 길이가 0.5m 인 공이 있다. 이 공의 중심은 경사면과 바닥이 만나는 점에서 바닥에 수직으로 높이가 21m 인 위치에 있다.



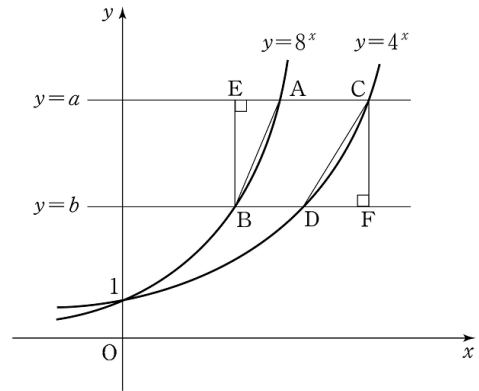
이 공을 자유낙하시킬 때, t 초 후 공의 중심의 높이 $h(t)$ 는

$$h(t) = 21 - 5t^2 \text{ (m)}$$

라고 한다. 공이 경사면과 처음으로 충돌하는 순간, 공의 속도는?
(단, 경사면의 두께와 공기의 저항은 무시한다.) [4점]

- ① -20 m/초 ② -17 m/초
- ③ -15 m/초 ④ -12 m/초
- ⑤ -10 m/초

13. 그림과 같이 함수 $y=8^x$ 의 그래프가 두 직선 $y=a$, $y=b$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 함수 $y=4^x$ 의 그래프가 두 직선 $y=a$, $y=b$ 와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 점 B에서 직선 $y=a$ 에 내린 수선의 발을 E, 점 C에서 직선 $y=b$ 에 내린 수선의 발을 F라 하자. 삼각형 AEB의 넓이가 20일 때, 삼각형 CDF의 넓이는?
(단, $a > b > 1$ 이다.) [3점]



- ① 26 ② 28 ③ 30 ④ 32 ⑤ 34

14. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 부등식

$$\frac{1!+2!+3!+\dots+n!}{(n+1)!} < \frac{2}{n+1}$$

가 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

자연수 n 에 대하여

$$a_n = \frac{1!+2!+3!+\dots+n!}{(n+1)!}$$

이라 할 때, $a_n < \frac{2}{n+1}$ 임을 보이면 된다.

(1) $n=1$ 일 때, $a_1 = \frac{1!}{2!} = \frac{1}{2} < 1$ 이므로
주어진 부등식은 성립한다.

(2) $n=k$ 일 때, $a_k < \frac{2}{k+1}$ 라고 가정하면
 $n=k+1$ 일 때,

$$\begin{aligned} a_{k+1} &= \frac{1!+2!+3!+\dots+(k+1)!}{(k+2)!} \\ &= \boxed{\text{(가)}} (1+a_k) \\ &< \boxed{\text{(가)}} \left(1 + \frac{2}{k+1}\right) \\ &= \frac{1}{k+2} + \boxed{\text{(나)}} \end{aligned}$$

이다.

자연수 k 에 대하여 $\frac{2}{k+1} \leq 1$ 이므로

$$\boxed{\text{(나)}} \leq \frac{1}{k+2} \text{ 이고 } a_{k+1} < \frac{2}{k+2} \text{ 이다.}$$

따라서 $n=k+1$ 일 때도 주어진 부등식은 성립한다.
그러므로 모든 자연수 n 에 대하여 주어진 부등식은 성립한다.

위 증명에서 (가), (나)에 들어갈 식으로 알맞은 것은? [3점]

- | | | |
|---|-----------------|------------------------|
| | (가) | (나) |
| ① | $\frac{1}{k+2}$ | $\frac{1}{(k+1)(k+2)}$ |
| ② | $\frac{1}{k+2}$ | $\frac{2}{(k+1)(k+2)}$ |
| ③ | $\frac{1}{k+1}$ | $\frac{1}{(k+1)(k+2)}$ |
| ④ | $\frac{1}{k+1}$ | $\frac{2}{(k+1)(k+2)}$ |
| ⑤ | $\frac{1}{k+1}$ | $\frac{2}{(k+1)^2}$ |

15. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심이

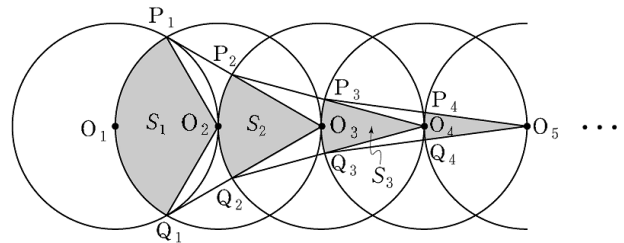
O_1, O_2, O_3, \dots 인 원들이 있다. 모든 원들의 중심은 한 직선 위에 있고, $O_n O_{n+1} = 1 (n=1, 2, 3, \dots)$ 이다.

두 원 O_1, O_2 가 만나는 두 점을 각각 P_1, Q_1 이라 하고, 부채꼴 $O_2 P_1 Q_1$ 의 넓이를 S_1 이라 하자.

두 점 P_1, Q_1 에서 원 O_3 의 중심과 연결한 선분이 원 O_3 과 만나는 두 점을 각각 P_2, Q_2 라 하고, 부채꼴 $O_3 P_2 Q_2$ 의 넓이를 S_2 라 하자.

두 점 P_2, Q_2 에서 원 O_4 의 중심과 연결한 선분이 원 O_4 와 만나는 두 점을 각각 P_3, Q_3 이라 하고, 부채꼴 $O_4 P_3 Q_3$ 의 넓이를 S_3 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 부채꼴 $O_{n+1} P_n Q_n$ 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{2}{3} \pi$ ③ $\frac{5}{6} \pi$
④ π ⑤ $\frac{7}{6} \pi$

16. 다음은 19세기 초 조선의 유학자 홍길주가 소개한 제곱근을 구하는 계산법의 일부를 재구성한 것이다.

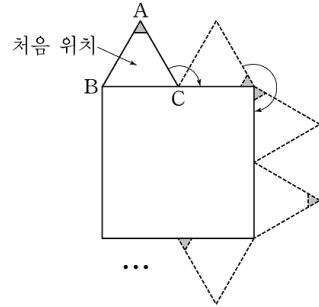
1보다 큰 자연수 p 에서 1을 뺀 수를 p_1 이라 한다.
 p_1 이 2보다 크면 p_1 에서 2를 뺀 수를 p_2 라 한다.
 p_2 가 3보다 크면 p_2 에서 3을 뺀 수를 p_3 이라 한다.
 \vdots
 p_{k-1} 이 k 보다 크면 p_{k-1} 에서 k 를 뺀 수를 p_k 라 한다.
 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 수 p_n 이 $(n+1)$ 보다 작으면 이 과정을 멈춘다.
 이때, $2p_n$ 이 $(n+1)$ 과 같으면 p 는 (가) 이다.

(가)에 들어갈 식으로 알맞은 것은? [4점]

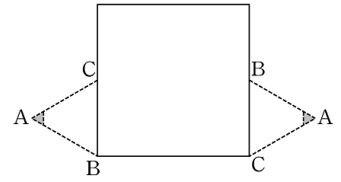
- ① $n+1$ ② $\frac{(n+1)^2}{2}$ ③ $\left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$
 ④ 2^{n+1} ⑤ $(n+1)!$

17. 한 변의 길이가 2인 정사각형과 한 변의 길이가 1인 정삼각형 ABC가 있다. [그림 1]과 같이 정사각형 둘레를 따라 시계 방향으로 정삼각형 ABC를 회전시킨다. 정삼각형 ABC가 처음 위치에서 출발한 후 정사각형 둘레를 n 바퀴 도는 동안, 변 BC가 정사각형의 변 위에 놓이는 횟수를 a_n 이라 하자. 예를 들어 $n=1$ 일 때, [그림 2]와 같이 변 BC가 2회 놓이므로 $a_1=2$ 이다.

이때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{3n-2}}{n}$ 의 값은? [4점]



[그림 1]



[그림 2]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

단답형

18. 함수 $f(x)$ 가 $f(x+2) - f(2) = x^3 + 6x^2 + 14x$ 를 만족시킬 때, $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 건물의 용적률은 모든 층의 바닥 면적을 합한 연면적을 대지 면적으로 나눈 값을 백분율로 나타낸 것이다. 즉,

$$(\text{용적률}) = \frac{(\text{연면적})}{(\text{대지 면적})} \times 100(\%)$$

이다.

대지 면적이 $a \text{ m}^2$ 인 건물 P의 용적률은 $b\%$ 이고, 대지 면적이 $(a+150) \text{ m}^2$ 인 건물 Q의 용적률은 $(b-50)\%$ 이다. 건물 P와 건물 Q의 연면적이 각각 450 m^2 일 때, a 의 값을 구하시오.

[3점]

20. 양수 a 에 대하여 점 $(a, 0)$ 에서 곡선 $y=3x^3$ 에 그은 접선과 점 $(0, a)$ 에서 곡선 $y=3x^3$ 에 그은 접선이 서로 평행할 때, $90a$ 의 값을 구하시오. [3점]

21. 사차함수 $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 6$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 이다.
- (나) 함수 $f(x)$ 는 극소값 -10 을 갖는다.

22. 그림과 같이 좌표평면 위에 네 점

$$O(0, 0), A(8, 0), B(8, 8), C(0, 8)$$

을 꼭지점으로 하는 정사각형 $OABC$ 와 한 변의 길이가 8이고 네 변이 좌표축과 평행한 정사각형 $PQRS$ 가 있다.

점 P 가 점 $(-1, -6)$ 에서 출발하여 포물선

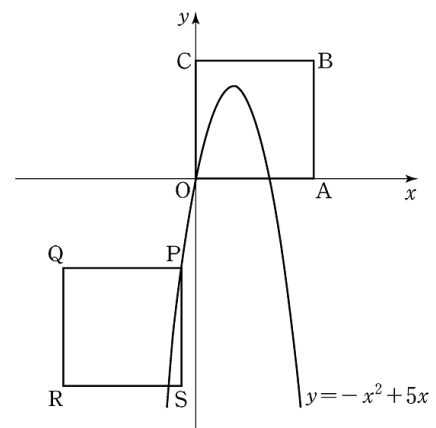
$$y = -x^2 + 5x$$

를 따라 움직이도록 정사각형 $PQRS$ 를 평행이동시킨다.

평행이동시킨 정사각형과 정사각형 $OABC$ 가 겹치는 부분의

넓이의 최대값을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

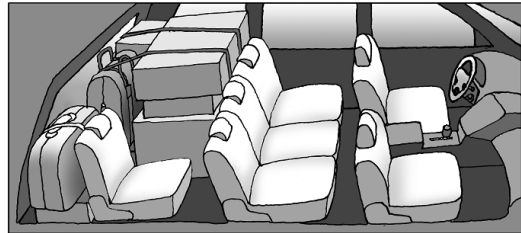


23. 검은 공 3개, 흰 공 2개가 들어 있는 주머니가 있다.
 이 주머니에서 한 개의 공을 꺼내어 색을 확인한 후 다시 넣지 않는다. 이와 같은 시행을 반복할 때, 흰 공 2개가 나올 때까지의 시행 횟수를 X 라 하면 $P(X > 3) = \frac{q}{p}$ 이다.
 $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)
 [4점]

24. 다음 조건을 만족시키는 세 정수 a, b, c 를 더한 값을 k 라 할 때, k 의 최대값과 최소값의 합을 구하시오. [4점]

- (가) $1 \leq a \leq 5$
- (나) $\log_2(b - a) = 3$
- (다) $\log_2(c - b) = 2$

25. 할머니, 할아버지, 어머니, 아버지, 영희, 철수 모두 6명의 가족이 자동차를 타고 여행을 가려고 한다. 이 자동차에는 앉을 수 있는 좌석이 그림과 같이 앞줄에 2개, 가운데 줄에 3개, 뒷줄에 1개가 있다. 운전석에는 아버지나 어머니만 앉을 수 있고, 영희와 철수는 가운데 줄에만 앉을 수 있을 때, 가족 6명이 모두 자동차의 좌석에 앉는 경우의 수를 구하시오. [4점]



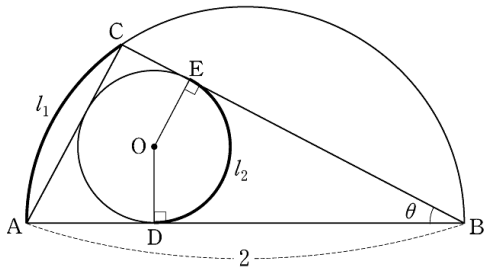
26번부터 30번까지는 선택과목 문항입니다. 선택한 과목의 문제를 풀기 바랍니다.

미분과 적분

26. 양수 a 가 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(a+12)^x - a^x}{x} = \ln 3$ 을 만족시킬 때,
 a 의 값은? [3점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

27. 그림과 같이 지름의 길이가 2이고, 두 점 A, B를 지름의 양 끝점으로 하는 반원 위에 점 C가 있다. 삼각형 ABC의 내접원의 중심을 O, 중심 O에서 선분 AB와 선분 BC에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하자. $\angle ABC = \theta$ 이고, 호 AC의 길이를 l_1 , 호 DE의 길이를 l_2 라 할 때,
 $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{l_1}{l_2}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이다.) [3점]



- ① 1 ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{2}{\pi}$ ⑤ $\frac{3}{\pi}$

28. 두 함수 $f(x) = \frac{1}{x+2}$, $g(x) = \sqrt{3} \sin x - \cos x$ 에 대하여
 폐구간 $[0, \pi]$ 에서 함수 $y = (f \circ g)(x)$ 의 최대값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

29. 다항함수 $g(x)$ 에 대하여 함수 $f(x) = e^{-x}\sin x + g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 1$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

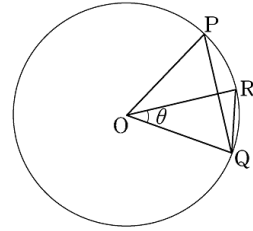
<보 기>

- ㄱ. $g(0) = 0$
- ㄴ. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x)}{x^2} = 1$
- ㄷ. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

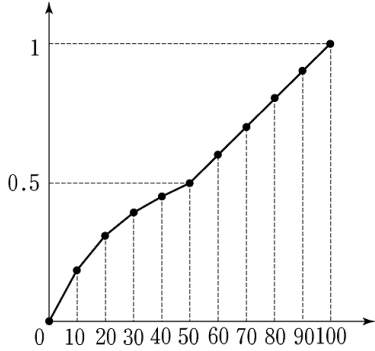
30. 그림과 같이 중심이 O 이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 서로 다른 두 점 P, Q 에 대하여 $\angle POQ$ 를 이등분하는 직선인 호 PQ 와 만나는 점을 R 라 하자. 삼각형 POQ 의 넓이와 삼각형 ROQ 의 넓이의 비가 $3:2$ 이고 $\angle ROQ = \theta$ 라 할 때, $16\cos\theta$ 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

확률과 통계

26. 다음은 어느 자료에 대한 누적상대도수의 그래프의 개형을 나타낸 것이다.



이 자료에 대한 히스토그램의 개형으로 알맞은 것은? [3점]

- ①
- ②
- ③
- ④
- ⑤

27. 다음은 10개의 자료 A와 8개의 자료 B를 나타낸 것이다.

자료 A : $\frac{1}{10}, \frac{1}{9}, \frac{1}{8}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1$
자료 B : $\frac{1}{9}, \frac{1}{8}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$

자료 A의 평균을 m_A , 중앙값을 M_A 라 하고,
 자료 B의 평균을 m_B , 중앙값을 M_B 라 할 때, 옳은 것은? [3점]

- ① $m_A > M_A = M_B > m_B$
- ② $m_A > m_B > M_A = M_B$
- ③ $m_A > M_B > M_A > m_B$
- ④ $M_A = M_B > m_B > m_A$
- ⑤ $m_B > M_A = M_B > m_A$

28. 1부터 9까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 4개의 수를 선택하여 네 자리의 자연수를 만들 때, 백의 자리의 수와 십의 자리의 수의 합이 짝수가 될 확률은? [3점]

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{11}{18}$ ⑤ $\frac{13}{18}$

29. 가수 A의 팬클럽 회원 150명과 가수 B의 팬클럽 회원 200명을 대상으로 가수 C에 대한 선호도를 조사하였다. 그 결과, 가수 A의 팬클럽 회원 중에서 70%, 가수 B의 팬클럽 회원 중에서 50%가 가수 C를 선호하였다. 가수 A와 가수 B의 팬클럽 회원 전체 350명 중에서 임의로 선택된 한 사람이 가수 C를 선호하였을 때, 이 사람이 가수 A의 팬클럽 회원일 확률은? (단, 가수 A의 팬클럽과 가수 B의 팬클럽에 동시에 가입한 회원은 없고, 모든 회원이 선호도 조사에 응답하였다.) [4점]

- ① $\frac{15}{41}$ ② $\frac{17}{41}$ ③ $\frac{19}{41}$
 ④ $\frac{21}{41}$ ⑤ $\frac{23}{41}$

단답형

30. ○표가 있는 4개의 제비와 ×표가 있는 4개의 제비가 있다. 이 8개의 제비 중에서 4개를 뽑았을 때, ○표가 있는 제비가 3개 이상이 나오거나 4개 모두 ×표인 제비가 나올 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

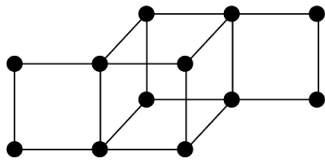
* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

이산수학

26. 자연수 11의 분할 중 같은 수가 5개 이상 포함된 분할의 서로 다른 형태의 개수는? [3점]

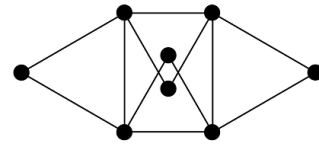
- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

27. 12개의 꼭지점을 갖는 다음 그래프를 적절하게 색칠하는 데 필요한 최소 색의 수는? [3점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

28. 8개의 꼭지점을 갖는 다음 그래프에 대한 옳은 설명을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]



<보 기>

- ㄱ. 평면그래프이다.
- ㄴ. 오일러회로를 갖는다.
- ㄷ. 해밀턴회로를 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

29. 색깔이 서로 다른 9개의 열쇠가 하나씩 포장되어 있다.
 이 중 4개는 자물쇠 A만을, 3개는 자물쇠 B만을, 2개는 자물쇠 C만을 열 수 있다. 9개의 열쇠 중에서 3개를 임의로 선택할 때, 자물쇠 A와 자물쇠 B는 모두 열리고 자물쇠 C는 열리지 않도록 선택하는 경우의 수는? [4점]
- ① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

단답형

30. 꼭지점이 6개인 완전그래프에서 변을 지워 수형도를 만들 때, 지워야 하는 변의 개수를 구하십시오. [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하십시오.