2007학년도 4월 고3 전국연합학력평가
1~4교시 정답 및 해설

• 2교시 수리 영역 •

[가 형]

1	④	**2**	④	**3**	①	**4**	⑤	**5**	④
6	⑤	**7**	①	**8**	②	**9**	⑤	**10**	②
11	①	**12**	③	**13**	④	**14**	②	**15**	②
16	⑤	**17**	③	**18**	3	**19**	73	**20**	177
21	385	**22**	135	**23**	32	**24**	496	**25**	15

1. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 계산하기

[해설] $2^{\frac{5}{2}}\cdot 2^{-\frac{1}{2}}\cdot 2^{-\frac{1}{2}}=2^{\frac{5}{2}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}=2^{\frac{3}{2}}=2\sqrt{2}$

2. [출제의도] 독립사건의 곱셈정리를 활용한 확률 구하기

[해설] A, B가 서로 독립이면 A^C, B도 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A^C\cap B)=\mathrm{P}(A^C)\cdot\mathrm{P}(B)=\{1-\mathrm{P}(A)\}\cdot\mathrm{P}(B)$

$=\{1-P(A)\}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{5}\quad\therefore P(A)=\frac{3}{5}$

A, B가 서로 독립이므로 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(B)$

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$

$=\frac{3}{5}+\frac{1}{2}-\frac{3}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{8}{10}=0.8$

3. [출제의도] 무리방정식의 해 구하기

[해설] $\sqrt{x^4-x^2+2}=t,\ t\geq 0$이므로

(준식)$=t^2-2-t=(t-2)(t+1)=0$,

$t=2\ (\because t\geq 0)$

$x^4-x^2+2=4$이고 $x^2=2,\ -1$이므로

실근 $x=\pm\sqrt{2}$

따라서 모든 실근의 곱은 -2

4. [출제의도] 함수의 극한값 구하기

[해설] $\lim\limits_{t\to 1}\frac{\overline{\mathrm{AH}}}{\overline{\mathrm{BH}}}=\lim\limits_{t\to 1}\frac{2-\frac{2}{t}}{t-1}=2$

5. [출제의도] 무한수열의 수렴, 발산 추론하기

[해설] ㄱ. $\lim\limits_{n\to\infty}\tan\frac{2n+1}{4}\pi$ (발산)

ㄴ. $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}=0$

(수렴)

ㄷ. $\lim\limits_{n\to\infty}\{\log_2 n^2-2\log_2(n+2)\}=\lim\limits_{n\to\infty}\log_2\frac{n^2}{(n+2)^2}$

$=\lim\limits_{n\to\infty}\log_2\frac{n^2}{n^2+4n+4}=\log_2 1=0$ (수렴)

6. [출제의도] 행렬의 곱셈의 성질을 이용하여 계산하기

[해설] $3A\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}-A\begin{pmatrix}c\\d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix},\ 3A\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9\\3\end{pmatrix}$이므로,

$A\begin{pmatrix}c\\d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9\\3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\-2\end{pmatrix}$

따라서 모든 성분의 합은 5

7. [출제의도] 역행렬을 이용하여 행렬 구하기

[해설] 행렬 A를 $A-A^{-1}=\begin{pmatrix}-1&2\\2&1\end{pmatrix}$의

양변의 왼쪽에 곱하면

$A^2-E=A\begin{pmatrix}-1&2\\2&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-a+2&2a+1\\-b+4&2b+2\end{pmatrix}$

행렬 A를 $A-A^{-1}=\begin{pmatrix}-1&2\\2&1\end{pmatrix}$의 양변의

오른쪽에 곱하면

$A^2-E=\begin{pmatrix}-1&2\\2&1\end{pmatrix}A=\begin{pmatrix}-a+2b&3\\2a+b&4\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}-a+2&2a+1\\-b+4&2b+2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-a+2b&3\\2a+b&4\end{pmatrix}$에서

$2a+1=3,\ 2b+2=4$

$a=1,\ b=1\ \therefore a+b=2$

8. [출제의도] 확률 계산하기

[해설] $\mathrm{P}(X=k)=\frac{a}{\sqrt{k+1}+\sqrt{k}}\cdot\frac{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}{\sqrt{k+1}-\sqrt{k}}$

$=a\cdot(\sqrt{k+1}-\sqrt{k})$

$\sum\limits_{k=1}^{99}\mathrm{P}(X=k)=a\{(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\cdots$

$+(\sqrt{100}-\sqrt{99})\}$

$=a(\sqrt{100}-1)=9a=1\quad\therefore a=\frac{1}{9}$

$b=1-\{\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)+\cdots+\mathrm{P}(X=15)\}$

$=1-\frac{1}{9}\{(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\cdots$

$+(\sqrt{16}-\sqrt{15})\}$

$=1-\frac{1}{9}(4-1)=\frac{2}{3}$

$\therefore a+b=\frac{1}{9}+\frac{2}{3}=\frac{7}{9}$

9. [출제의도] 수학적귀납법으로 부등식 증명하기

[해설] (가) $\boxed{4}$

(나) $\boxed{(a+b)}$

(다) $\boxed{2^{k+2}}$

10. [출제의도] 로그부등식의 영역 구하기

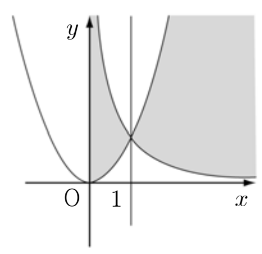
[해설] $x>0,\ x\neq 1,\ y>0$

(i) $0<x<1$

$\log_x\frac{1}{x}<\log_x y<\log_x x^2\quad\therefore x^2<y<\frac{1}{x}$

(ii) $x>1$

$\log_x\frac{1}{x}<\log_x y<\log_x x^2\quad\therefore\frac{1}{x}<y<x^2$



(단, 경계선은 포함하지 않는다.)

11. [출제의도] 불연속인 점 찾기

[해설] $-\log_5 x=\log_{\frac{1}{5}}x$가 정수일 때,

$f(x)$는 x에서 불연속이다.

$\log_{\frac{1}{5}}x=1$이면 $x=\frac{1}{5}$, $\log_{\frac{1}{5}}x=2$이면 $x=\left(\frac{1}{5}\right)^2,\cdots$

따라서 $\frac{1}{5}+\left(\frac{1}{5}\right)^2+\left(\frac{1}{5}\right)^3+\cdots=\frac{\frac{1}{5}}{1-\frac{1}{5}}=\frac{1}{4}$

12. [출제의도] 주어진 함수의 그래프에서 연속성 추론하기

[해설] ㄱ. $\lim\limits_{x\to 1+0}f(x)g(x)=(-1)\cdot 1=-1$

$\lim\limits_{x\to 1-0}f(x)g(x)=1\cdot(-1)=-1$ (참)

ㄴ. $\lim\limits_{x\to -1+0}f(x)g(x)=(-1)\cdot(-1)=1$

$\lim\limits_{x\to -1-0}f(x)g(x)=1\cdot(-1)=-1$ (거짓)

ㄷ. $\lim\limits_{x\to 1+0}\{f(x)+g(x)\}=(-1)+1=0$

$\lim\limits_{x\to 1-0}\{f(x)+g(x)\}=1+(-1)=0$

$f(1)+g(1)=(-1)+1=0$ (참)

13. [출제의도] 행렬 곱셈의 결합법칙을 활용한 행렬의 거듭제곱 추론하기

[해설] (가) $\boxed{1}$

(나) $\boxed{2^{n+1}}$

(다) $\boxed{\begin{pmatrix}1&2^n-1\\0&2^n\end{pmatrix}}$

14. [출제의도] 분수방정식을 활용하여 실생활문제 해결하기

[해설] A가 1시간 동안 생산하는 제품의 수를 x라 하면

$\frac{240}{x}=\frac{240}{x-4}-16$

$240(x-4)=240x-16x(x-4)$

$x^2-4x-60=0,\ x=10\ (\because x>0)$

1시간에 생산하는 제품의 개수는 A는 10개,

$B=10-4=6$개이다.

따라서 $\frac{240}{16}=15$(시간)

15. [출제의도] 계차수열을 이용하여 수열의 합 구하기

[해설] $a_1=18$

$a_2=a_1+9\cdot 2+7=a_1+25$

$a_3=a_2+12\cdot 2+9=a_2+33$

$a_4=a_3+15\cdot 2+11=a_3+41$

$\vdots$

$a_{n+1}=a_n+25+(n-1)\cdot 8\ (n\geq 1)$

따라서 a_{10}의 값을 구하면

$a_{10}=a_1+\sum\limits_{k=1}^{9}(8k+17)$

$=18+8\cdot\frac{9\cdot 10}{2}+17\cdot 9=531$

16. [출제의도] 행렬의 연산의 성질 추론하기

[해설] ㄱ. $A^3=O$이면 A는 역행렬이 존재하지 않고

$A^2=kA$ (k는 상수) 이므로 $A^3=kA^2=O$

따라서 $A^2=O$이다. (참)

ㄴ. $B=E-A$ 이면 $A(E-A)=A-A^2=(E-A)A$

이므로 $AB=BA$ (참)

ㄷ. $AB=A+B$이면 $AB-A-B=O$ 이고

$AB-A-B+E=(A-E)(B-E)=E$이므로

$(A-E)^{-1}=B-E$ (참)

17. [출제의도] 도형의 규칙성을 파악하여 극한값 구하기

[해설] 원 C 와 C_1의 반지름의 길이를 각각 r과 r_1이라

하면 $r=1$,

$\sqrt{2}r_1+r_1=1$이므로 $r_1=\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}-1$,

$r:r_1=r_n:r_{n+1}=1:\sqrt{2}-1$

$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} r_k = \frac{\sqrt{2}-1}{1-(\sqrt{2}-1)} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

18. [출제의도] 무한수열의 극한 성질 이용하여 극한값 구하기

[해설] $\lim_{n\to\infty}\frac{3n^2-5n-1}{n^2+2n+2} \leqq \lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n^2+2n+2}$

$\leqq \lim_{n\to\infty}\frac{3n^2+n+2}{n^2+2n+2}$,

$\lim_{n\to\infty}\frac{3n^2-5n-1}{n^2+2n+2} = \lim_{n\to\infty}\frac{3n^2+n+2}{n^2+2n+2} = 3$이므로

$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n^2+2n+2} = 3$

19. [출제의도] 같은 것이 포함된 순열의 수 구하기

[해설] (ⅰ) A를 3개 선택하는 경우 : 1가지

(ⅱ) A를 2개 선택하는 경우 : ${}_4C_1 \times \frac{3!}{2!} = 12$가지

(ⅲ) A를 1개 선택하는 경우 : ${}_4C_2 \times 3! = 36$가지

(ⅳ) A를 선택하지 않는 경우 : ${}_4P_3 = 24$가지

따라서 $1+12+36+24=73$가지

20. [출제의도] 경우의 수 구하기

[해설] 2, 3, 5, 6, 8, 9만 사용하여야 하고, $(10a+b)\times 5$에서 백의 자리의 수는 $50a$의 백의 자리수와 같으므로 a가 될 수 있는 수는 5, 6이다.
b가 될 수 있는 수는 홀수이어야 하므로 3, 5, 9이다.
6개의 계산 결과 중 조건을 만족하는 것은
$53\times 5=265$, $59\times 5=295$, $65\times 5=325$의 3개이다.
$\therefore 53+59+65=177$

21. [출제의도] 신뢰구간 길이에 따른 표본의 최소 크기 구하기

[해설] $2\times 1.96\times\frac{5}{\sqrt{n}} \leqq 1$

$\sqrt{n} \geqq 2\times 1.96\times 5$

$n \geqq 384.16$

따라서 최소 표본의 크기는 385이다.

22. [출제의도] 이항정리를 이용하여 계수 구하기

[해설] $\left(x^2-\frac{3}{x}+2y\right)^6$와 $\left(x^2-\frac{3}{x}\right)^6$의 x^6의 계수는 같다.

$\left(x^2-\frac{3}{x}\right)^6$의 전개식의 일반항은

${}_6C_r(x^2)^{6-r}\left(-\frac{3}{x}\right)^r = (-3)^r{}_6C_r x^{12-3r}$이고,

$r=2$일 때, x^6의 계수는 $(-3)^2{}_6C_2=135$이다.

23. [출제의도] 상용로그의 지표와 가수의 성질을 활용하여 정수부분의 자리수 구하기

[해설] $\log_{10}2430=3.3856$, $\log_{10}541=2.7332$이고

$\log_{10}(2430^{10}\div 541)$

$=10\log_{10}2430-\log_{10}541=10\cdot 3.3856-2.7332$

$=33.856-2.7332=31.1228$

$2430^{10}\div 541$의 정수부분은 32자리수이다.

24. [출제의도] 귀납적으로 정의된 수열의 합 구하기

[해설] $a_1=1$, $a_2=3$, $a_3=5$, $a_4=7$이고 $a_{k+4}=2a_k$ 이므로

$a_1+a_2+a_3+a_4=16$,

$a_5+a_6+a_7+a_8=2(a_1+a_2+a_3+a_4)=2\times 16$,

$a_9+a_{10}+a_{11}+a_{12}=2^2(a_1+a_2+a_3+a_4)=2^2\times 16$,

$\vdots$

$\sum_{k=1}^{20}a_k=16(1+2+2^2+2^3+2^4)=496$

25. [출제의도] 산술·기하 평균을 활용한 로그의 최소값 구하기

[해설] 두 양수 a, b에 대하여$a+b\geqq 2\sqrt{ab}$

(단, 등호는 $a=b$ 일 때 성립한다.)

$a+b\geqq 2\sqrt{ab}=2\sqrt{16}=2^3$

$a^2+b^2\geqq 2ab=2^5$

$a^3+b^3\geqq 2\sqrt{(ab)^3}=2^7$

(준식)$\geqq \log_2 2^3+\log_2 2^5+\log_2 2^7=15$

[미분과 적분]

26	③	**27**	④	**28**	②	**29**	④	**30**	9

26. [출제의도] 삼각함수의 덧셈정리를 활용한 삼각형의 세 변의 길이의 비 구하기

[해설] $\sin A=\frac{3}{5}$, $\cos A=\pm\frac{4}{5}$

$\sin B=\frac{3}{5}$, $\cos B=\frac{4}{5}$

$\sin C=\sin\{\pi-(A+B)\}=\sin(A+B)$

$=\sin A\cos B+\cos A\sin B=\frac{12}{25}\pm\frac{12}{25}$

$\sin C>0$이므로 $\sin C=\frac{24}{25}$

따라서 $\sin A:\sin B:\sin C=\frac{3}{5}:\frac{3}{5}:\frac{24}{25}=5:5:8$

27. [출제의도] 삼각방정식의 근 구하기

[해설] $1-2\sin^2x+3\sin x+1=0$

$2\sin^2x-3\sin x-2=0$

$(2\sin x+1)(\sin x-2)=0$

$\sin x=-\frac{1}{2}$, $0\leqq x<2\pi$이므로 $x=\frac{7}{6}\pi$, $\frac{11}{6}\pi$

따라서 모든 근의 합은 3π

28. [출제의도] 삼각함수의 합성을 이용한 최대값, 최소값 구하기

[해설] $y=\cos x+2\left(\sin x\ \cos\frac{\pi}{6}+\cos x\sin\frac{\pi}{6}\right)$

$=\cos x+2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x\right)$

$=\sqrt{3}\sin x+2\cos x$

$=\sqrt{7}\sin(x+\theta)\left(\sin\theta=\frac{2}{\sqrt{7}},\ \cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\right)$

따라서, $M-m=\sqrt{7}-(-\sqrt{7})=2\sqrt{7}$

29. [출제의도] 삼각함수의 배각공식을 이용하여 원의 반지름의 길이 구하기

[해설] $y=\frac{24}{7}x$와 x축의 양의 방향과 이루는 각을 2θ라 하면

$\tan 2\theta=\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}=\frac{24}{7}$

$\frac{24}{7}(1-\tan^2\theta)=2\tan\theta$

$12\tan^2\theta+7\tan\theta-12=0$

$\tan\theta=\frac{3}{4}$ ($\because \tan\theta>0$)이다.

그림에서 $\tan\theta=\frac{3}{4}=\frac{r}{\sqrt{225-r^2}}$

$4r=3\sqrt{225-r^2}$ $\therefore r=9$

30. [출제의도] 삼각함수의 덧셈정리를 이용하여 각의 크기 구하기

[해설] $\tan\theta_1=1$, $\tan\theta_2=\frac{1}{2}$, $\tan\theta_p=\frac{1}{p}$, $\tan\theta_q=\frac{1}{q}$

$\tan(\theta_1-\theta_2)=\tan(\theta_p-\theta_q)$

$\frac{\tan\theta_1-\tan\theta_2}{1+\tan\theta_1\tan\theta_2}=\frac{\tan\theta_p-\tan\theta_q}{1+\tan\theta_p\tan\theta_q}$

$\frac{1-\frac{1}{2}}{1+1\times\frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{p}-\frac{1}{q}}{1+\frac{1}{p}\times\frac{1}{q}}$

$\frac{1}{3}=\frac{q-p}{pq+1}$, $(p-3)(q+3)=-10$

p, q는 자연수이고 $1<p<q$이므로

$(p-3, q+3)=(-1, 10)$

$p-3=-1$, $q+3=10$ $p=2$, $q=7$

따라서 $p+q=9$

[확률과 통계]

26	④	**27**	③	**28**	③	**29**	②	**30**	134

26. [출제의도] 줄기와 잎 그림에서 중앙값과 최빈값 구하기

[해설] 최빈값=52, 중앙값=45

$\therefore 52-45=7$

27. [출제의도] 누적도수분포표에서 계급값 구하기

[해설] 4등급의 누적비율은 40%이므로

$117{,}273\times\frac{4}{10}=46{,}909$

누적인원수가 46,909명인 계급의 계급값은 105

28 [출제의도] 자료를 정리하여 분산 구하기

[해설] (평균)

$=\frac{1}{10}\{1\times 1+2\times 1+3\times 3+4\times 3+5\times 1+6\times 1\}$

$=3.5$

(분산)

$=\frac{1}{10}\{1^2\times 1+2^2\times 1+3^2\times 3$

$+4^2\times 3+5^2\times 1+6^2\times 1\}-(3.5)^2$

$=1.85$

29. [출제의도] 두 집단의 평균과 분산을 이용하여 전체 집단의 분산 구하기

[해설] 남학생의 점수를 x_i, 여학생의 점수를 y_i라 하면

$\frac{1}{20}\sum_{i=1}^{20}x_i=5$, $\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}y_i=4$

$\sum_{i=1}^{20}x_i=100$, $\sum_{i=1}^{10}y_i=40$

따라서 (전체 30명의 점수에 대한 평균)$=\frac{14}{3}$

$\frac{1}{20}\sum_{i=1}^{20}x_i^2-5^2=4$, $\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}y_i^2-4^2=9$

$\sum_{i=1}^{20}x_i^2=580$, $\sum_{i=1}^{10}y_i^2=250$

(전체 30명의 점수에 대한 분산)

$=\frac{580+250}{30}-\left(\frac{14}{3}\right)^2=\frac{53}{9}$

$\therefore 9+53=62$

30. [출제의도] 가중평균 구하기

[해설] $\frac{10\cdot 70+180\cdot 30+280\cdot 50}{70+30+50}=134$

[이산수학]

26	②	**27**	①	**28**	②	**29**	②	**30**	12

26. [출제의도] 공통변을 갖는 삼각형의 개수 구하기

[해설] (ⅰ) 공통변이 1개인 경우 : $10\times 6=60$가지

(ⅱ) 공통변이 2개인 경우 : 10가지

$\therefore\ 60+10=70$

27. [출제의도] 두 점을 연결하는 경우의 수 구하기

[해설] (ⅰ) AB가 연결된 경우

$\{AB, CD, EF\}$, $\{AB, CF, DE\}$: 2가지

(ⅱ) AD가 연결된 경우

$\{AD, BC, FE\}$: 1가지

(ⅲ) AF가 연결된 경우

$\{AF, BC, DE\}$, $\{AF, BE, CD\}$: 2가지

$\therefore$ 5가지

28. [출제의도] 같은 것을 포함하는 순열의 수 구하기

[해설] 빨간 구슬 4개, 파란 구슬 2개, 노란 구슬 1개를 일렬로 나열하는 경우의 수이므로 $\frac{7\,!}{4\,!\,2\,!}=105$가지

29. [출제의도] 동전을 던질 때 앞뒤가 연속으로 나오는 경우의 수 구하기

[해설] (ⅰ) $HTHT$□□ 에서 3가지,

HT□□HT 에서 3가지,

□□$HTHT$ 에서 3가지

(ⅱ) HT□HT□ 에서 4가지,

□$HTHT$□ 에서 4가지,

□HT□HT 에서 4가지

$\therefore$ 21가지

30. [출제의도] 10의 자리 수가 5인 세자리 자연수에서 6의 배수 구하기

[해설] 6의 배수는 2의 배수이고 동시에 3의 배수이므로 $b=2,\ 4,\ 6,\ 8$이면서 $a+5+b$가 3의 배수이어야 한다.

$b=2$일 때, 252, 552, 852 3가지

$b=4$일 때, 354, 654, 954 3가지

$b=6$일 때, 156, 456, 756 3가지

$b=8$일 때, 258, 558, 858 3가지

$\therefore$ 12가지

[나 형]

1	④	**2**	①	**3**	①	**4**	②	**5**	④
6	⑤	**7**	①	**8**	③	**9**	⑤	**10**	④
11	①	**12**	③	**13**	④	**14**	⑤	**15**	②
16	⑤	**17**	③	**18**	3	**19**	11	**20**	4
21	512	**22**	240	**23**	32	**24**	496	**25**	19
26	②	**27**	③	**28**	⑤	**29**	③	**30**	50

1. [출제의도] 수리'가'형 1번과 같음

2. [출제의도] 로그의 성질을 이용하여 식의 값 구하기

[해설] (준식)$=(\log_{10}2)^2+(\log_{10}5)^2+2\log_{10}2\cdot\log_{10}5$

$=(\log_{10}2+\log_{10}5)^2=(\log_{10}10)^2=1$

3. [출제의도] 등비수열의 일반항 구하기

[해설] 첫째 항을 a, 공비를 r이라 하면

$ar+ar^3=ar(1+r^2)=810$,

$ar^4+ar^6=ar^4(1+r^2)=30$이므로

두 식을 나누면

$\frac{ar^4(1+r^2)}{ar(1+r^2)}=\frac{30}{810}$, $r^3=\frac{1}{27}$, $r=\frac{1}{3}$

따라서 $a=3^7$

$a_{10}=3^7\left(\frac{1}{3}\right)^{10-1}=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

4. [출제의도] 로그의 성질을 이용하여 값 구하기

[해설] $b=a^{\frac{1}{2}}$, $c=b^{\frac{2}{3}}$, $a=c^3$이므로

$$\log_a b+\log_b c+\log_c a=\log_a a^{\frac{1}{2}}+\log_b b^{\frac{2}{3}}+\log_c c^3$$

$$=\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+3=\frac{25}{6}$$

5. [출제의도] 수리'가'형 5번과 같음

6. [출제의도] 수리'가'형 6번과 같음

7. [출제의도] 수리'가'형 7번과 같음

8. [출제의도] $\sum$의 기본성질 추론하기

[해설] ㄱ. $\sum_{k=1}^{n}(2k-1)=n^2$ (참)

ㄴ. $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}=\frac{2}{n(n+1)}$ (거짓)

ㄷ. $\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{l=1}^{k}l\right)=\sum_{k=1}^{n}\frac{k(k+1)}{2}=\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$ (참)

9. [출제의도] 수리'가'형 9번과 같음

10. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 자연수가 될 조건 구하기

[해설] $\sqrt{\frac{2^a\cdot 5^b}{2}}$ 는 a는 홀수, b는 짝수일 때

자연수가 되고, $\sqrt[3]{\frac{2^a\cdot 5^b}{5}}$ 는 a와 $b-1$이

3의 배수일 때 자연수가 된다.

그러므로 a의 최소값은 3이고,

b의 최소값은 4이다.

따라서 $3+4=7$

11. [출제의도] 무한급수의 합 구하기

[해설] (ⅰ) S_n의 넓이는 한 변의 길이가 1이고 높이가 4인 삼각형의 넓이이므로

$S_n=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 4=2$

(ⅱ) 점 B_n의 x좌표는 직선 $y=-\frac{n}{4}x$과 $y=-1$과의 교점의 x좌표이므로 $\frac{4}{n}$이다. 점 B_{n+1}의 x좌표는 직선 $y=-\frac{n+1}{4}x$과 $y=-1$과의 교점의 x좌표이므로 $\frac{4}{n+1}$이다.

따라서 $T_n=\frac{1}{2}\left(\frac{4}{n}-\frac{4}{n+1}\right)$

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}S_k T_k=4\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$$

$$=4\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)=4$$

12. [출제의도] 행렬의 곱셈에 대한 연산법칙 추론하기

[해설] ㄱ. a, b, c, d를 자연수라 하면

$\begin{pmatrix}1&a\\0&b\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&c\\0&d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&c+ad\\0&bd\end{pmatrix}\in S$ (참)

ㄴ. $\begin{pmatrix}1&a\\0&b\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&c\\0&d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&c+ad\\0&bd\end{pmatrix}$,

$\begin{pmatrix}1&c\\0&d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&a\\0&b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&a+bc\\0&bd\end{pmatrix}$ (거짓)

ㄷ. 주어진 조건에서 $x,\ y$는 자연수이고

성분의 합이 3이므로 $A=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$이다.

$A^n=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}^n=\begin{pmatrix}1&n\\0&1\end{pmatrix}$, 모든 성분의 합은 $n+2$ (참)

13. [출제의도] 수리'가'형 13번과 같음

14. [출제의도] 무한등비급수를 활용한 도형의 부피의 합 구하기

[해설] 입체의 부피를 V_n이라하면 $V_1=1$,

$V_2=1+5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3$

$V_3=1+5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3+5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6$, $\cdots$ 이므로

$$\lim_{n\to\infty}V_n=1+\frac{5\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3}{1-\left(\frac{1}{2}\right)^3}=\frac{12}{7}$$

15. [출제의도] 수리'가'형 15번과 같음

16. [출제의도] 수리'가'형 16번과 같음

17. [출제의도] 수리'가'형 17번과 같음

18. [출제의도] 수리'가'형 18번과 같음

19. [출제의도] 행렬의 성분의 합 구하기

[해설] (준식)을 정리하면

$X=3A-2B=3\begin{pmatrix}2&-1\\1&3\end{pmatrix}-2\begin{pmatrix}1&-1\\0&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&-1\\3&5\end{pmatrix}$이므로

X의 모든 성분의 합은 11이다.

20. [출제의도] 연립일차방정식의 해가 무수히 많을 조건 구하기

[해설] 주어진 행렬을 이항하여 정리하면

$\begin{pmatrix}a-2&3a\\1&2a-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$이다.

$x=y=0$이외의 해를 가지려면

$(a-2)(2a-2)-3a=0$ 이다.

$a=\frac{1}{2}$, $a=4$이므로 정수해는 $a=4$

21. [출제의도] 행렬의 거듭제곱 계산하기

[해설] $A=\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}$,

$A^2=\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}^2=2\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}$,

$A^3=\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}^3=2^2\begin{pmatrix}1&-1\\-1&1\end{pmatrix}$, $\cdots$ 이므로

(준식)$=E+(1+2+2^2+\cdots+2^8)A$

$=E+\frac{1\cdot(2^9-1)}{2-1}A$

$aA+bE=511A+E$ $\therefore a+b=512$

22. [출제의도] 수열의 합 구하기

[해설] $\begin{cases}a+2d=-2\\a+8d=46\end{cases}$ 이므로 $a=-18$, $d=8$이다.

$|a_1|+|a_2|+|a_3|+\cdots+|a_{10}|$

$=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}-2(a_1+a_2+a_3)$

$=\frac{10\{(-18)\cdot 2+(10-1)8\}}{2}-2(-18-10-2)$

$=240$

23. [출제의도] 수리'가'형 23번과 같음

24. [출제의도] 수리'가'형 24번과 같음

25. [출제의도] 상용로그의 가수의 성질을 활용하여 진수 구하기

[해설] $1 < a < 10$에서 $\log_{10} a = \alpha \ (0 < \alpha < 1)$이다.

$\log_{10} a^3$과 $\log_{10} \sqrt{a}$ 의 가수의 합이 1이므로

$3\alpha + \frac{1}{2}\alpha = \frac{7}{2}\alpha$는 정수이다.

$\alpha = \frac{2}{7}, \alpha = \frac{4}{7}, \ \alpha = \frac{6}{7}$ 이므로

a의 곱은 $10^{\frac{2}{7}} \cdot 10^{\frac{4}{7}} \cdot 10^{\frac{6}{7}} = 10^{\frac{2}{7}+\frac{4}{7}+\frac{6}{7}} = 10^{\frac{12}{7}}$

$\therefore \ 7 + 12 = 19$

26. [출제의도] 등비수열을 이용하여 원리합계 구하기

[해설]

20년후

200 ⋯⋯ $200(1.05)^{20}$

$200(1.05)$ ⋯⋯ $200(1.05)(1.05)^{19}$

$\ddots$ $\vdots$

$200(1.05)^{19}$ $200(1.05)^{19}(1.05)$

$200(1.05)^{20} \cdot 20 = 4000 \cdot 2.65 = 10600$만원

27. [출제의도] 부분분수의 합을 이용한 수열의 극한값 구하기

[해설] $a_1 = \frac{1}{4}, \ a_{n+1} - a_n = \frac{1}{n(n+2)}$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}\right)$이므로

$a_n = \frac{1}{4} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2}\right)$

$= 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1}\right)$

$\lim_{n\to\infty} a_n = 1$

28. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 식의 값 구하기

[해설] (준식)$= 2^{3x} + 2^{-3y}$

$= (2^x + 2^{-y})^3 - 3 \cdot 2^x 2^{-y}(2^x + 2^{-y})$

$= 5^3 - 3 \cdot 4 \cdot 5 = 65$

29. [출제의도] 순서도에서 규칙성을 파악하여 합 구하기

[해설] $\log_3 n$이 정수 $k = 1, 2, 3, 4$가 되는 n의 값을 모두 더하는 순서도이므로

그 때의 $n = 3, 3^2, 3^3, 3^4$ 이 된다.

$3 + 9 + 27 + 81 = 120$

30. [출제의도] 무한등비급수의 합 구하기

[해설] 2007^n을 5로 나눈 나머지는 2007^n의 일의 자리 수를 5로 나눈 나머지와 같으므로

2007^1을 5로 나눈 나머지는 2이고,

2007^2을 5로 나눈 나머지는 4이고,

2007^3을 5로 나눈 나머지는 3이고,

2007^4을 5로 나눈 나머지는 1이다.

따라서 $a_1 = 2, \ a_2 = 4, \ a_3 = 3, \ a_4 = 1$이고

이 네 개의 수가 순서대로 반복 된다.

따라서 $a_{4n} = a_{4 \cdot 1} = a_{4 \cdot 2} = a_{4 \cdot 3} = \cdots = 1$이므로

$$100\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{4n}}{3^n} = 100\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} = 100\left(\frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}}\right) = 50$$