

수리 영역(가형)

제 2 교시

성명

수험번호

3

1

- 자신이 선택한 유형('가'형/'나'형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 써 넣으시오.
- 답안지에 수험 번호, 선택 과목, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생 이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점, 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $8^{\frac{5}{6}} \times 4^{-\frac{1}{4}} \div 2^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1
- ② $\sqrt{2}$
- ③ 2
- ④ $2\sqrt{2}$
- ⑤ 4

2. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고 $P(B) = 0.5$, $P(A^C \cap B) = 0.2$ 일 때, $P(A \cup B)$ 는? [2점]

- ① 0.5
- ② 0.6
- ③ 0.7
- ④ 0.8
- ⑤ 0.9

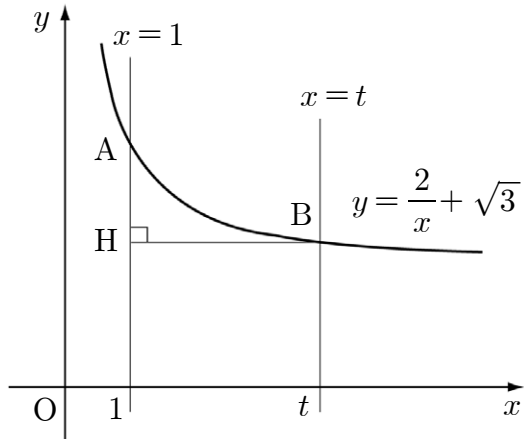
3. 무리방정식 $x^4 - x^2 - \sqrt{x^4 - x^2 + 2} = 0$ 을 만족하는 모든 실근의 곱은? [2점]

- ① -2
- ② -1
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 3

2

수리 영역(가형)

4. 곡선 $y = \frac{2}{x} + \sqrt{3}$ ($x > 0$)과 두 직선 $x=1$, $x=t$ 의 교점을 각각 A, B라 하고, 점 B에서 직선 $x=1$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자. 이 때, $\lim_{t \rightarrow 1} \frac{\overline{AH}}{\overline{BH}}$ 의 값은? (단, $t > 1$ 이다.) [3점]



- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ 1
- ④ $\frac{3}{2}$
- ⑤ 2

5. <보기>에서 수렴하는 수열을 모두 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $\left\{ \tan \frac{2n+1}{4} \pi \right\}$

ㄴ. $\{ \sqrt{n+1} - \sqrt{n} \}$

ㄷ. $\{ \log_2 n^2 - 2 \log_2 (n+2) \}$

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. 이차정사각행렬 A가 $A \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $A \begin{pmatrix} 3a-c \\ 3b-d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ 를 만족시킬 때,

$A \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix}$ 의 모든 성분의 합은? (단, a, b, c, d 는 상수이다.) [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

7. 상수 a, b 에 대하여 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ b & 2 \end{pmatrix}$ 가 $A - A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? (단, $2a \neq b$ 이고, A^{-1} 는 A 의 역행렬이다.) [3점]

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10

8. 확률변수 X 가 취하는 모든 값이 1, 2, 3, ..., 99일 때, $X = k$ 일

확률은 $P(X = k) = \frac{a}{\sqrt{k+1} + \sqrt{k}}$ ($k=1, 2, 3, \dots, 99$)이다.

$P(X=16) + P(X=17) + P(X=18) + \dots + P(X=99) = b$ 라

할 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{9}$
- ② $\frac{7}{9}$
- ③ 1
- ④ $\frac{11}{9}$
- ⑤ $\frac{13}{9}$

9. 다음은 양수 a, b 에 대하여 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ 일 때, 모든 자연수 n 에 대하여 $(a+b)^n - a^n - b^n \geq 2^{2n} - 2^{n+1}$ 이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

[증명]

(i) $n=1$ 일 때, $(a+b) - a - b \geq 2^2 - 2^2$ 이므로 성립한다.

(ii) $n=k$ 일 때 성립한다고 가정하면

$$(a+b)^k - a^k - b^k \geq 2^{2k} - 2^{k+1} \text{이다.}$$

$n = k+1$ 일 때 성립함을 보이자.

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1 \text{이면 } ab = a+b \text{ 이므로 } ab \text{의 최소값은}$$

(가) 이다.

$$(a+b)^{k+1} - a^{k+1} - b^{k+1}$$

$$= \text{(나)} \{ (a+b)^k - a^k - b^k \} + a^k b + ab^k$$

$$\geq \text{(가)} (2^{2k} - 2^{k+1}) + \text{(다)}$$

$$= 2^{2(k+1)} - 2^{(k+1)+1}$$

그러므로 $n = k+1$ 일 때도 성립한다.

따라서 (i), (ii)에 의해서

모든 자연수 n 에 대하여 $(a+b)^n - a^n - b^n \geq 2^{2n} - 2^{n+1}$ 이다.

이 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

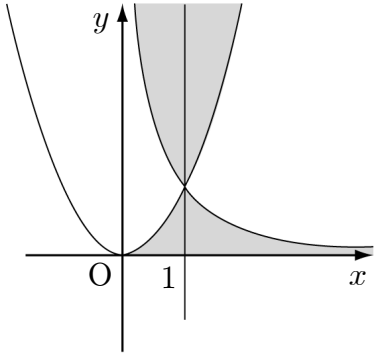
	(가)	(나)	(다)
①	2	$(a-b)$	2^{k+1}
②	2	$(a-b)$	2^{k+2}
③	2	$(a+b)$	2^{k+2}
④	4	$(a+b)$	2^{k+1}
⑤	4	$(a+b)$	2^{k+2}

4

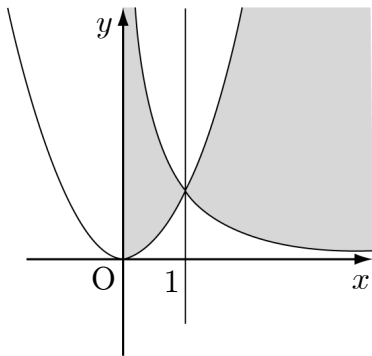
수리 영역(가형)

10. 부등식 $-1 < \log_x y < 2$ 을 만족하는 점 (x, y) 가 존재하는 영역을 바르게 나타낸 것은? (단, 경계선은 포함하지 않는다.) [4점]

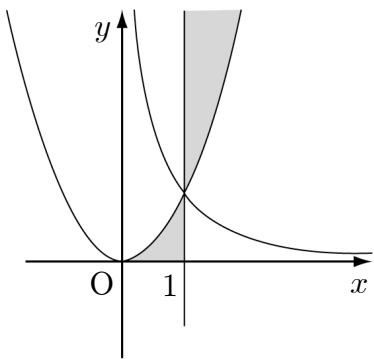
①



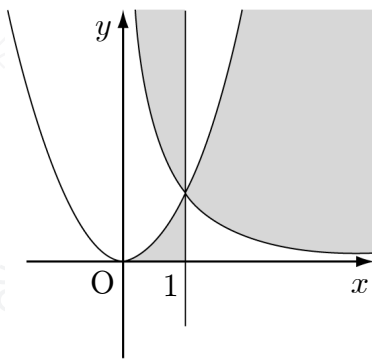
②



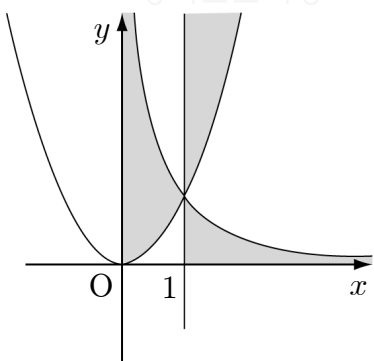
③



④



⑤



11. 개구간 $(0, 1)$ 에서 함수 $f(x) = [-\log_5 x]$ 가 불연속이 되는 모든 점들의 x 좌표의 합은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

① $\frac{1}{4}$

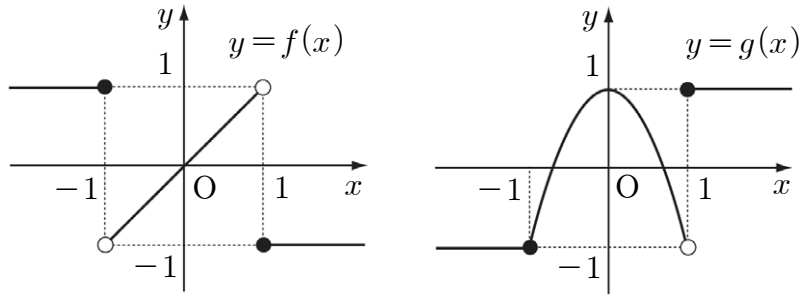
② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{3}{4}$

12. 다음은 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프이다.



<보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고르면? [4점]

- < 보 기 >
- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)g(x) = -1$
 - ㄴ. 함수 $y=f(x)g(x)$ 는 $x=-1$ 에서 연속이다.
 - ㄷ. 함수 $y=f(x)+g(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 다음은 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 일 때, A^n 을 구하는 과정이다.

모든 자연수 n 에 대하여 $A^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$ 이라 하자.

행렬의 곱셈에 대한 결합법칙이 성립하여
 $A^{n+1} = A \cdot A^n = A^n \cdot A$ 이므로

$$\begin{pmatrix} a_{n+1} & b_{n+1} \\ c_{n+1} & d_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n + c_n & b_n + d_n \\ 2c_n & 2d_n \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_n & a_n + 2b_n \\ c_n & c_n + 2d_n \end{pmatrix} \text{이다.}$$

따라서 $\begin{cases} a_{n+1} = a_n + c_n = a_n \\ b_{n+1} = b_n + d_n = a_n + 2b_n \\ c_{n+1} = 2c_n = c_n \\ d_{n+1} = 2d_n = c_n + 2d_n \end{cases}$ 이므로

$b_{n+1} = 2b_n + \boxed{\text{(가)}}$ 이고, $d_{n+1} = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

$\therefore A^n = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

이 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

- | | (가) | (나) | (다) |
|---|---------------|-----------|--|
| ① | $\frac{1}{2}$ | 2^n | $\begin{pmatrix} 1 & 2^n - 1 \\ 0 & 2^{n+1} \end{pmatrix}$ |
| ② | $\frac{1}{2}$ | 2^{n+1} | $\begin{pmatrix} 1 & 2^{n+1} \\ 0 & 2^n - 1 \end{pmatrix}$ |
| ③ | 1 | 2^n | $\begin{pmatrix} 1 & 2^n - 1 \\ 0 & 2^{n+1} \end{pmatrix}$ |
| ④ | 1 | 2^{n+1} | $\begin{pmatrix} 1 & 2^n - 1 \\ 0 & 2^n \end{pmatrix}$ |
| ⑤ | 1 | 2^{n+1} | $\begin{pmatrix} 1 & 2^n \\ 0 & 2^n - 1 \end{pmatrix}$ |

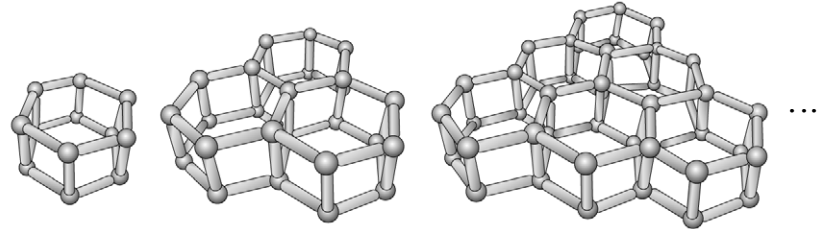
6

수리 영역(가형)

14. 어떤 공장에서 두 기계 A, B 를 사용하여 동일한 제품을 생산하고 있다. A 는 B 보다 1시간에 4개의 제품을 더 생산할 수 있고, A, B 를 사용하여 각각 240개의 제품을 생산한 후 걸리는 시간을 비교하였더니 A 가 16시간이 덜 걸렸다. A, B 를 모두 사용하여 240개의 제품을 생산하는 데 걸리는 시간은? [4점]

- ① 12
- ② 15
- ③ 20
- ④ 24
- ⑤ 30

15. 그림과 같이 쇠구슬과 막대자석을 이용하여 육각기둥 모양을 1개 만드는 데 필요한 막대자석의 개수를 a_1 , 육각기둥 모양을 3개 만드는 데 필요한 막대자석의 개수를 a_2 , 육각기둥 모양을 6개 만드는 데 필요한 막대자석의 개수를 a_3 ,
 \vdots
 이와 같은 과정을 계속하였을 때, a_{10} 의 값은? [4점]



- ① 530
- ② 531
- ③ 532
- ④ 533
- ⑤ 534

16. 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고르면? (단, O 는 영행렬, E 는 단위행렬, X^{-1} 는 X 의 역행렬이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $A^3 = O$ 이면 $A^2 = O$ 이다.
 ㄴ. $A+B = E$ 이면 $AB = BA$ 이다.
 ㄷ. $AB = A+B$ 이면 $(A-E)^{-1} = B-E$ 이다.

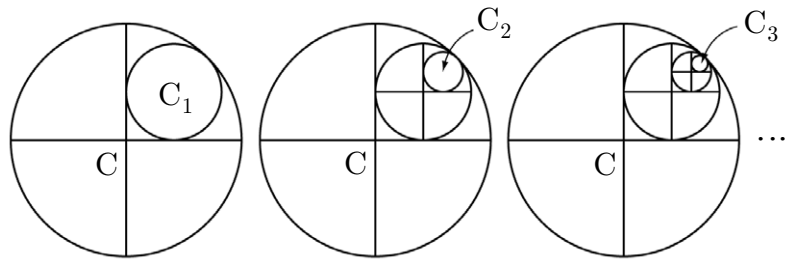
- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 반지름의 길이가 1인 원 C 가 있다.

원 C 를 사분원으로 나누어 한 사분원에 내접하는 원을 C_1 ,
 원 C_1 을 사분원으로 나누어 한 사분원에 내접하는 원을 C_2 ,
 원 C_2 를 사분원으로 나누어 한 사분원에 내접하는 원을 C_3 ,
 ⋮

이와 같은 과정을 계속하여 얻어진 원 C_n 의 반지름의 길이를 r_n 이라

할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n r_k$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{1+\sqrt{2}}{4}$
- ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ④ $\frac{2+\sqrt{2}}{4}$
- ⑤ 1

단답형

18. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$3n^2 - 5n - 1 < a_n < 3n^2 + n + 2$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2 + 2n + 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 일곱 개의 문자 A, A, A, B, C, D, E 중에서 3개의 문자를 뽑아 일렬로 나열할 수 있는 모든 경우의 수를 구하시오. [3점]

수리 영역(가형)

9

20. 다음과 같이 액정의 고장으로 가로 선만 표시되는 전자계산기가 있다.

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
정상 액정	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
고장 난 액정	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

<그림 1>과 같이 액정에 표시된 두 자리 자연수 A 에 대하여 \times , 5, =의 버튼을 순서대로 눌렀더니 <그림 2>와 같은 세 자리수가 액정에 표시되었다.



<그림 1>



<그림 2>

이 때, A 가 될 수 있는 모든 수들의 합을 구하시오. [4점]

21. 어떤 도시에 있는 전체 고등학교 학생들의 몸무게는 표준편차가 5kg인 정규분포를 따른다고 한다. 이 도시의 고등학교 학생 전체에 대한 몸무게의 평균을 신뢰도 95%로 추정할 때, 신뢰구간의 길이를 1kg 이하가 되도록 하려고 한다. 조사하여야 할 표본의 크기의 최소값을 구하시오. (단, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.4750$ 이다.) [3점]

22. x, y 에 대한 식 $(x^2 - \frac{3}{x} + 2y)^6$ 을 전개할 때, x^6 의 계수를 구하시오. [3점]

23. $\log_{10} 243 = 2.3856$, $\log_{10} 0.0541 = -1.2668$ 일 때,
 $2430^{10} \div 541$ 은 정수부분이 n 자리수이다.
 이 때, n 의 값을 구하시오. [4점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$\begin{cases} a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 5, a_4 = 7 \\ a_{k+4} = 2a_k \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

으로 정의될 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. $ab = 16$ 을 만족하는 양수 a, b 에 대하여

$\log_2(a+b) + \log_2(a^2+b^2) + \log_2(a^3+b^3)$ 의 최소값을 구하시오.
 [3점]

26번부터 30번까지는 선택과목 문항입니다. 선택한 과목의 문제를 풀기 바랍니다.

미분과 적분

26. $\triangle ABC$ 에서 $\sin A = \frac{3}{5}$, $\cos B = \frac{4}{5}$ 일 때,
 $\sin A : \sin B : \sin C$ 는? [3점]

- ① 3:3:5
- ② 4:4:5
- ③ 5:5:8
- ④ 6:6:7
- ⑤ 7:7:8

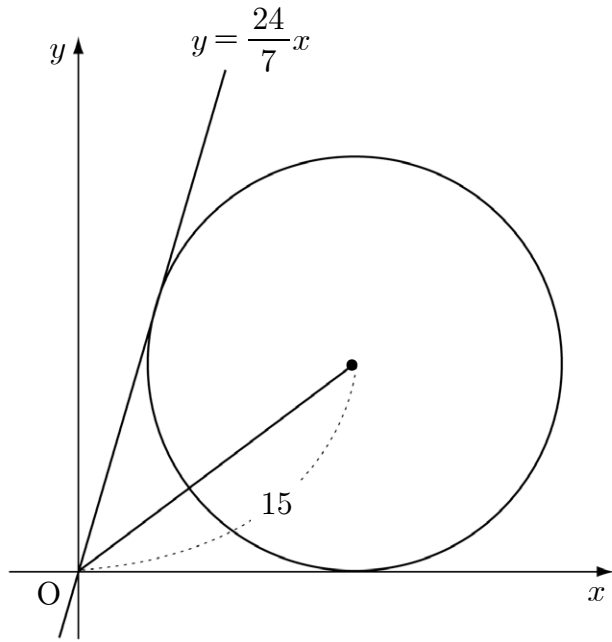
27. $\cos 2x + 3\sin x = -1$ 의 모든 근의 합은?
 (단, $0 \leq x < 2\pi$ 이다.) [3점]

- ① $\frac{\pi}{2}$
- ② π
- ③ 2π
- ④ 3π
- ⑤ 4π

28. $y = \cos x + 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ 의 최대값을 M , 최소값을 m 이라 할 때,
 $M - m$ 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{7}$
- ② $2\sqrt{7}$
- ③ $3\sqrt{7}$
- ④ $4\sqrt{7}$
- ⑤ $5\sqrt{7}$

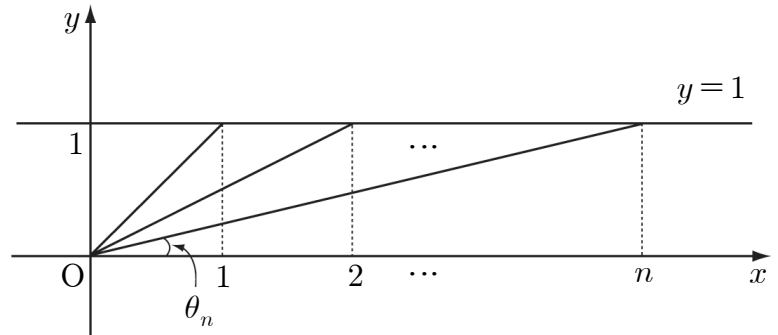
29. 직선 $y = \frac{24}{7}x$ 와 x 축에 동시에 접하고, 중심이 제1사분면에 있는 원이 있다. 원점에서 이 원의 중심까지의 거리가 15일 때, 원의 반지름의 길이는? [4점]



- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

단답형

30. 원점과 점(1, 1)을 이은 선분이 x 축의 양의 방향과 이루는 각을 θ_1 , 원점과 점(2, 1)을 이은 선분이 x 축의 양의 방향과 이루는 각을 θ_2 ,
 \vdots
 원점과 점($n, 1$)을 이은 선분이 x 축의 양의 방향과 이루는 각을 θ_n 이라 하자.



$\theta_1 - \theta_2 = \theta_p - \theta_q$ 가 되도록 하는 p, q 에 대하여 $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $1 < p < q$ 이고 p, q 는 자연수이다.) [4점]

※ 확인사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

확률과 통계

26. 다음은 어느 회사원 15명이 출근하는 데 걸리는 시간을 조사하여 십의 자리의 수를 줄기로, 일의 자리의 수를 잎으로 하여 줄기와 잎 그림을 그린 것이다. 이 자료의 중앙값과 최빈값의 차는? [3점]

단위 (분)	
줄기	잎
1	0
2	5
3	0 3 5 5
4	1 5 6
5	0 2 2 2
6	3
7	0

- ① 1
- ② 3
- ③ 5
- ④ 7
- ⑤ 9

27. <표 1>은 대학수학능력시험 성적의 등급별 비율을 나타낸 것이고, <표 2>는 어느 해 대학수학능력시험 '수리 영역(가형)'에 응시한 학생들의 표준점수에 대한 누적인원수를 나타낸 것이다.

<표 1>

등급	1	2	3	4	5	6	7	8	9
비율(%)	4	7	12	17	20	17	12	7	4

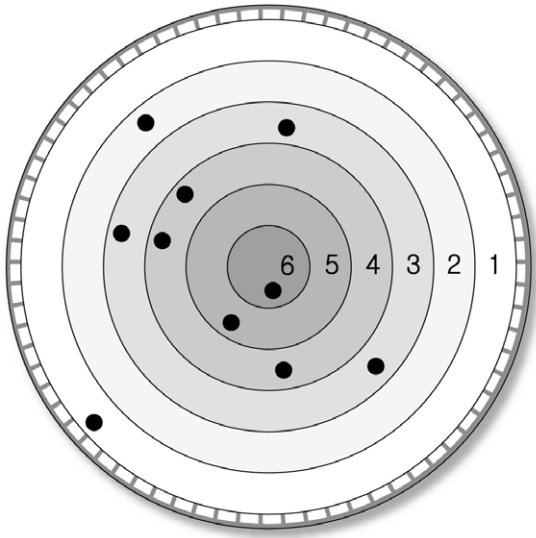
<표 2>

표준점수(점)	누적인원수(명)
140이상	1,308
130 ^{이상} ~140 ^{미만}	8,406
120 ~ 130	21,393
110 ~ 120	40,144
100 ~ 110	61,475
90 ~ 100	82,368
80 ~ 90	96,817
70 ~ 80	107,661
60 ~ 70	116,293
50 ~ 60	117,262
50미만	117,273

이 때, 4등급을 받은 학생들 중에서 가장 낮은 표준점수를 받은 학생이 속한 계급의 계급값은? [3점]

- ① 85
- ② 95
- ③ 105
- ④ 115
- ⑤ 125

28. 그림은 1점부터 6점까지 점수가 적힌 다트판에 다트를 10번 던져서 맞힌 곳을 점으로 나타낸 것이다. 10번 던져서 얻은 점수들의 분산은? [3점]



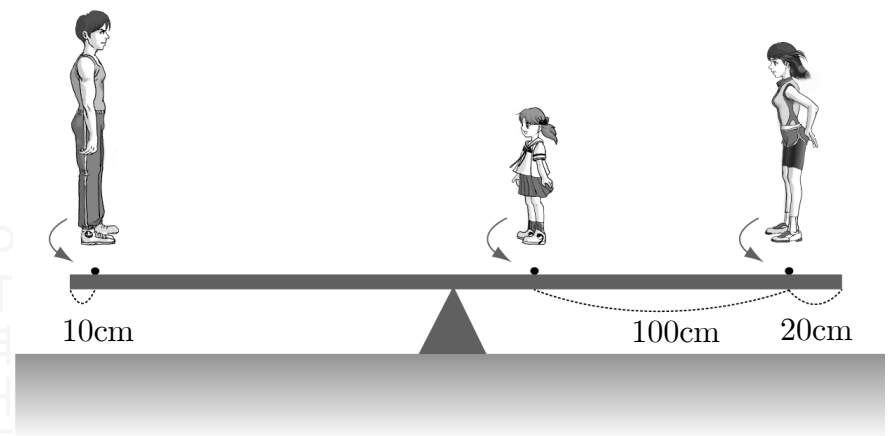
- ① 1
- ② 1.25
- ③ 1.85
- ④ 2.25
- ⑤ 3

29. 남학생이 20명, 여학생이 10명인 학급에 대한 독후감 평가 점수의 남학생과 여학생의 평균은 각각 5점, 4점이고 표준편차는 각각 2점, 3점이다. 이 학급 전체 30명의 점수에 대한 분산이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값은? (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

- ① 61
- ② 62
- ③ 63
- ④ 64
- ⑤ 65

단답형

30. 그림과 같이 길이가 300cm인 널뛰기판 위에 몸무게가 각각 70kg, 30kg, 50kg인 아버지, 딸, 어머니가 서려고 한다. 아버지는 왼쪽 끝에서 10cm 지점에, 어머니는 오른쪽 끝에서 20cm 지점에, 딸은 어머니와 100cm 떨어진 지점에 서서 널뛰기판이 지면과 평행으로 균형을 이루도록 받침대를 설치할 때, 받침대의 설치 지점은 왼쪽 끝에서 몇 cm 떨어진 지점인지 구하시오. (단, 널뛰기판의 무게와 마찰력은 무시한다.) [4점]



※ 확인사항

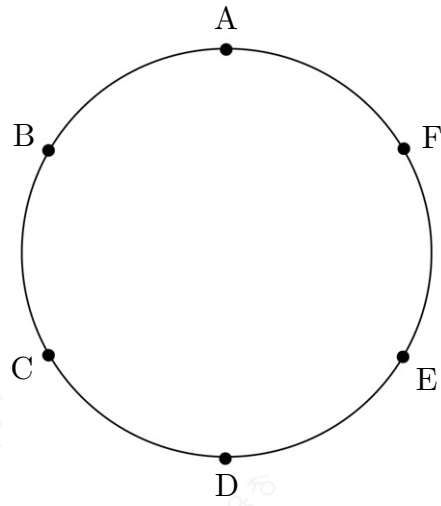
○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이산수학

26. 원에 내접하는 10각형의 꼭지점을 이어서 만들어지는 삼각형 중에서 10각형과 공통변을 갖는 삼각형의 개수는? [3점]

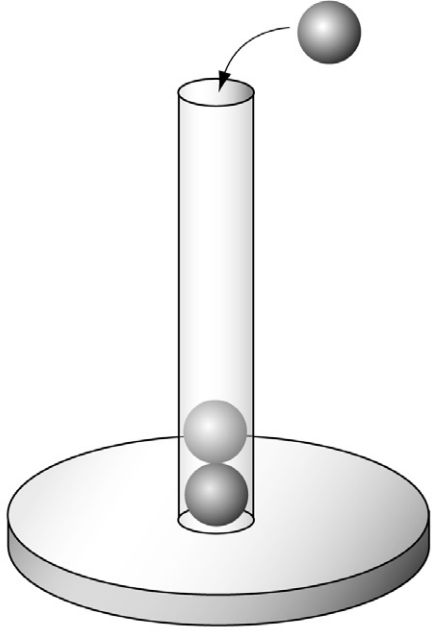
- ① 60
- ② 70
- ③ 80
- ④ 90
- ⑤ 100

27. 원 위에 서로 다른 6개의 점 A, B, C, D, E, F가 있다. 두 점씩 연결하는 세 개의 선분을 그을 때, 어느 두 선분도 서로 만나지 않게 되는 모든 경우의 수는? [3점]



- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

28. 투명한 원기둥 모양의 관에 크기와 모양이 같은 구슬을 넣어 쌓아 올리는 장난감이 있다. 빨간 구슬이 4개, 파란 구슬이 2개, 노란 구슬이 1개 있을 때, 이 구슬 7개를 모두 사용하여 일렬로 쌓아 올릴 수 있는 모든 경우의 수는? [3점]



- ① 95
- ② 105
- ③ 115
- ④ 125
- ⑤ 135

29. 동전 한 개를 던져 앞면이 나오면 H , 뒷면이 나오면 T 로 나타내자. 동전 한 개를 6번 던져 $HTHTTT$, $THTHHT$ 와 같이 H 바로 다음에 T 가 나오는 경우가 2번만 나타나는 모든 경우의 수는? [4점]

- ① 19
- ② 21
- ③ 23
- ④ 25
- ⑤ 27

단답형

30. 9 이하의 자연수 a, b 에 대하여 $a \times 10^2 + 5 \times 10 + b \times 1$ 가 6의 배수일 때, 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [4점]

※ 확인사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.