



5. 이차정사각행렬  $A$ 의  $(i, j)$  성분  $a_{ij}$ 를

$$a_{ij} = \left\lfloor \frac{3i-j}{2} \right\rfloor \quad (i=1, 2, j=1, 2)$$

로 정의할 때, 행렬  $A$ 의 모든 성분의 합은? (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

6. 이차정사각행렬  $A$ 와 단위행렬  $E$ 에 대하여  $A^2 + E = A$ 가 성립할 때,  $A - E$ 의 역행렬은? [3점]

- ①  $-A$       ②  $E - A$       ③  $A - E$   
④  $A$       ⑤  $A + E$

7. 공차가  $d (d \neq 0)$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 수열  $\{T_n\}$ 을

$$T_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \cdots + (-1)^{n-1} a_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

으로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

— < 보 기 > —

- ㄱ.  $T_4 = 2d$   
ㄴ.  $T_5 = a_3$   
ㄷ. 수열  $\{T_{2n}\}$ 은 등차수열이다.

- ① ㄱ      ② ㄴ      ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄱ, ㄷ      ⑤ ㄴ, ㄷ

8. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 라 하자.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^2} = \frac{1}{2} \text{ 일 때, } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{k=1}^n (2 + a_k)}{\sum_{k=1}^n (2k + a_k)} \text{의 값은? [3점]}$$

- ① 2      ② 1      ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{1}{4}$

9.  $a_1=2, a_{n+1}=10a_n+81$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ )로 정의된 수열  $\{a_n\}$ 이 있다. 이때  $a_{10}$ 의 각 자리의 수의 합은? [3점]

- ① 68      ② 70      ③ 72      ④ 74      ⑤ 76

10. 좌표평면에서 두 점  $(2, 0), (0, 4)$ 를 지나는 직선 위의 점  $P(a, b)$ 가 등식  $4^a - 2^b = 6$ 을 만족할 때,  $4^a + 2^b$ 의 값은? [4점]

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

11. 자연수  $n$ 에 대하여 상용로그  $\log 2^n$ 의 지표를  $a_n$ 이라 할 때, 수열  $\{b_n\}$ 을

$$b_n = \begin{cases} 1 & (a_{n+1} > a_n) \\ 0 & (a_{n+1} = a_n) \end{cases} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

으로 정의한다.  $\sum_{k=1}^{200} b_k$ 의 값은? (단,  $\log 2 = 0.3010$ 이다.) [4점]

- ① 68      ② 66      ③ 64      ④ 62      ⑤ 60

12. 수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_1=1, a_2=2, a_{n+2}=2a_{n+1}+a_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

으로 정의될 때, 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_{4n}$ 은 12의 배수임을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(i)  $n=1$ 일 때,  $a_4 = \boxed{\text{가}}$ 이므로 성립한다.

(ii)  $n=k$ 일 때,  $a_{4k}$ 가 12의 배수라고 가정하면

$$\begin{aligned} a_{4(k+1)} &= 2a_{4k+3} + a_{4k+2} \\ &= \boxed{\text{나}} a_{4k+2} + 2a_{4k+1} \\ &= \boxed{\text{다}} a_{4k+1} + \boxed{\text{라}} a_{4k} \end{aligned}$$

따라서  $a_{4(k+1)}$ 은 12의 배수이다.

그러므로 (i), (ii)에 의하여 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_{4n}$ 은 12의 배수이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 수를 각각  $a, b, c, d$ 라 할 때,  $a+b+c+d$ 의 값은? [3점]

- ① 31      ② 32      ③ 33      ④ 34      ⑤ 35

13. 양의 실수  $x$ 에 대하여 상용로그  $\log x$ 의 가수를  $f(x)$ 라 하자.  
 50의 모든 양의 약수의 집합을  $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ 이라 할 때,  
 $\sum_{k=1}^n f(a_k)$ 의 값은? [4점]

①  $\log 5$                       ②  $2\log 5$                       ③  $3\log 5$   
 ④  $5\log 5$                       ⑤  $6\log 5$

14.  $a, b, c$ 가 서로 다른 세 실수일 때,  
 이차함수  $f(x) = ax^2 + 2bx + c$ 에 대한 <보기>의 설명 중 옳은  
 것을 모두 고른 것은? [4점]

- < 보 기 >
- ㄱ.  $a, b, c$ 가 이 순서로 등차수열을 이루면  $f(1) = 4b$ 이다.
  - ㄴ.  $a, b, c$ 가 이 순서로 등차수열을 이루면  $y = f(x)$ 의 그래프는  $x$ 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.
  - ㄷ.  $a, b, c$ 가 이 순서로 등비수열을 이루면  $y = f(x)$ 의 그래프는  $x$ 축과 만나지 않는다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15.  $0 < x < 16$ 일 때, 수열  $\left\{ \left( \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{8} x \right)^n \right\}$ 이 수렴하도록 하는  
 자연수  $x$ 의 개수는? [4점]

① 5                      ② 7                      ③ 9                      ④ 11                      ⑤ 13

16. 그림과 같이 각 단의 부피가 일정한 비율로 감소하는 8단  
 케이크를 만들었다. 이 케이크의 제2단의 부피를  $p$ , 제4단의  
 부피를  $q$ 라 할 때, 제8단의 부피를  $p$ 와  $q$ 로 나타낸 것은? [4점]



- ①  $\frac{q^3}{p^2}$                       ②  $\frac{q^2}{p^2}$                       ③  $\frac{p^3}{q^2}$   
 ④  $\frac{p^3}{q}$                       ⑤  $\frac{p^2}{q}$

17. 철수는 집에서 5km 떨어진 학교에 갈 때, 처음  $x$ km는 매시 4km의 속력으로 걸어서 가고, 나머지  $y$ km는 매시 8km의 속력으로 뛰어서 간다. 그리고 학교에서 집으로 올 때는 처음  $y$ km는 매시 4km의 속력으로 걸어서 오고, 나머지  $x$ km는 매시 8km의 속력으로 뛰어서 온다. 철수가 학교에서 집으로 올 때 걸리는 시간은 집에서 학교로 갈 때 걸리는 시간보다 15분이 더 걸린다고 한다. 이를 만족하는  $x, y$ 에 대하여 등식

$$\begin{pmatrix} 1 & p \\ 1 & q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

가 성립할 때,  $p-q$ 의 값은? (단,  $p, q$ 는 상수이다.) [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

단답형(18 ~ 25)

18. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_7 = 12, \quad \frac{a_6 a_{10}}{a_5} = 36$$

이 성립할 때,  $a_{15}$ 의 값을 구하시오. [3점]

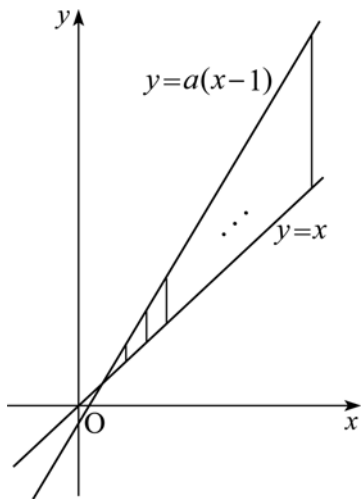
19. 이차정사각행렬  $A$ 에 대하여

$$A + A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$$

일 때,  $A^2 + (A^2)^{-1}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

20. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여  
 $A^n = kE$  ( $k$ 는 실수)  
 를 만족시키는 1000 이하의 자연수  $n$ 의 개수를 구하시오. [3점]

21. 그림과 같이 두 직선  $y = x$ ,  $y = a(x-1)$  ( $a > 1$ )의 교점에서  
 오른쪽 방향으로  $y$ 축에 평행한 14개의 선분을 같은 간격으로  
 그었다.



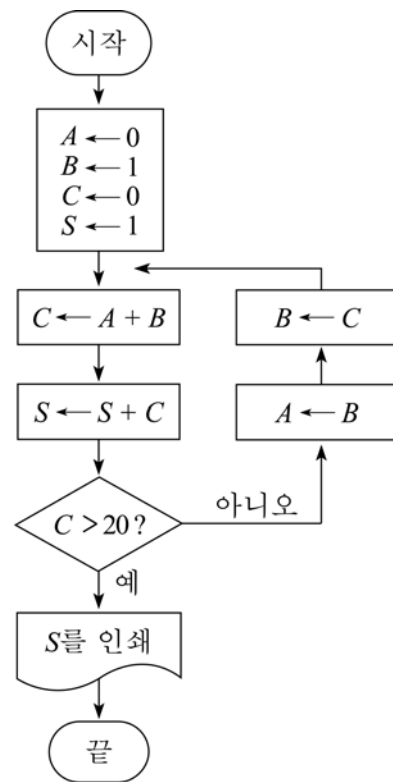
이들 중 가장 짧은 선분의 길이는 3이고, 가장 긴 선분의 길이는 42일 때, 14개의 선분의 길이의 합을 구하시오. (단, 각 선분의 양 끝점은 두 직선 위에 있다.) [3점]

22.  $n$ 개의 항으로 이루어진 등차수열  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 이 다음 조건을 만족한다.

- (가) 처음 4개 항의 합은 26이다.
- (나) 마지막 4개 항의 합은 134이다.
- (다)  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 260$

이때  $n$ 의 값을 구하시오. [4점]

23. 다음 순서도에서 인쇄되는  $S$ 의 값을 구하시오. [4점]



24. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수  $f(x), g(x)$  가 다음 조건을 만족한다.

- (가)  $f(x)$  의 값은 정수이다.
- (나)  $0 \leq g(x) < 1$
- (다)  $2^{f(x)-g(x)} = x$

이때  $f(4)+f(1000)$  의 값을 구하시오. [4점]

25. 2500 L의 물을 저장할 수 있는 물탱크에 현재 1200 L의 물이 담겨 있다. 이 물탱크에 있는 물의 양의 12%를 사용한 다음  $x$  L의 물을 넣는 시행을 한다. 이와 같은 시행을  $n$ 번 반복한 후 물탱크에 남아 있는 물의 양을  $a_n$  L라 하자. 부등식  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \leq 2000$  이 성립하도록 하는  $x$ 의 최대값을 구하시오. [4점]

5지선다형(26 ~ 29)

26.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot 3^n - 3 \cdot 4^n}{2^{2n} + 3^n}$  의 값은? [3점]

- ① -3      ② -2      ③ -1      ④ 1      ⑤ 2

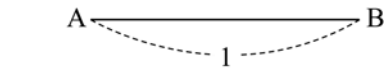
27. 집합  $X = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & x \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid x \text{는 실수} \right\}$  에 대하여  $A \in X, B \in X$  일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

- < 보 기 >
- ㄱ.  $AB \in X$
  - ㄴ.  $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$
  - ㄷ.  $(A+B)^2 = 4AB$

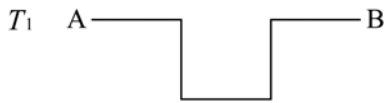
- ① ㄱ      ② ㄱ, ㄴ      ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

28.  $x, y$ 에 대한 연립방정식  $\begin{pmatrix} a & 3-b \\ 1 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 가  $x=0, y=0$  이외의 해를 갖도록 하는 실수  $a, b$ 에 대하여, 좌표평면에서 점  $P(a, b)$ 를 중심으로 하고  $x$ 축과  $y$ 축에 동시에 접하는 원의 개수는? [3점]
- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

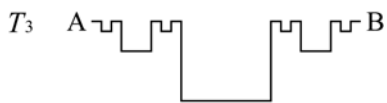
29. 길이가 1인 선분 AB가 있다. 그림과 같이 선분 AB를 3등분한 다음, 가운데 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 그리고, 가운데 선분을 지워 만든 도형을  $T_1$ 이라 하자.



$T_1$ 의 선분 중 원래의 선분 AB에서 남아 있는 두 선분을 각각 3등분한 다음, 가운데 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 그리고, 가운데 선분을 지워 만든 도형을  $T_2$ 라 하자.



$T_2$ 의 선분 중 원래의 선분 AB에서 남아 있는 네 선분을 각각 3등분한 다음, 가운데 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 그리고, 가운데 선분을 지워 만든 도형을  $T_3$ 이라 하자.



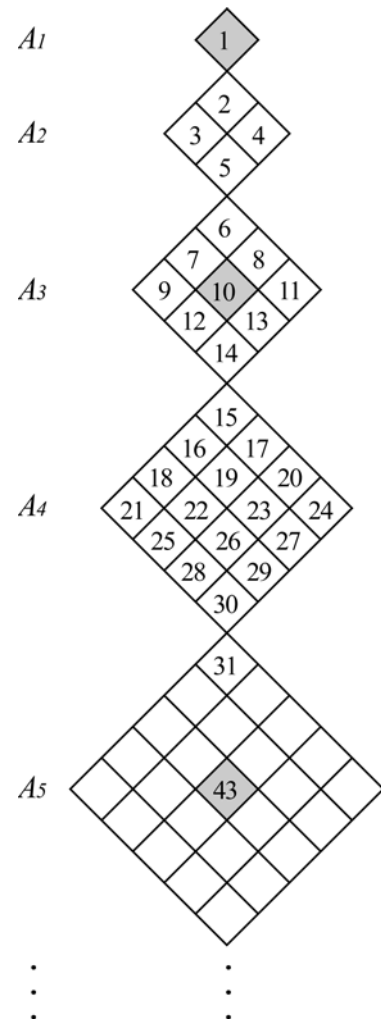
이와 같은 과정을 계속 반복하여  $n$ 번째 만든 도형을  $T_n$ 이라 하고,  $T_n$ 에 있는 모든 선분의 길이의 총합을  $a_n$ 이라 하자.

이때  $a_{20}$ 의 값은? [4점]

- ①  $3\left\{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{20}\right\}$       ②  $3\left\{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{21}\right\}$       ③  $3\left\{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{19}\right\}$   
 ④  $3\left\{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{20}\right\}$       ⑤  $3\left\{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{21}\right\}$

단답형(30)

30. 그림과 같이 크기가 같은 정사각형 1개, 4개, 9개, ... 로 만들어진 도형  $A_1, A_2, A_3, \dots$ 이 이어져 있다. 각 정사각형에 자연수를 규칙적으로 적어 나갈 때,  $A_1, A_3, A_5, \dots$ 에는 정중앙(어두운 부분)에 적힌 수가 있다. 예를 들면,  $A_3$ 의 정중앙에 적힌 수는 10이고,  $A_5$ 의 정중앙에 적힌 수는 43이다. 이때  $A_9$ 의 정중앙에 적힌 수를 구하시오. [4점]



※ 확인 사항  
 ○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.