

5. 두 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-1)$, $\sum_{n=1}^{\infty}(b_n+1)$ 이 모두 수렴할 때,
 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$

ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 은 발산한다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ 은 수렴한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. 이차정사각행렬 A 와 단위행렬 E 에 대하여 $A^2 + E = A$ 가 성립할 때, $A - E$ 의 역행렬은? [3점]

- ① $-A$ ② $E - A$ ③ $A - E$
 ④ A ⑤ $A + E$

7. 공차가 $d (d \neq 0)$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{T_n\}$ 을
 $T_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + (-1)^{n-1} a_n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)
 으로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $T_4 = 2d$

ㄴ. $T_5 = a_3$

ㄷ. 수열 $\{T_{2n}\}$ 은 등차수열이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

8. BANANA 의 6 개의 문자 B, A, N, A, N, A 를 일렬로 나열할 때,
 두 개의 N 이 서로 이웃할 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

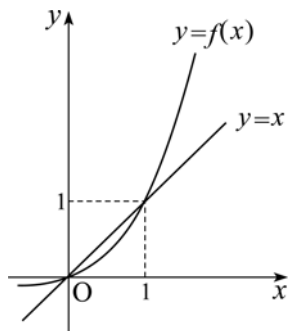
9. 1 부터 10 까지 자연수가 각각 하나씩 적힌 10 장의 카드 중에서 임의로 한 장을 뽑을 때, n 의 배수가 적힌 카드를 뽑는 사건을 A_n 이라 하자. 이때 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. A_3 과 A_4 는 서로 배반사건이다.
 ㄴ. $P(A_4|A_2) = \frac{1}{5}$
 ㄷ. A_2 와 A_5 는 서로 독립이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 그림은 함수 $f(x) = 2^x - 1$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 이다. 곡선 $y = f(x)$ 위에 임의로 두 점을 잡아 그 두 점의 x 좌표를 각각 a, b ($0 < a < b$) 라 할 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]



< 보 기 >

ㄱ. $0 < a < 1$ 이면 $f(a) < a$ 이다.
 ㄴ. $b - a < 2^b - 2^a$
 ㄷ. $b(2^a - 1) < a(2^b - 1)$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 자연수 n 에 대하여 상용로그 $\log 2^n$ 의 지표를 a_n 이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 을

$$b_n = \begin{cases} 1 & (a_{n+1} > a_n) \\ 0 & (a_{n+1} = a_n) \end{cases} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

으로 정의한다. $\sum_{k=1}^{200} b_k$ 의 값은? (단, $\log 2 = 0.3010$ 이다.) [4점]

- ① 68 ② 66 ③ 64 ④ 62 ⑤ 60

12. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} = 2a_{n+1} + a_n \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

으로 정의될 때, 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 a_{4n} 은 12 의 배수임을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(i) $n=1$ 일 때, $a_4 =$ (가) 이므로 성립한다.

(ii) $n=k$ 일 때, a_{4k} 가 12 의 배수라고 가정하면

$$\begin{aligned} a_{4(k+1)} &= 2a_{4k+3} + a_{4k+2} \\ &= \text{(나)} a_{4k+2} + 2a_{4k+1} \\ &= \text{(다)} a_{4k+1} + \text{(라)} a_{4k} \end{aligned}$$

따라서 $a_{4(k+1)}$ 은 12 의 배수이다.

그러므로 (i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여 a_{4n} 은 12 의 배수이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 수를 각각 a, b, c, d 라 할 때, $a+b+c+d$ 의 값은? [3점]

- ① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

13. $\sum_{k=351}^{369} {}_{400}C_k \left(\frac{9}{10}\right)^k \left(\frac{1}{10}\right)^{400-k}$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]
- ① 0.1587
 - ② 0.3085
 - ③ 0.6826
 - ④ 0.8664
 - ⑤ 0.9544

< 표준정규분포표 >

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

14. a, b, c 가 서로 다른 세 실수일 때, 이차함수 $f(x) = ax^2 + 2bx + c$ 에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

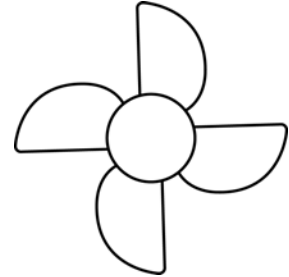
ㄱ. a, b, c 가 이 순서로 등차수열을 이루면 $f(1) = 4b$ 이다.

ㄴ. a, b, c 가 이 순서로 등차수열을 이루면 $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

ㄷ. a, b, c 가 이 순서로 등비수열을 이루면 $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축과 만나지 않는다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. A, B, C, D 4 가지 색의 일부 또는 전부를 사용하여 그림과 같은 프로펠러의 중앙 부분과 4 개의 날개 부분을 모두 칠하려고 한다. 인접한 중앙 부분과 날개 부분은 서로 다른 색으로 칠하기로 할 때, 칠할 수 있는 방법의 수는? (단, 4 개의 날개는 모두 합동이고, 회전하여 같은 경우에는 한 가지 방법으로 한다.) [4점]



- ① 60
- ② 72
- ③ 84
- ④ 96
- ⑤ 108

16. 그림과 같이 각 단의 부피가 일정한 비율로 감소하는 8 단 케이크를 만들었다. 이 케이크의 제 2 단의 부피를 p , 제 4 단의 부피를 q 라 할 때, 제 8 단의 부피를 p 와 q 로 나타낸 것은? [4점]



- ① $\frac{q^3}{p^2}$
- ② $\frac{q^2}{p^2}$
- ③ $\frac{p^3}{q^2}$
- ④ $\frac{p^3}{q}$
- ⑤ $\frac{p^2}{q}$

17. 철수는 집에서 5km 떨어진 학교에 갈 때, 처음 x km는 매시 4km의 속력으로 걸어서 가고, 나머지 y km는 매시 8km의 속력으로 뛰어서 간다. 그리고 학교에서 집으로 올 때는 처음 y km는 매시 4km의 속력으로 걸어서 오고, 나머지 x km는 매시 8km의 속력으로 뛰어서 온다. 철수가 학교에서 집으로 올 때 걸리는 시간은 집에서 학교로 갈 때 걸리는 시간보다 15분이 더 걸린다고 한다. 이를 만족하는 x, y 에 대하여 등식

$$\begin{pmatrix} 1 & p \\ 1 & q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

가 성립할 때, $p-q$ 의 값은? (단, p, q 는 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

단답형(18 ~ 25)

18. 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n+2} - 4^{n+2}}{6^n}$ 의 합을 구하시오. [3점]

19. 이차정사각행렬 A 에 대하여

$$A + A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$$

일 때, $A^2 + (A^2)^{-1}$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

20. $x > 0$ 일 때, 자연수 n 에 대하여 함수 $f_n(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

- (가) $f_1(x) = \log_2 x$
- (나) $f_{n+1}(x) = f_n(x^2) + f_n(x)$

$f_{2007}(8) = a$ 라 할 때, $\log_{27} a$ 의 값을 구하시오. [3점]

21. 동주는 5개의 서로 다른 알사탕과 5개의 똑같은 박하사탕을 가지고 있다. 이 중에서 5개를 택하여 진서에게 주는 방법의 수를 구하시오. [3점]

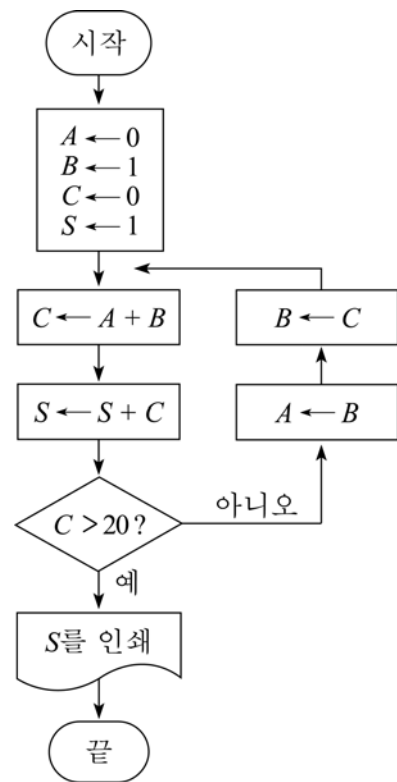


22. n 개의 항으로 이루어진 등차수열 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 이 다음 조건을 만족한다.

- (가) 처음 4개 항의 합은 26이다.
- (나) 마지막 4개 항의 합은 134이다.
- (다) $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 260$

이때 n 의 값을 구하시오. [4점]

23. 다음 순서도에서 인쇄되는 S 의 값을 구하시오. [4점]



24 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

- (가) $f(x)$ 의 값은 정수이다.
 (나) $0 \leq g(x) < 1$
 (다) $2^{f(x)-g(x)} = x$

이때 $f(4)+f(1000)$ 의 값을 구하시오. [4점]

25 2500 L의 물을 저장할 수 있는 물탱크에 현재 1200 L의 물이 담겨 있다. 이 물탱크에 있는 물의 양의 12%를 사용한 다음 x L의 물을 넣는 시행을 한다. 이와 같은 시행을 n 번 반복한 후 물탱크에 남아 있는 물의 양을 a_n L라 하자. 부등식 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \leq 2000$ 이 성립하도록 하는 x 의 최대값을 구하시오. [4점]

5지선다형(26 ~ 29)

26. 0, 1, 2, 3, ..., 9의 정수가 각각 하나씩 적혀 있는 10장의 카드 중 임의로 꺼낸 한 장의 카드에 적힌 수를 a 라 하고, 남은 9장의 카드 중 임의로 꺼낸 한 장의 카드에 적힌 수를 b 라 하자. 이때 백의 자리의 수, 십의 자리의 수, 일의 자리의 수가 각각 5, a, b 인 세 자리 자연수가 6의 배수가 될 확률은? [3점]

- ① $\frac{7}{45}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{14}{45}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

27. 두 연속확률변수 X, Y 가 갖는 값의 범위는 각각 $0 \leq X \leq 4, 0 \leq Y \leq 4$ 이고, X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 와 Y 의 확률밀도함수 $g(x)$ 는 다음과 같다.

$$f(x) = ax(x-4) \quad (0 \leq x \leq 4)$$

$$g(x) = \begin{cases} b & (0 \leq x \leq 2) \\ f(x-2)+b & (2 \leq x \leq 4) \end{cases}$$

<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- < 보 기 >
- ㄱ. $P(2 \leq X \leq 4) = \frac{1}{2}$
 ㄴ. $b = \frac{1}{8}$
 ㄷ. $P(1 \leq Y \leq 4) = \frac{5}{8}$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

28. 인구가 매년 일정한 비율로 증가하는 어느 도시가 있다. 2006년 말 현재 이 도시의 인구는 15년 전인 1991년 말 인구의 2배라고 한다. 1997년 말 이 도시의 인구는 1991년 말 인구보다 몇 % 증가하였는지 오른쪽 상용로그표를 이용하여 구한 것은? [3점]

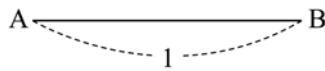
<상용로그표>

x	$\log x$
1.26	0.10
1.32	0.12
1.38	0.14
2.00	0.30

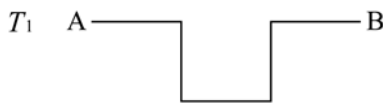
- ① 26% ② 29% ③ 32% ④ 35% ⑤ 38%

29. 길이가 1인 선분 AB가 있다.

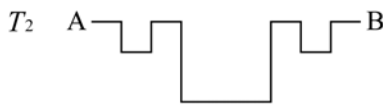
그림과 같이 선분 AB를 3등분한 다음, 가운데 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 그리고, 가운데 선분을 지워 만든 도형을 T_1 이라 하자.



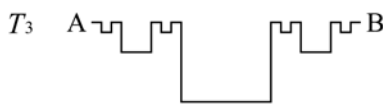
T_1 의 선분 중 원래의 선분 AB에서 남아 있는 두 선분을 각각 3등분한 다음, 가운데 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 그리고, 가운데 선분을 지워 만든 도형을 T_2 라 하자.



T_2 의 선분 중 원래의 선분 AB에서 남아 있는 네 선분을 각각 3등분한 다음, 가운데 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 그리고, 가운데 선분을 지워 만든 도형을 T_3 이라 하자.



이와 같은 과정을 계속 반복하여 n 번째 만든 도형을 T_n 이라 하고, T_n 에 있는 모든 선분의 길이의 총합을 a_n 이라 하자.

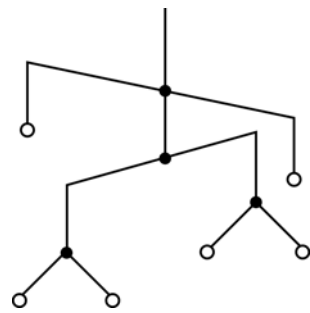


이때 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{11}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{13}{3}$

단답형(30)

30. 좌우 대칭인 \sqcap 모양과 \sphericalangle 모양의 철사가 각각 두 개씩 있다. 그림과 같이 각 철사의 가운데를 서로 연결한 후, 여섯 군데의 고리에 서로 다른 6개의 인형 A, B, C, D, E, F를 매달아 회전모빌을 만들려고 한다. 이때 만들 수 있는 서로 다른 회전모빌의 개수를 구하시오. (단, 그림의 ●부분은 회전 가능하고, \sphericalangle 모양의 두 철사는 합동이다.) [4점]



※ 확인 사항
○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.